

流れを考慮した
位相平均波浪変形モデルに関する研究

2001年2月2日

京都大学工学部
地球工学科土木工学コース

雨森 洋司

要旨

本研究は、流れの影響を考慮した位相平均波浪変形モデルを開発することを目的とし、支配方程式として波作用量平衡方程式を採用してモデル化を行った。また、砕波を考慮した波作用量平衡方程式を新たに提案した。流れが存在する場での波浪変形に関して、支配方程式の表示が異なるモデルを用い、比較・検討を行なった。独立変数が平面座標のみのモデルは、多方向不規則波の計算には不向きであることが得られた。また、独立変数が平面座標および伝播方向角のモデルと独立変数が平面座標、伝播方向角および相対角周波数のモデルについては、計算条件が同じならば波高分布は一致することが明らかになった。

目 次

第1章 緒 論	1
1.1 研究の背景	1
1.2 波浪変形計算法の種類	1
1.3 研究の目的	5
第2章 流れを考慮した位相平均波浪変形モデルの計算法	6
2.1 独立変数が平面位置座標のみの場合	6
2.1.1 基礎式	6
2.1.2 数値計算法	7
2.2 独立変数が平面位置座標および伝播方向角の場合	8
2.2.1 基礎式	8
2.2.2 数値計算法	11
2.3 独立変数が平面位置座標，伝播方向角および相対角周波数の場合	13
2.3.1 基礎式	13
2.3.2 数値計算法	15
第3章 離岸流場での波浪変形計算	18
3.1 計算条件	18
3.2 (x, y) 系計算モデルによる計算結果	18
3.3 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果	19
3.4 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果	19
3.5 考察	20

第4章	砕波減衰に関する取り扱い	22
4.1	平衡スペクトルの導入	22
4.2	エネルギー散逸のモデル化	24
第5章	結 論	27

第1章 緒 論

1.1 研究の背景

海岸施設構造物の設計においては、その構造物に作用する波の特性を正確に推定することが重要である。風によって起こされた波は、浅海域を伝播する過程で海底地形や周囲地形の影響を受け、その波高や波向等が変化する。このような波浪の変形には、水深が浅くなることによって生じる浅水変形、波速が場所的に変化するによって生じる屈折変形、さらには、波高が増大しすぎると波が砕けることによる碎波変形がある。これ以外にも、周囲の地形あるいは海岸・港湾構造物によって波の進行が遮られることによって生じる反射や回折の現象、河川や潮汐の流れによる波浪変形がある。また、実際の海の波は多方向不規則波であるため、波浪変形の計算に当たっては、海の波の多方向不規則性を考慮しておかなければならない。本研究では、流れの影響を考慮した多方向不規則波の波浪変形予測モデルの構築を目指すものである。

1.2 波浪変形計算法の種類

波浪変形計算に用いられる数値予測モデルは、表 1.1 ^[1]のようなものが挙げられる。本研究のように、流れの影響を考慮できるモデルとしては、波向線法、エネルギー平衡方程式、緩勾配方程式、ブシネスク方程式を用いた予測モデルがある。以下に各数値予測モデルの特徴を述べる。

(1) 波向線法

波向線法は、進行波を対象にし、海底勾配が非常に緩やかで反射が起きないという仮定と波の進行方向に波の全エネルギーが運ばれるという仮定のもとに、次式を

基本式としている．

$$\nabla(EC_g) = 0 \quad (1.1)$$

ここに， $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ なる勾配ベクトル， E は単位面積当たりの波のエネルギー， C_g は群速度ベクトルであり，次式のように表される．

$$\begin{aligned} E &= \frac{\rho g H^2}{8} \\ C_g &= (C_g \cos \theta, C_g \sin \theta) \\ C_g &= \frac{d\sigma}{dk} = \frac{C}{2} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right] \end{aligned} \quad (1.2)$$

また， x と y は平面座標， H と θ はそれぞれ波高と x 軸の正方向から反時計回りに測った波向角， C ， k および σ はそれぞれ波速，波数および角周波数， h は水深である．

図 1.1 に示すような波向線間の領域を考える．群速度の方向は波向線に接する方向になり，波向線を横切るエネルギーフラックスが無い条件より，式 (1.1) は次式のように書き直すことができる．

$$\frac{\partial(EC_gb)}{\partial s} = 0 \quad (1.3)$$

ここに， s は波向線に沿う長さ， b は波向線間の幅で海底地形によって変化する．

式 (1.3) の波向線法では，沖から進入してくる波の海底地形による波向線の変化を求めることによって，波高の変化を計算することができる．ただし，波向線を横切る波のエネルギーフラックスが無いと仮定しているため，波向線が交差するところでは波高が無限大になって，実際の現象と合わないことが起こる．

また，実際の海の波は波向および周期の異なる多くの規則波の重なり合わさった多方向不規則波である．したがって，規則波の屈折計算から波高が大きくなる地点の推定はできるが，波向線が交差するところでは不規則波としての波高の水深変化までは推定することはできない．

(2) 緩勾配方程式法

振幅による位相変化を考慮した波浪変形理論として，Berkoff (1972)^[2] によって提案された次式の緩勾配方程式がある．

$$\nabla(CC_g \nabla \zeta) + k^2 CC_g \zeta = 0 \quad (1.4)$$

屈折および回折が同時に生起する場合について，この方程式を用いた解析が多く行われるようになってきている．

式(1.4)の緩勾配方程式は楕円型方程式になっているため，これを解くに当たっては，対象とする領域における周囲の境界条件を全て与えなくてはならない．しかしながら，沖合から岸側に向かって進む波は途中で砕波の影響を受けるため，境界条件を設定することができない．

この問題点を解決するために，Radder (1979)^[3]は，splitting matrix を使い， x 軸方向に進行する波を考え，式(1.4)の楕円型方程式を放物型方程式に近似することにより，次式の放物型波動方程式を求めている．

$$2ikCC_g\zeta_x + (CC_g\zeta_y)_y + \{i(kCC_g)_x + 2k^2CC_g\}\zeta = 0 \quad (1.5)$$

この式においては， $\zeta_x = ik$ のような近似とともに，進行波とは逆方向に進む反射波は無視されている．波はほぼ x 軸方向に進行すると仮定しているため，進行方向が x 軸からずれてくると近似精度が悪くなる(西村，1989^[4])．ただし，式(1.5)の放物型方程式は沖側から波の進行方向に逐次計算できるため，沿岸部での境界条件を設定しなくてよい利点がある．

しかし，反射波が存在する場合は計算ができないことや，位相変化と波高変化を同時に解くため，計算格子間隔を波長の $1/8 \sim 1/10$ 程度に細かくしなければならないため，大領域における波浪の変形には適用が難しいという欠点もある．

(3) エネルギー平衡方程式法

海の波のような多方向不規則波に対する計算方法として用いられているものに，エネルギー平衡方程式法がある．この方法は，微小領域内に流出入するエネルギーフラックスの連続性と波の屈折による波向変化に伴うエネルギーフラックスの連続性を仮定する，次式のエネルギー平衡方程式を基本とする．

$$\frac{\partial(v_x S)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y S)}{\partial y} + \frac{\partial(v_\theta S)}{\partial \theta} = 0 \quad (1.6)$$

ここに,

$$\begin{aligned} v_x &= C_g \cos \theta \\ v_y &= C_g \sin \theta \\ v_\theta &= \frac{C_g}{C} \left(\sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial C}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

S は波の方向スペクトル, C_g は波の群速度, θ は x 軸の正方向から反時計回りに測った波向角である.

式 (1.6) の左辺第 1 項と第 2 項は浅水変形による波高変化を示し, 第 3 項が屈折による波高変化を示している. また, 式 (1.6) は定常状態におけるエネルギーの平衡性を示しており, エネルギーの損失はないと仮定している.

式 (1.6) は 1 階微分の方程式であるため, 沖側から波の進行方向に向けて計算を進めることができる. そこで, 沖側境界では入射波のスペクトルを与え, 側方境界では 1 つ内側の計算領域内のスペクトルと同じにする (open sea condition) か, エネルギーが常に流出するといった条件を設定すればよい. 波向としては, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ の条件のもとに, x 軸の正方向, つまり, 岸方向に伝播し, 沖側方向には伝播する成分波はないと仮定する. このように仮定することによって波のスペクトルを順次沖側から求めていくことができる. そのため, x 軸の正方向を沖波の主方向になるべく一致させ, $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ の条件を越える波のエネルギーが小さくなるようにする必要がある.

式 (1.6) は位相平均量の変化を対象とするので, 格子間隔を大きくとることができ, 大領域における波浪変形を計算することが可能である. 一方, 平均化により位相情報がないために, 反射や回折効果が考慮できない欠点がある. しかし, 反射を考慮した計算法を高山ら (1991)^[5]が開発している. また, 回折よりも不規則性の方が重要であったり, 数値計算における数値分散が結果として実現象と対応したりするというにより, 理論的な適用範囲を超えて穏当な結果を与えることが多い.

(4) ブシネスク方程式

ブシネスク方程式は, 弱非線形・弱分散性を考慮した方程式系であり, 浅海域における波浪の基本的な変形 (浅水変形, 屈折, 回折, 反射) を表現可能な計算モデルで

ある．一般にブシネスク方程式の計算法は，2つに大別される．一つは差分法による直接的な数値解法である．この手法は，各種の海岸構造物を含む任意地形上の波浪変形への適用が容易である．もう一つはスペクトル法に基づく方法であり，諸量を周波数についてフーリエ級数展開することによって得られる方程式を解く方法である．スペクトルモデルを用いると，比較的少ない格子点数で精度の良い計算が可能となるが，一方で反射波を考慮できないことにより，海岸・港湾構造物が複雑に配置された領域への適用は困難となる．ブシネスク方程式は，浅海域での波浪の分散特性を良く記述するが，深海域における波浪の分散特性の表現には限界がある．このため，計算領域は水深が比較的浅い，あるいは波長が比較的長い領域に限定される．一方で，波浪計算においては，水深が比較的深い領域に入射境界を設定し，そこで入射波の条件を与えることが多い．このため，ブシネスク方程式の深海条件下での分散特性を改善するために，Madsen ら (1991)^[6]や Nwogu (1993)^[7]が提案した修正ブシネスク方程式がある．ブシネスク方程式による数値計算においては，計算格子を小さく取らなければならず，大領域の波浪変形予測計算には適用できない．

1.3 研究の目的

流れの場における砕波変形を考慮した数値予測モデルは，これまでに発表されていないため，本研究は大領域での計算に適した波作用量平衡方程式を基本式とし，水深変化および流れの影響に加え，砕波を考慮した数値予測モデルの開発を目指したものである．

第2章 流れを考慮した位相平均波浪変形モデルの計算法

2.1 独立変数が平面位置座標のみの場合

2.1.1 基礎式

Bretherton and Garrett (1968)^[8]は、流れの場合においては、波作用量 $N = E/\sigma$ が保存されることを示した。ここで、 E は波のエネルギー、 σ は流れに相対的な角周波数であり、以下の式で求められる。

$$\sigma = \omega - \vec{k} \cdot \vec{U} \quad (2.1)$$

$$\sigma^2 = g \left| \vec{k} \right| \tanh \left| \vec{k} \right| h \quad (2.2)$$

ここで、 ω は流れの無い場合の絶対角周波数、 \vec{U} は流れの流速ベクトル、 \vec{k} は波数ベクトル、 h は水深である。

波作用量の保存則 (波作用量平衡方程式) は、次式で表される。

$$\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} + \frac{\partial(C_y N)}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

ここで、 C_x, C_y は次式の関係で表される。

$$C_x = C_g \cos \theta + U \quad (2.4)$$

$$C_y = C_g \sin \theta + V \quad (2.5)$$

また、 θ は波の伝播方向角であり、次式の波数の非回転の式より求められる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \sin \theta \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \cos \theta \right) = 0 \quad (2.6)$$

C_g は群速度、 (U, V) は流れの流速成分である。式 (2.3) の独立変数は平面位置座標の (x, y) であり、 $(U, V), C_g, \sigma, \theta, E$ は (x, y) に対して求められる。

本節の基礎式 (2.3) に基づく計算モデルは、以後 (x, y) 系計算モデルと称する。

2.1.2 数値計算法

Dalrymple(1986)^[9]は、次のような計算法を提案した。

$A = k \sin \theta$ において式 (2.6) を次式のように表す。

$$\frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial B}{\partial y} = 0 \quad (2.7)$$

ここで、 B は以下のように定義される。

$$B = k \cos \theta = \sqrt{k^2 - A^2} \quad (2.8)$$

式 (2.7) を、図 2.1 で示す点において差分化すると、

$$\left(\frac{\partial B}{\partial y} \right)_{i+1/2,j} \approx \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial B}{\partial y} \right)_{i,j} + \left(\frac{\partial B}{\partial y} \right)_{i+1,j} \right] \quad (2.9)$$

となる。式 (2.9) の右辺をテイラー展開し、2 次項を無視すると、

$$\left(\frac{\partial B}{\partial y} \right)_{i+1/2,j} = \frac{1}{2\Delta y} (B_{i,j+1} - B_{i,j} + B_{i+1,j} - B_{i+1,j-1}) \quad (2.10)$$

$$A_{i+1,j} = A_{i,j} + \frac{\Delta x}{2\Delta y} (B_{i,j+1} - B_{i,j} + B_{i+1,j} - B_{i+1,j-1}) \quad (2.11)$$

となる。ここで、 $B_{i+1,j}$ が未知であるため、上式は代数的には解けない。そのため、式 (2.8) の関係式を用い、繰り返し計算により A と B を求める。

波向は以下の式で求める。

$$\theta_{i,j} = \tan^{-1} \left(\frac{A_{i,j}}{B_{i,j}} \right) \quad (2.12)$$

次に、式 (2.3) において $C = C_x N$ 、 $D = C_y N$ として、同様に差分化すると、

$$C_{i+1,j} = C_{i,j} - \frac{\Delta x}{2\Delta y} (D_{i,j+1} - D_{i,j} + D_{i+1,j} - D_{i+1,j-1}) \quad (2.13)$$

が得られる。上式も $D_{i+1,j}$ が未知であるため、代数的に解けない。そこで、以下の近似式を使って求める。

$$C_{i+1,j} = \frac{C_{i,j} + r(D_{i+1,j-1} - D_{i,j+1} + D_{i,j})}{1 + r \left(\frac{V_{i+1,j} + C_{g_{i+1,j}} \sin \theta_{i+1,j}}{U_{i+1,j} + C_{g_{i+1,j}} \cos \theta_{i+1,j}} \right)} \quad (2.14)$$

波高は以下の式を用いて算出する。

$$H_{i,j} = \left(\frac{8C_{i,j}\sigma}{\rho g (U_{i,j} + C_{g_{i,j}} \cos \theta_{i,j})} \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

2.2 独立変数が平面位置座標および伝播方向角の場合

2.2.1 基礎式

独立変数が平面位置座標および伝播方向角の場合の保存則は、次式で表される。

$$\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} + \frac{\partial(C_y N)}{\partial y} + \frac{\partial(C_\theta N)}{\partial \theta} = 0 \quad (2.16)$$

ここで、 C_x, C_y は式 (2.4) および式 (2.5) で表される。 C_θ は θ 方向の伝播速度で、以下に示す誘導によって求められる。

波数の連続式

$$\frac{\partial \vec{k}}{\partial t} + \nabla \omega = 0 \quad (2.17)$$

に、式 (2.1) の関係を代入すると、

$$\frac{\partial \vec{k}}{\partial t} + \nabla(\sigma + \vec{k} \cdot \vec{U}) = \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} + \nabla \sigma + \nabla(\vec{k} \cdot \vec{U}) = 0 \quad (2.18)$$

のようになる。式 (2.18) を x 成分について整理すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_x}{\partial t} + C_{gx} \frac{\partial k_x}{\partial x} + C_{gy} \frac{\partial k_x}{\partial y} + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial x} \\ + U \frac{\partial k_x}{\partial x} \bigg|_k + k_x \frac{\partial U}{\partial x} \bigg|_k + V \frac{\partial k_y}{\partial x} \bigg|_k + k_y \frac{\partial V}{\partial x} \bigg|_k + U \frac{\partial k_x}{\partial x} + V \frac{\partial k_y}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

となる。ここで

$$\frac{\partial k_y}{\partial x} = \frac{\partial k_x}{\partial y}, \quad U \frac{\partial k_x}{\partial x} \bigg|_k = 0, \quad V \frac{\partial k_y}{\partial x} \bigg|_k = 0 \quad (2.20)$$

の関係がある。上の関係式を式 (2.19) に代入すると

$$\frac{\partial k_x}{\partial t} + (C_{gx} + U) \frac{\partial k_x}{\partial x} + (C_{gy} + V) \frac{\partial k_x}{\partial y} + k_x \frac{\partial U}{\partial x} \bigg|_k + k_y \frac{\partial V}{\partial x} \bigg|_k + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (2.21)$$

が得られる。同様に、 y 成分について書くと、

$$\frac{\partial k_y}{\partial t} + (C_{gx} + U) \frac{\partial k_y}{\partial x} + (C_{gy} + V) \frac{\partial k_y}{\partial y} + k_x \frac{\partial U}{\partial y} \bigg|_k + k_y \frac{\partial V}{\partial y} \bigg|_k + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \quad (2.22)$$

となる． θ が陽な形に表れるように，

$$k_x = k \cos \theta \quad k_y = k \sin \theta \quad C_{gx} = C_g \cos \theta \quad C_{gy} = C_g \sin \theta \quad (2.23)$$

と表わす．上式を，式 (2.21) および式 (2.22) に代入して変形すると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} \cos \theta - k \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \frac{\partial k_x}{\partial x} + (C_g \sin \theta + V) \frac{\partial k_x}{\partial y} \\ = -k_x \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_k - k_y \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_k - \frac{\partial \sigma}{\partial h} \Big|_k \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} \sin \theta + k \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \frac{\partial k_y}{\partial x} + (C_g \sin \theta + V) \frac{\partial k_y}{\partial y} \\ = -k_x \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_k - k_y \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_k - \frac{\partial \sigma}{\partial h} \Big|_k \frac{\partial h}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.25)$$

が得られる．式 (2.24) $\times \sin \theta$ - 式 (2.25) $\times \cos \theta$ の演算を行うと

$$\begin{aligned} -k \frac{\partial \theta}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \sin \theta \frac{\partial k_x}{\partial x} - (C_g \cos \theta + U) \cos \theta \frac{\partial k_y}{\partial x} \\ + (C_g \sin \theta + V) \sin \theta \frac{\partial k_x}{\partial y} - (C_g \sin \theta + V) \cos \theta \frac{\partial k_y}{\partial y} \\ = \left(-k_x \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_k - k_y \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_k - \frac{\partial \sigma}{\partial h} \Big|_k \frac{\partial h}{\partial x} \right) \sin \theta \\ - \left(-k_x \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_k - k_y \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_k - \frac{\partial \sigma}{\partial h} \Big|_k \frac{\partial h}{\partial y} \right) \cos \theta \end{aligned} \quad (2.26)$$

となる．式 (2.26) における波数成分の微分にも， θ が陽に出るように変形する．まず，以下の関係式

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_x}{\partial x} &= \frac{\partial k \cos \theta}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} \cos \theta - k \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial k_y}{\partial x} &= \frac{\partial k \sin \theta}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} \sin \theta + k \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial k_x}{\partial y} &= \frac{\partial k \cos \theta}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} \cos \theta - k \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \frac{\partial k_y}{\partial y} &= \frac{\partial k \sin \theta}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} \sin \theta + k \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.27)$$

を使って式 (2.26) の各項を変形すると ,

$$\begin{aligned}
\text{第2項} &= (C_g \cos \theta + U) \sin \theta \left(\frac{\partial k}{\partial x} \cos \theta - k \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \\
&= C_g \cos^2 \theta \sin \theta \frac{\partial k}{\partial x} - C_g k \cos \theta \sin^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + U \frac{\partial k}{\partial x} \sin \theta \cos \theta - U k \sin^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\
\text{第3項} &= -(C_g \cos \theta + U) \cos \theta \left(\frac{\partial k}{\partial x} \sin \theta + k \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \\
&= -C_g \cos^2 \theta \sin \theta \frac{\partial k}{\partial x} - C_g k \cos^3 \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - U \frac{\partial k}{\partial x} \sin \theta \cos \theta - U k \cos^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} \\
\text{第4項} &= (C_g \sin \theta + V) \sin \theta \left(\frac{\partial k}{\partial y} \cos \theta - k \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \\
&= C_g \sin^2 \theta \cos \theta \frac{\partial k}{\partial y} - C_g k \sin^3 \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} + V \frac{\partial k}{\partial y} \sin \theta \cos \theta - V k \sin^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \\
\text{第5項} &= -(C_g \sin \theta + V) \cos \theta \left(\frac{\partial k}{\partial y} \sin \theta - k \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \\
&= -C_g \sin^2 \theta \cos \theta \frac{\partial k}{\partial y} - C_g k \sin \theta \cos^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial y} - V \frac{\partial k}{\partial y} \sin \theta \cos \theta - V k \cos^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial y}
\end{aligned} \tag{2.28}$$

となる . 式 (2.28) の各微分の項をまとめると , 式 (2.26) は

$$\begin{aligned}
&-k \frac{\partial \theta}{\partial t} - (k C_g \cos \theta + U k) \frac{\partial \theta}{\partial x} - (k C_g \sin \theta + V k) \frac{\partial \theta}{\partial y} \\
&= -k \cos \theta \sin \theta \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_k - k \sin^2 \theta \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_k + k \cos^2 \theta \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_k + k \sin \theta \cos \theta \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_k \\
&\quad - \sin \theta \frac{\partial \sigma}{\partial h} \Big|_k \frac{\partial h}{\partial x} + \cos \theta \frac{\partial \sigma}{\partial y} \Big|_k \frac{\partial h}{\partial y}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

となる . ここで , 左辺を

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + C_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + C_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \tag{2.30}$$

の関係より置き換え ,

$$\frac{\partial \sigma}{\partial h} = \frac{gk^2}{2\sigma \cosh^2 kh} = \frac{k\sigma}{\sinh 2kh} \tag{2.31}$$

の関係を代入し整理すると ,

$$\begin{aligned}
C_\theta = \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\sigma}{\sinh 2kh} \left(\sin \theta \frac{\partial h}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\
&\quad + \left(\cos \theta \sin \theta \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_k - \cos^2 \theta \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_k + \sin^2 \theta \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_k - \sin \theta \cos \theta \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_k \right)
\end{aligned} \tag{2.32}$$

が得られる．また， k および σ は式 (2.1) および式 (2.2) より求められる．

本節の基礎式 (2.16) に基づく計算モデルは，以後 (x, y, θ) 系計算モデルと称する．

2.2.2 数値計算法

図 2.2 および図 2.3 で示す 印の地点での波作用量と，矢印で示した伝播速度の定義点の元で，一次風上差分を用いて式 (2.16) を差分化すると，以下の式が得られる．

$$A_1 N_n^{ijk} + A_2 N_n^{i(j-1)k} + A_3 N_n^{i(j+1)k} + A_4 N_n^{ij(k-1)} + A_5 N_n^{ij(k+1)} = -B N_n^{(i-1)jk} \quad (2.33)$$

ここで， i および j はそれぞれ x 軸および y 軸方向の格子番号， k は波向番号， n は周波数番号を表し， $A_1 \sim A_5$ および B は次のように表される．

$$A_1 = C_{x_n}^{(i+1)jk} / \delta x + \begin{cases} C_{y_n}^{i(j+1)k} / \delta y & (C_{y_n}^{i(j+1)k} \geq 0) \\ -C_{y_n}^{ijk} / \delta y & (C_{y_n}^{ijk} < 0) \end{cases} + \begin{cases} C_{\theta_n}^{ij(k+1)} / \delta \theta & (C_{\theta_n}^{ijk} \geq 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} \geq 0) \\ 0 & (C_{\theta_n}^{ijk} \geq 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} < 0) \\ (C_{\theta_n}^{ij(k+1)} - C_{\theta_n}^{ijk}) / \delta \theta & (C_{\theta_n}^{ijk} < 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} \geq 0) \\ -C_{\theta_n}^{ijk} / \delta \theta & (C_{\theta_n}^{ijk} < 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} < 0) \end{cases} \quad (2.34)$$

$$A_2 = \begin{cases} -C_{y_n}^{ijk} / \delta y & (C_{y_n}^{ijk} \geq 0) \\ 0 & (C_{y_n}^{ijk} < 0) \end{cases} \quad (2.35)$$

$$A_3 = \begin{cases} 0 & (C_{y_n}^{i(j+1)k} \geq 0) \\ C_{y_n}^{i(j+1)k} / \delta y & (C_{y_n}^{i(j+1)k} < 0) \end{cases} \quad (2.36)$$

$$A_4 = \begin{cases} -C_{\theta_n}^{ijk}/\delta\theta & (C_{\theta_n}^{ijk} \geq 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} \geq 0) \\ -C_{\theta_n}^{ijk}/\delta\theta & (C_{\theta_n}^{ijk} \geq 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} < 0) \\ 0 & (C_{\theta_n}^{ijk} < 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} \geq 0) \\ 0 & (C_{\theta_n}^{ijk} < 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} < 0) \end{cases} \quad (2.37)$$

$$A_5 = \begin{cases} 0 & (C_{\theta_n}^{ijk} \geq 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} \geq 0) \\ C_{\theta_n}^{ij(k+1)}/\delta\theta & (C_{\theta_n}^{ijk} \geq 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} < 0) \\ 0 & (C_{\theta_n}^{ijk} < 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} \geq 0) \\ C_{\theta_n}^{ij(k+1)}/\delta\theta & (C_{\theta_n}^{ijk} < 0, C_{\theta_n}^{ij(k+1)} < 0) \end{cases} \quad (2.38)$$

$$B = -C_{x_n}^{ijk}/\delta x \quad (2.39)$$

ここで, δx および δy は x 軸および y 軸方向の格子間隔であり, $\delta\theta$ は方向角分割幅である.

式 (2.33) の右辺の $N_n^{(i-1)jk}$ は既知であり, 周波数成分 n に対して, $j = 1 \sim J, k = 1 \sim K$ の $J \times K$ 個の連立方程式を解くことによって, N_n^{ijk} を求めることができる. すなわち, 沖波条件として所定方向スペクトルを与え, 境界条件を考慮して前進的に N_n^{ijk} を求めていく. 計算された N_n^{ijk} を用いて, 有義波高 $H_{1/3}$, 有義波周期 $T_{1/3}$, 平均波向 $\bar{\theta}$ を以下の式で求める.

$$H_{1/3} = 4.0\sqrt{m_0} \quad (2.40)$$

$$T_{1/3} = T_0\sqrt{m_0/m_2/\overline{T_0}} \quad (2.41)$$

$$\bar{\theta} = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \theta_k S_n^{ijk}/m_0 \quad (2.42)$$

ここで,

$$S_n^{ijk} = N_n^{ijk} \cdot \sigma_n \quad (2.43)$$

$$m_m = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K f_n^m S_n^{ijk} \quad (2.44)$$

である． T_0 および $\overline{T_0}$ はそれぞれ沖波の有義波周期と平均周期である．沖波の平均周期は，入力した沖波のスペクトル $S_0(f, \theta)$ を用いて，次式で計算した．

$$\overline{T_0} = \left[\int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_0(f, \theta) df d\theta / \int_0^\infty \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f^2 S_0(f, \theta) df d\theta \right]^{1/2} \quad (2.45)$$

計算領域内の全ての格子に対して，計算格子条件を与えることによって，側方境界や陸上境界等の境界条件を与えた．計算格子条件は，高山ら(1991)^[5]の方法を用いる．

2.3 独立変数が平面位置座標，伝播方向角および相対角周波数の場合

2.3.1 基礎式

独立変数が平面位置座標，伝播方向角および相対角周波数の場合の保存則は，次式で表される．

$$\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} + \frac{\partial(C_y N)}{\partial y} + \frac{\partial(C_\theta N)}{\partial \theta} + \frac{\partial(C_\sigma N)}{\partial \sigma} = 0 \quad (2.46)$$

ここで， C_x, C_y, C_θ は式(2.4)，式(2.5)，式(2.32)で表される． C_σ は相対角周波数の伝播速度で，以下のように求められる．

式(2.1)を時間で微分し，波数の連続式である式(2.17)の關係を使うと，

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial t} - \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} \cdot \vec{U} - \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \omega \cdot \vec{U} - \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \quad (2.47)$$

となる．ここで，分散關係式である式(2.2)より σ は $\vec{k} = (k_x, k_y)$ と h の関数であることと， $\nabla \omega \cdot \vec{U} = (\vec{U} \cdot \nabla) \omega$ の關係を用いて，式(2.47)の左辺を変形すると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma}{\partial k_x} \bigg|_h \frac{\partial k_x}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial k_y} \bigg|_h \frac{\partial k_y}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} = C_{gx} \frac{\partial k_x}{\partial t} + C_{gy} \frac{\partial k_y}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} \\ &= \vec{C}_g \cdot \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} = -(\vec{C}_g \cdot \nabla) \omega + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.48)$$

となる．すなわち，式(2.47)および式(2.48)より，

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \left\{ (\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla \right\} \omega = \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \quad (2.49)$$

が得られる．式 (2.1) の関係を上式に代入して， ω を消去すると，

$$\frac{\partial(\sigma + \vec{k} \cdot \vec{U})}{\partial t} + \{(\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla\} (\sigma + \vec{k} \cdot \vec{U}) = \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} + \vec{k} \cdot \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \quad (2.50)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} \cdot \vec{U} + \{(\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla\} (\vec{k} \cdot \vec{U}) = \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.51)$$

が得られる．ここで，

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \{(\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla\} \sigma \quad (2.52)$$

の關係を用いた．また， $\frac{\partial \vec{k}}{\partial t}$ を式 (2.21) および式 (2.22) を使って書きかえると，

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} - U \left\{ (C_{g1} + U) \frac{\partial k_x}{\partial x} + (C_{g2} + V) \frac{\partial k_x}{\partial y} + k_x \frac{\partial U}{\partial x} \bigg|_k + k_y \frac{\partial V}{\partial x} \bigg|_k + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial x} \right\} \\ - V \left\{ (C_{g1} + U) \frac{\partial k_y}{\partial x} + (C_{g2} + V) \frac{\partial k_y}{\partial y} + k_x \frac{\partial U}{\partial y} \bigg|_k + k_y \frac{\partial V}{\partial y} \bigg|_k + \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial y} \right\} \\ + \{(\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla\} (\vec{k} \cdot \vec{U}) = \frac{\partial \sigma}{\partial h} \bigg|_k \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.53)$$

となる．上式の左辺第4項目を成分で書くと，

$$\begin{aligned} \{(\vec{C}_g + \vec{U}) \cdot \nabla\} (\vec{k} \cdot \vec{U}) = (C_{g1} + U) \left(\frac{\partial k_x}{\partial x} U + k_x \frac{\partial U}{\partial x} \bigg|_k + \frac{\partial k_y}{\partial x} V + k_y \frac{\partial V}{\partial x} \bigg|_k \right) \\ + (C_{g2} + V) \left(\frac{\partial k_x}{\partial y} U + k_x \frac{\partial U}{\partial y} \bigg|_k + \frac{\partial k_y}{\partial y} V + k_y \frac{\partial V}{\partial y} \bigg|_k \right) \end{aligned} \quad (2.54)$$

である．したがって，式 (2.23) と $\frac{\partial \sigma}{\partial h} = \frac{k\sigma}{\sinh 2kh}$ の関係を代入し整理すると，式 (2.53) は，

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{k\sigma}{\sinh 2kh} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} + V \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ - C_g \left(k \cos^2 \theta \frac{\partial U}{\partial x} \bigg|_k + k \cos \theta \sin \theta \frac{\partial V}{\partial x} \bigg|_k + k \sin \theta \cos \theta \frac{\partial U}{\partial y} \bigg|_k + k \sin^2 \theta \frac{\partial V}{\partial y} \bigg|_k \right) \end{aligned} \quad (2.55)$$

となる． k は式 (2.2) より求められる．

本節の基礎式 (2.46) に基づく計算モデルは，以後 (x, y, θ, σ) 系計算モデルと称する．

2.3.2 数値計算法

図 2.2 , 図 2.3 および図 2.4 で示す 印の地点での波作用量と , 矢印で示した伝播速度の定義点の元で , 一次風上差分を用いて式 (2.46) を差分化すると , 以下の式が得られる .

$$A_1 N^{ijkn} + A_2 N^{i(j-1)kn} + A_3 N^{i(j+1)kn} + A_4 N^{ij(k-1)n} + A_5 N^{ij(k+1)n} + A_6 N^{ijk(n-1)} + A_7 N^{ijk(n+1)} = -B N^{(i-1)jkn} \quad (2.56)$$

ここで , i および j はそれぞれ x 軸および y 軸方向の格子番号 , k は波向番号 , n は周波数番号を表し , $A_1 \sim A_7$ および B は次のようである .

$$A_1 = C_x^{(i+1)jkn} / \delta x + \begin{cases} C_y^{i(j+1)kn} / \delta y & (C_y^{i(j+1)kn} \geq 0) \\ -C_y^{ijkn} / \delta y & (C_y^{ijkn} < 0) \end{cases} + \begin{cases} C_\theta^{ij(k+1)n} / \delta \theta & (C_\theta^{ijkn} \geq 0, C_\theta^{ij(k+1)n} \geq 0) \\ 0 & (C_\theta^{ijkn} \geq 0, C_\theta^{ij(k+1)n} < 0) \\ (C_\theta^{ij(k+1)n} - C_\theta^{ijkn}) / \delta \theta & (C_\theta^{ijkn} < 0, C_\theta^{ij(k+1)n} \geq 0) \\ -C_\theta^{ijkn} / \delta \theta & (C_\theta^{ijkn} < 0, C_\theta^{ij(k+1)n} < 0) \end{cases} + \begin{cases} C_\sigma^{ijk(n+1)} / \delta \sigma & (C_\sigma^{ijkn} \geq 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} \geq 0) \\ 0 & (C_\sigma^{ijkn} \geq 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} < 0) \\ (C_\sigma^{ijk(n+1)} - C_\sigma^{ijkn}) / \delta \sigma & (C_\sigma^{ijkn} < 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} \geq 0) \\ -C_\sigma^{ijkn} / \delta \sigma & (C_\sigma^{ijkn} < 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} < 0) \end{cases} \quad (2.57)$$

$$A_2 = \begin{cases} -C_y^{ijkn} / \delta y & (C_y^{ijkn} \geq 0) \\ 0 & (C_y^{ijkn} < 0) \end{cases} \quad (2.58)$$

$$A_3 = \begin{cases} 0 & (C_y^{i(j+1)kn} \geq 0) \\ C_y^{i(j+1)kn} / \delta y & (C_y^{i(j+1)kn} < 0) \end{cases} \quad (2.59)$$

$$A_4 = \begin{cases} -C_\theta^{ijkn}/\delta\theta & (C_\theta^{ijkn} \geq 0, C_\theta^{ij(k+1)n} \geq 0) \\ -C_\theta^{ijkn}/\delta\theta & (C_\theta^{ijkn} \geq 0, C_\theta^{ij(k+1)n} < 0) \\ 0 & (C_\theta^{ijkn} < 0, C_\theta^{ij(k+1)n} \geq 0) \\ 0 & (C_\theta^{ijkn} < 0, C_\theta^{ij(k+1)n} < 0) \end{cases} \quad (2.60)$$

$$A_5 = \begin{cases} 0 & (C_\theta^{ijkn} \geq 0, C_\theta^{ij(k+1)n} \geq 0) \\ C_\theta^{ij(k+1)n}/\delta\theta & (C_\theta^{ijkn} \geq 0, C_\theta^{ij(k+1)n} < 0) \\ 0 & (C_\theta^{ijkn} < 0, C_\theta^{ij(k+1)n} \geq 0) \\ C_\theta^{ij(k+1)n}/\delta\theta & (C_\theta^{ijkn} < 0, C_\theta^{ij(k+1)n} < 0) \end{cases} \quad (2.61)$$

$$A_6 = \begin{cases} -C_\sigma^{ijkn}/\delta\sigma & (C_\sigma^{ijkn} \geq 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} \geq 0) \\ -C_\sigma^{ijkn}/\delta\sigma & (C_\sigma^{ijkn} \geq 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} < 0) \\ 0 & (C_\sigma^{ijkn} < 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} \geq 0) \\ 0 & (C_\sigma^{ijkn} < 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} < 0) \end{cases} \quad (2.62)$$

$$A_7 = \begin{cases} 0 & (C_\sigma^{ijkn} \geq 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} \geq 0) \\ C_\sigma^{ijk(n+1)}/\delta\sigma & (C_\sigma^{ijkn} \geq 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} < 0) \\ 0 & (C_\sigma^{ijkn} < 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} \geq 0) \\ C_\sigma^{ijk(n+1)}/\delta\sigma & (C_\sigma^{ijkn} < 0, C_\sigma^{ijk(n+1)} < 0) \end{cases} \quad (2.63)$$

$$B = -C_x^{ijkn}/\delta x \quad (2.64)$$

ここで, δx および δy は x 軸および y 軸方向の格子間隔であり, $\delta\theta$ および $\delta\sigma$ はそれぞれ方向角分割幅, 周波数分割幅である.

式 (2.56) の右辺の $N^{(i-1)jkn}$ は既知であり, x 軸方向格子番号 i に対して, $j = 1 \sim J, k = 1 \sim K, n = 1 \sim N$ の $J \times K \times N$ 個の連立方程式を解くことによって, N^{ijkn} を求

めることができる．すなわち，沖波条件として所定の方角スペクトルを与え，境界条件を考慮して前進的に N^{ijkn} を求めていく．計算された N^{ijkn} を用いて，有義波高 $H_{1/3}$ ，有義波周期 $T_{1/3}$ ，平均波向 $\bar{\theta}$ を式 (2.40) ~ 式 (2.45) を用いて求める．

計算格子条件は， (x, y, θ) 系計算モデル同様，高山ら (1991)^[5] の方法を用いる．

第3章 離岸流場での波浪変形計算

3.1 計算条件

計算領域は東西 1200m , 南北に 800m とした . 海底地形は , 流れのみの影響を調べるため , 水深が $h = 25\text{m}$ の一定の場合と , 流れと水深変化の影響を同時に受ける波浪変形を調べるために , 西の境界 $x = 0\text{m}$ における水深が 25m , 東の境界 $x = 1200\text{m}$ における水深が 1m で , その間は海底地形が一様に変化する 2 種類を想定した .

流れの場は離岸流を模したもので , $y = 400\text{m}$ における測線上で最大流速が現れる . 流れのベクトル図を図 3.1 に示す . ここでは , 流れの大きさは最大流速が 1m/s であり , 砕波が生じない条件を設定した .

波は西から東へ入射させる . 西側境界条件として , Bretshneider-光易型スペクトル , 方向関数は光易型方向関数 ($S_{max} = 25$) を有する , 沖波有義波高 $H_{1/3} = 1\text{m}$, 沖波有義波周波数 $T_{1/3} = 10\text{s}$ の多方向不規則波を与えた .

計算に当たっては , 格子間隔 $\delta x = \delta y = 10\text{m}$, 周波数分割数 $N = 10$ (等エネルギー分割) , 方向角分割数 $K = 36$ ($-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) とした .

3.2 (x, y) 系計算モデルによる計算結果

始めに規則波に対して計算を行った . 水深が一定の場合と一様勾配地形の場合の計算結果を , それぞれ図 3.2 と図 3.3 に等波高線図として示す . これらの図においては , $x = 400\text{m}$ まで波高の変化が無いため , $x = 400\text{m}$ 以降の計算結果をプロットした . 両ケースとも計算途中で , 波向線が交差するため解が発散してしまう .

不規則波は各周波数成分波に対する計算結果を重ね合わせて求めるため , この方法では解を求めることができないのがわかった .

3.3 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

水深が一定の場合と一様勾配地形の場合の計算結果を、それぞれ図 3.4 と図 3.5 に示す。

水深が一定の場合、流れの向きが x 軸に平行である $y = 400\text{m}$ の測線上へ波が集中し、流速が最大となる $x = 950\text{m}$ 付近で波高が最大となり、等波高線が楕円形になる様子が見られる。また、その両側では、波高が小さくなる様子が見られる。

一様勾配地形の場合、 $y = 400\text{m}$ の測線上へ波が集中し発達しているが、流速が最大となる $x = 950\text{m}$ 付近で波高が最大とならず、岸に向かうほど波高が増大している。

3.4 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

この方程式系モデルによる計算を行うにあたって、同じ方程式系を用いた SWAN [10][11] (Delft University of Technology によって開発された数値予測モデル) による計算も、併せて行った。

(x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果を、水深が一定の条件および一様勾配地形の条件について、それぞれ図 3.6 と図 3.7 に示す。図 3.4 および図 3.5 に示した (x, y, θ) 系計算モデルの計算結果と比較すると、全く同じ波高分布のパターンを示している。図 3.6 の $x = 400\text{m}$ から両外側に伸びている線は、等波高線図を描く際の数値的な誤差によるもので、別のグラフ作成ソフトで描けばなくなる。

次に、SWAN による計算結果を示す。なお、SWAN のプログラムにおいては、南北境界条件はエネルギーが常に流出する条件が用いられており、本研究の計算モデルでは 1 つ内側の領域内の波作用量と同じであるという条件 (open sea condition) を使っているため、SWAN における計算結果に境界条件の影響が現われないようにする必要がある。そのため、SWAN では実際の計算領域を南北に 500m ずつ伸ばして計算を行った。境界条件の影響を調べるために、SWAN と (x, y, θ) 系計算モデルで、流れが無くかつ一様勾配地形の場合の計算を行った。その計算結果をそれぞれ図 3.8 と図 3.9 に示す。SWAN では、境界条件の影響のため等波高線図が曲がっているが、 $y = 400\text{m}$ の測線付近を見れば等波高線はほぼ平行になっている。図 3.10 は、 $y = 400\text{m}$ の測線に沿う波高変化を示した。この図において、 (x, y, θ) 系計算モデルの計算結果

は、微小振幅波理論による浅水変形計算結果と一致する。図 3.10 によると、SWAN による波高変化は理論値より若干小さくなり、 $x=1200\text{m}$ で最大 6.3 % の誤差であった。したがって、計算領域の両端を除けば、境界条件の影響はないものと判断される。

一定水深条件の SWAN による計算結果である図 3.11 を見ると、 (x, y, θ) 系計算モデルの計算結果 (図 3.4) と同様、 $y=400\text{m}$ の測線付近に波が集中して、等波高線図が楕円形状になっている。しかし、 $y=400\text{m}$ の測線上では波は早く減衰している。一様勾配地形条件の計算結果である図 3.12 も、 (x, y, θ) 系計算モデルの計算結果 (図 3.5) と同じ波高分布のパターンを示すものの、 $y=400\text{m}$ の測線上では、波高が周囲のそれに比べて小さくなっているのがわかる。

3.5 考察

ここまでの結果をまとめると、次のようである。

1. (x, y, θ) 系計算モデルと (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果は、一定水深の場合、および一様勾配水深の場合とも良く一致する。
2. SWAN による計算結果も、同様の波高分布のパターンを示すが、 $y=400\text{m}$ の測線上 (逆流が大きな場所) で、波の発達が小さくなるという計算結果が現われた。

ここで、SWAN を用いると $y=400\text{m}$ の測線上で波高が小さくなる原因を考察する。考えられる原因の一つとして、流れにより波高の変化割合が大きくなり、それを抑えるために、プログラム内でのリミッターによる制限が挙げられる。

そこで、流速値を半分にして計算を行った。 (x, y, θ) 系計算モデル、 (x, y, θ, σ) 系計算モデル、SWAN モデルの順序で一定水深の場合の計算結果を図 3.13、図 3.14 および図 3.15 に示す。水深が一様に変化する場合の計算結果を順に、図 3.16、図 3.17 および図 3.18 に示す。これらの計算結果から、流速を小さくしても波の発達が遅くなるだけで、波高分布のパターンは流速が速い時と同じである。

SWAN と本研究の計算モデルによる計算結果の比較は、SWAN では南北に計算領域を 500m ずつ伸ばして中央部分の計算結果が、境界条件の影響が現われないと仮定し計算を行った。しかし、境界条件が厳密には違うため、その影響が出てきてい

るのではないかと考えた。

そこで、 (x, y, θ) 系および (x, y, θ, σ) 系計算モデルで、SWAN と同じ計算領域と境界条件を用いて計算を行った。 (x, y, θ) 系計算モデル、 (x, y, θ, σ) 系計算モデルの順序で、一定水深の場合の計算結果を図 3.19 および図 3.20 に示す。一様勾配地形の場合の計算結果を図 3.21 および図 3.22 に示す。

計算条件が同じであれば、 (x, y, θ) 系計算モデルと (x, y, θ, σ) 系計算モデルの計算結果は全く同じ波高分布のパターンを示す。水深が一定の条件である図 3.19 および図 3.20 では、SWAN の計算結果の図 3.11 に良く似た波高分布のパターンを示しているのが分かる。したがって、図 3.4 および図 3.6 が SWAN の計算結果(図 3.11)と波高分布のパターンが異なるのは、境界条件の違いによって差が出たのが分かる。そのため、SWAN の計算結果と比較するには、同じ計算条件で計算した結果(図 3.19 ~ 図 3.22)を用いなければならない。水深が一様に变化する場合では、SWAN と同じ計算条件で計算した結果(図 3.21 および図 3.22)は、図 3.5 および図 3.7 とは変わらず、SWAN の計算結果(図 3.12)と同じ波高分布のパターンを示す。

ここで SWAN での平面座標の差分化は、二次風上差分を用いているため、本研究の計算法とは厳密には違う。前 version(ver40.01)では一次風上差分を用いているので、前 version を用いて計算した。その結果を図 3.23 および図 3.24 に示す。一次風上差分で計算を行うと、 $y = 400\text{m}$ の測線上の波の発達が小さくなる現象がなくなる。これは、二次風上差分の精度を調べると(付録参照)誤差項に分散の働き 3 階微分が入ってくるため、メッシュをかなり細かく切らないと振動が起こる場合がある。そこで、一様勾配地形の場合で $x = 600\text{m}$ から $\Delta x = 5\text{m}$ 、 $\Delta y = 2.5\text{m}$ とメッシュを細かくして計算した結果を、図 3.25 に示す。メッシュを細かく切ると $y = 400\text{m}$ の測線上の波の発達の遅れが小さくなっているのがわかる。そのため、 $y = 400\text{m}$ 測線上の波の発達の遅れの原因は、差分化の違いによるものと考えられる。

また、一様勾配地形の場合の波向線法による予測結果は、Liu(1983)^[12]、Arthur(1950)^[13] が図 3.19 のような等波高線が楕円形になることを示しているため、SWAN および本研究の計算モデルの計算結果(図 3.12、図 3.21 および図 3.22)と大きく異なる原因を調べる必要がある。

第4章 砕波減衰に関する取り扱い

波は浅水変形によって、波高が増大する。また、水深が一定でも、波の進行方向と逆向きの流れが存在するとき、波は流れによって進行を妨げられ波高が増大する。しかし、波高は無限に増大せず、ある所で砕波する。

こうした砕波減衰の取り扱い法として、本研究では平衡スペクトルの導入によるモデルと、エネルギー散逸のモデル化によるものとが考えられる。

4.1 平衡スペクトルの導入

平衡スペクトルの導入は、風波スペクトルの相似形の研究 (Phillips, 1958^[14]) において、提案された平衡スペクトルの概念を用いるものである。そのスペクトル形は f^{-5} あるいは f^{-4} の形が提案されている。

絶対角周波数と相対角周波数で表わされる、単一方向のエネルギースペクトルの間には、以下の関係式がある。

$$S^e(\omega)d\omega = S^e(\sigma)d\sigma \quad (4.1)$$

ここに、添字の e は平衡スペクトル領域を表わす。Hedges (1981)^[15] は、深海波での $S^e(\omega)$ と $S^e(\sigma)$ の関係を示した。すなわち、式 (2.2) より $k = \frac{\sigma^2}{g}$ となるので、これを式 (2.1) に代入して、

$$\frac{d\omega}{d\sigma} = 1 + \frac{2\sigma U}{g} \quad (4.2)$$

の関係が得られる。よって、

$$S^e(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{2\sigma U}{g}} S^e(\sigma) \quad (4.3)$$

となる．しかし，浅海波では k を厳密に表現できない．Eckart (1951)^[16] は以下の分散関係式の近似式を提案した．

$$\sigma^2 = gk \sqrt{\tanh\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)} \quad (4.4)$$

この関係式から k を求め，式 (2.1) に代入すると，

$$\omega = \sigma + \frac{U}{g} \frac{\sigma^2}{\sqrt{\tanh\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)}} \quad (4.5)$$

が得られる．したがって，

$$\frac{d\omega}{d\sigma} (\equiv D) = 1 + \frac{\sigma U}{g} \left\{ \frac{2}{\sqrt{\tanh\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)}} - \frac{\frac{\sigma^2}{g}h}{\cosh^2\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right) \left[\tanh\left(\frac{\sigma^2}{g}h\right)\right]^{3/2}} \right\} \quad (4.6)$$

となる．平衡スペクトル密度を絶対角周波数 ω で表わすと，次式となる．

$$S^e(\omega, h, U) = \frac{1}{D} S^e(\sigma, h, U) \quad (4.7)$$

ここで， D は式 (4.6) に示されている．従って， $S^e(\sigma, h, U)$ を与え，その後の波高変化を計算し，その計算結果を式 (4.7) で制限することにより，砕波によるエネルギー散逸効果を導入する．

Suh ら (1994)^[17] は， $S^e(\sigma, h, U)$ を次式で示した．

$$S^e(\sigma, h, U) = \alpha g^2 (2\pi)^{-9} \sigma^{-5} \Phi_K(\sigma, h, 0) \cdot \exp\left\{ \ln(\gamma) \exp\left[-\frac{((\sigma/\sigma_p) - 1)^2}{2\sigma_b^2} \right] \right\} \quad (4.8)$$

$$\Phi_K(\sigma, h, U) = \kappa^{-2} \left[1 + \frac{2\omega_d^2 \kappa}{\sinh(2\omega_d^2 \kappa)} \right]^{-1} \quad (4.9)$$

ここに， σ_p はピーク相対角周波数， α ， σ_b は係数， γ は JONSWAP のスペクトルと Pierson-Moskowitz スペクトルの最大エネルギー密度の比である． ω_d は $\sigma(h/g)^{1/2}$ で， $\kappa(\omega_d, y)$ は，以下の式を解くことで求める．

$$\sqrt{\kappa \tanh(\omega_d \kappa)} + y \kappa = 1 \quad (4.10)$$

ここに, $y = \frac{\sigma U}{g} \cos \theta$ である.

式 (4.8) の値と, 計算値とを比較し小さいほうを採用する.

$$S(\sigma, h, U) = \begin{cases} S(\sigma, h, U) & (S < S^e) \\ S^e(\sigma, h, U) & (S \geq S^e) \end{cases} \quad (4.11)$$

しかし, この方法では, 与える平衡スペクトル密度は, 単一方向のスペクトル密度であるため, 多方向不規則波の場合では, 各波向成分波に平衡スペクトル密度値をどのように配分するかといった問題がある.

また, この平衡スペクトルの導入法は, 無限水深あるいは一様水深の場合を考えており, 水深変化の効果を考慮していない. 水深が変化すれば, 浅海域ではスペクトル形は図 4.1^[18]のように, 平衡勾配自体が変化する. そのため, 式 (4.8) で平衡スペクトル密度を与えると, 過小評価になるという問題がある. 今のところ, 水深変化を考慮した場合の平衡勾配が, どのようになるかは分かっていない. 一般には浅水変形等, 種々の原因でスペクトル形は一定の平衡勾配を持つことはない. したがって, この方法で砕波効果を取り扱うのは難しいと思われる.

4.2 エネルギー散逸のモデル化

エネルギー散逸項をうまくモデル化できれば, 波作用量平衡方程式を数値的に解いて波高変化を求めることができるので, 複雑な地形に対しても適用が簡単である. エネルギー散逸項は, 次式の波作用量平衡方程式

$$\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} + \frac{\partial(C_y N)}{\partial y} + \frac{\partial(C_\theta N)}{\partial \theta} = -\varepsilon'_b N \quad (4.12)$$

の右辺に導入される. ここに, ε'_b は単位時間内に砕波によって失われるエネルギーの散逸率を示す. ε'_b は, 成分波の周波数 f に比例すると仮定して, 次式で与える.

$$\varepsilon'_b = \alpha f \varepsilon_b \quad (4.13)$$

ここで, α はチューニングのための係数である. 無次元エネルギー散逸率 ε_b は, 流入および流出する波の全エネルギー E_i および E_o を用いて,

$$\varepsilon_b = \frac{E_i - E_o}{E_i} \quad (4.14)$$

と定義する．すなわち，格子内において砕波によって失われる波のエネルギーの割合を示している． ε_b の算定にあたっては，高山ら (1991)^[5]の方法を用いる．

Thornton と Guza (1983)^[19]が示しているように，砕波後であっても波高は Rayleigh 分布に近い分布形を示すと仮定する．波高の二乗分布で表されるエネルギーの分布 $P_E(H_s^*)$ は次式で与えられる．

$$p_E(H_s^*) = \frac{\pi^2}{8} (1.6)^4 H_s^{*3} \exp\left[-\frac{\pi}{4} (1.6 H_s^*)^2\right] \quad (4.15)$$

ここに， $H_s^* = H/H_{1/3}$ である．

計算対象格子に入るときの砕波波高と出るときの砕波波高をそれぞれ H_{bi} および H_{bo} とすると，砕波によってこの格子内で失われるエネルギーは，図 4.2 の斜線部分で表わされ，その割合は式 (4.14) から，

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= \frac{\left[\int_0^{H_{bi}/H_{1/3}} p_E(H_s^*) dH_s^* - \int_0^{H_{bo}/H_{1/3}} p_E(H_s^*) dH_s^* \right]}{\int_0^{H_{bi}/H_{1/3}} p_E(H_s^*) dH_s^*} \\ &= 1 - \frac{1 - \left\{ 1 + \frac{\pi}{4} (1.6 H_{bo}/H_{1/3})^2 \right\} \exp\left[-\frac{\pi}{4} (1.6 H_{bo}/H_{1/3})^2\right]}{1 - \left\{ 1 + \frac{\pi}{4} (1.6 H_{bi}/H_{1/3})^2 \right\} \exp\left[-\frac{\pi}{4} (1.6 H_{bi}/H_{1/3})^2\right]} \end{aligned} \quad (4.16)$$

となる．

砕波波高 H_b は，逆流を伝播する波の砕波条件として，Miche の限界式

$$\left(\frac{H}{L_c}\right)_b = 0.142 \tanh(2\pi h/L_c) \quad (4.17)$$

を用いる．ただし， L_c は流れを考慮した場合の波長である．この式は，流れによる砕波条件を研究した岩垣ら (1980)^[20] および Noda ら (1974)^[21] が，実験値とうまく一致すると報告している．式 (4.17) の欠点は，海底勾配の影響を考慮していないことである．そこで，本研究では砕波波高 H_{bo} および H_{bi} の算定に用いる砕波条件は，Battjes (1972)^[22] が Miche の砕波条件式を基準として，それに海底勾配の効果を取り入れた次式の砕波限界式を用いることとした．

$$\left(\frac{H}{L_c}\right)_b = 0.14 \tanh\left(\frac{\gamma}{0.88} \frac{2\pi h}{L_c}\right) \quad (4.18)$$

ここに, L_c は平均周波数 \bar{f} に対応する波長を用いる. γ は海底勾配によって砕波波高が変わることに対する係数で, Ostendrof・Madsen (1979)^[23]が提案した次式を用いる.

$$\gamma = \begin{cases} 0.8 + 5 \tan \beta & (\tan \beta < 0.1) \\ 1.3 & (\tan \beta \geq 0.1) \end{cases} \quad (4.19)$$

海底勾配 $\tan \beta$ としては, x 軸の正方向から反時計回りに測った平均波向 $\bar{\theta}$ を用いて次式で与える.

$$\tan \beta = \tan \beta_x \cos \bar{\theta} + \tan \beta_y \sin \bar{\theta} \quad (4.20)$$

ここに, $\tan \beta_x$ および $\tan \beta_y$ は x 軸および y 軸方向の海底勾配であり, 計算格子内では一様勾配とみなしている. ここで, 平均波向としては計算を行わなければ求まらないことや, 1 格子ずれても大きく変化することはないと考えて, 1 格子沖側の平均波向を用いた. また, 水深としては計算格子内の平均水深 \bar{h} を用い, 次式で計算した.

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4} \quad (4.21)$$

ここに, h_1, h_2, h_3, h_4 は計算点を囲む 4 格子点での水深である.

格子間隔 dl に対する砕波波高の変化は,

$$\begin{aligned} \frac{dH_b}{dl} &= \frac{dH_b}{dh} \frac{dh}{dl} = -\tan \beta \frac{dH_b}{dh} \\ &= -0.14 \tan \beta L_{cb} \frac{\gamma}{0.88} \frac{2\pi}{L_{cb}} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\gamma}{0.88} \frac{2\pi h}{L_{cb}} \right) \quad (\tan \beta \geq 0) \end{aligned} \quad (4.22)$$

で求まる. ただし, $\tan \beta < 0$ では,

$$\frac{dH_b}{dl} = 0 \quad (4.23)$$

とする. 計算格子内における平均伝播距離 dl としては, $dl = \sqrt{\delta x \delta y} = \delta x$ で与え,

$$\begin{aligned} H_{bo} &= H_b + \frac{1}{2} dH_b \\ H_{bi} &= H_b - \frac{1}{2} dH_b \end{aligned} \quad (4.24)$$

として求めた.

ここで定式化したエネルギー散逸項を含めた計算プログラムは, 完成させたが実際の計算は行っていない. 早急に研究を進める予定である.

第5章 結 論

本研究は，大領域での計算に適した波作用量平衡方程式を基本とし，水深変化および流れの影響に加え，砕波を考慮した数値予測モデルの開発を目指したものである．本研究の主要な結果を整理して，本研究の結論とする．以下，主要な結果を示す．

1. 流れの場における波の変形理論には波作用量平衡方程式があるが，その表示に関しては3種類の表し方がある．1つめは，独立変数を平面座標 (x, y) のみで表わす（これを本研究では (x, y) 系計算モデルと称した）．2つめは，平面座標および伝播方向角 (x, y, θ) で表わす $((x, y, \theta)$ 系計算モデルと称した）．3つめは，平面座標，伝播方向角および相対角周波数 (x, y, θ, σ) で表わす $((x, y, \theta, \sigma)$ 系計算モデルと称した）方法である．
2. (x, y) 系計算モデルについては，規則波に対する計算を行ったが，繰り返し計算の途中で解が発散しやすいため，多方向不規則波に対する計算には不向きである．
3. (x, y, θ) 系計算モデル， (x, y, θ, σ) 系計算モデルおよび SWAN は，計算条件が同じならば，波高分布の計算結果は一致する．すなわち，本研究で用いたこれら2つの計算モデルのプログラムは別個に作成したが，大きなミスが無いことが認められた．
4. 流れの場における砕波減衰の取り扱い法として，新たにエネルギー散逸のモデル化を提案した．すなわち，砕波条件式として Battjes が提案した Miche 型の砕波限界式を用いるとともに，ついで Ostendrof・Madsen の提案式を用いた．また，波長としては，平均周波数に対応する流れの場でのそれを用いて，エネルギー散逸項をモデル化した．

本研究では、流れを小さく想定した計算条件のみを用いたので、まだエネルギー散逸を含む波浪変形計算法の妥当性の検討は行っていない。今後、流れの場における水深変化にも想定される砕波減衰を含む計算を行いたい。

最後に、本研究を進めるにあたり直接に御指導、御鞭撻を頂きました京都大学防災研究所間瀬助教授に深く感謝いたします。また、京都大学防災研究所高山知司教授、同吉岡洋助手には貴重な時間を割き御助言を賜ったことに深く感謝の意を表します。さらに、数値計算を行うにあたって、終始助言を与えてくださった京都大学大学院修士課程平尾博樹氏、図面作成を引き受けて下さった同高橋英紀氏、ならびに数多くの御助言、御協力を下さった海岸海域災害研究室の皆様に心から厚く御礼申し上げます。

参考文献

- [1] 土木学会 (編)(1994) : 海岸波動【波・構造物・地盤の相互作用の解析法】 , p. 520.
- [2] Berkoff, J. C. W.(1972): Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Int. Conf. on Coast. Eng., ASCE, pp. 471-490.
- [3] Radder, A.C.(1979): On the parabolic equation method for water-wave propagation, Jour. Fluid Mech., Vol. 95, No. 1, pp. 159-176.
- [4] 西村仁嗣 (1989) : 回折・屈折を含む波の場の解析法に関する考察 , 海岸工学論文集 , 第 36 巻 , pp. 95-98.
- [5] 高山知司・池田直太・平石哲也 (1991) : 砕波および反射を考慮した波浪変形計算 , 港湾技術研究所報告 , 第 30 巻 , 第 1 号 , pp. 21-67 .
- [6] Madsen, P. A., R. Murray and O. R. Sorensen (1991): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Coast. Eng., Vol. 15, pp. 371-388.
- [7] Nwogu, O. (1993): Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, Jour. Wtrwy., Port, Coast., and Ocean Eng., ASCE, Vol. 121, No. 5, pp. 251-261.
- [8] Bretherton, F. P., and C. J. R. Garrett (1968): Wavetrains in inhomogeneous moving media, Proc. R. Soc. London Ser. A, 302, pp. 529-554.
- [9] Dalrymple, R. A. (1986): Model for refraction of water waves, Jour. Wtrwy., Port, Coast. and Oc. Eng., ASCE, Vol. 114, No. 4, pp. 423-435.

- [10] Ris, R. C., (1997): Spectral modelling of wind waves in coastal areas, Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Rept., No. 97-4, Delft Univ. of Technology, Department of Civil Eng., The Netherland.
- [11] Holthuijsen, L. H., et al. (2000): SWAN Cycle III version 40.11 USER MANUAL, p. 124.
- [12] Liu, P. L.-F. (1983): Wave-current interactions on a slowly varying topography, Jour. Geophys. Res., Vol. 88, No. C7, pp. 4421-4426.
- [13] Arthur, R. S. (1950): Refraction of shallow water waves -The combined effects of currents and underwater topography, EOS Trans. AGU, Vol. 31, pp. 549-552.
- [14] Phillips, O. M. (1958): The equilibrium range in the spectrum of wind-generated ocean waves, Jour. Fluid Mech., Vol. 4, pp. 426-434.
- [15] Hedges, T. S. (1981): Some effects of currents on wave spectra, Proc. 1st Indian Conf. in Oc. Engrg., Indian Inst. of Technology, Madras, India, Vol. 1, pp. 30-35.
- [16] Eckart, C. (1951): Surface waves on water of variable depth, Rep. No. SIO 51-12, Scripps Inst. of Oceanography, La Jolla, Calif.
- [17] Suh, K. D., Kim, Y. Y., and Lee, D. Y. (1994): Equilibrium-range spectrum of waves propagating on currents, Jour. Wtrwy., Port, Coast. and Oc. Engrg., ASCE, Vol. 120, No. 5, pp. 434-450.
- [18] 間瀬 肇・J. T. Kirby・栗林賢一 (1991) : 不規則波浪の浅水変形に伴うスペクトル変化に関する研究 , 京都大学防災研究所年報 , 第 34 号 , B-2, pp. 493-505.
- [19] Thornton, E. B. and Guza, R. T. (1983): Transformation of wave height distribution, Jour. Geophys. Res., Vol. 88, No. C10, pp. 5925-5938.
- [20] 岩垣雄一・浅野敏之・山中庸彦・永井文博 (1980) : 流れによる砕波に関する基礎的研究 , 第 27 回海岸工学講演会論文集 , pp. 30-34.

- [21] Noda, E. K., Sonu, C. J., Rupert, V. C. and Collins, J. I. (1974): Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave-current interactions in the surf zone, Tetra Tech. Rept., TC-P-72-149-4.
- [22] Battjes, J. A. (1972): Set-up due to irregular waves, Proc. 13th Int. Conf. on Coast. Eng., ASCE, pp. 1993-2004.
- [23] Ostendorf, D. W. and Madsen, O. S. (1979): An analysis of longshore currents and associated sediment transport in the surf zone, MIT Rep., Sea Grant, pp. 79-113.

付 録

二次風上差分は以下の式で表わされる .

$$\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} \simeq \frac{3(C_x N)_i - 4(C_x N)_{i-1} + (C_x N)_{i-2}}{2\Delta x} \quad (1)$$

この離散化式の精度を調べるため , $(C_x N)_{i-1}$ をテイラー展開すると ,

$$\begin{aligned} (C_x N)_{i-1} = (C_x N)_i - \left[\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} \right]_i \Delta x + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2(C_x N)}{\partial x^2} \right]_i (\Delta x)^2 \\ - \frac{1}{3!} \left[\frac{\partial^3(C_x N)}{\partial x^3} \right]_i (\Delta x)^3 + O(\Delta x)^4 \end{aligned} \quad (2)$$

となり , 同様に $(C_x N)_{i-2}$ をテイラー展開すると以下ようになる .

$$\begin{aligned} (C_x N)_{i-2} = (C_x N)_{i-1} - \left[\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} \right]_{i-1} \Delta x + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2(C_x N)}{\partial x^2} \right]_{i-1} (\Delta x)^2 \\ - \frac{1}{3!} \left[\frac{\partial^3(C_x N)}{\partial x^3} \right]_{i-1} (\Delta x)^3 + O(\Delta x)^4 \end{aligned} \quad (3)$$

式 (2) の関係を上式に代入し整理すると ,

$$\begin{aligned} (C_x N)_{i-2} = (C_x N)_i - 2 \left[\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} \right]_i \Delta x + 2 \left[\frac{\partial^2(C_x N)}{\partial x^2} \right]_i (\Delta x)^2 \\ - \frac{4}{3} \left[\frac{\partial^3(C_x N)}{\partial x^3} \right]_i (\Delta x)^3 + O(\Delta x)^4 \end{aligned} \quad (4)$$

よって , 式 (1) の右辺は式 (2) および式 (4) を用い以下のように表わされる .

$$\begin{aligned} \frac{3(C_x N)_i - 4(C_x N)_{i-1} + (C_x N)_{i-2}}{2\Delta x} = \left[\frac{\partial(C_x N)}{\partial x} \right]_i - \frac{1}{3} \left[\frac{\partial^3(C_x N)}{\partial x^3} \right]_i (\Delta x)^2 \\ + O(\Delta x)^3 \end{aligned} \quad (5)$$

これより , $(\Delta x)^2$ のオーダーの誤差を含むので二次精度であることがわかる .

二次風上差分は , 一次風上差分と異なり数値粘性効果をもたらす付加項がない反面 , 誤差の主要項に分散の働きをする 3 階微分が入っているため , かなりメッシュ分割を細かくしておかないと非物理的な振動が生じることがある .

図 表

表 1.1 モデル方程式の理論的適用範囲

計 算 手 法	浅水変形	屈折	回折	反射	碎波モデル	任意水深	流れの影響	不規則性	有限振幅性	計算領域			備 考
										広	中	狭	
波向線法（屈折図法）	◎	◎	×			◎	○	○	△	○	○	○	波速に有限振幅性を含める
エネルギー平衡方程式	◎	◎	▽	△	○	◎	○	◎	×	○	○	○	
ヘルムホルツ方程式	○	○	◎	◎	×	◎	×	○	×			○	領域ごとに一様水深のみ
高山の方法			◎	◎	×	◎	×	◎	×		○	○	一様水深のみ
緩勾配方程式	◎	◎	◎	◎	○	◎	○	○	△			○	
非定常緩勾配方程式	◎	◎	◎	◎	○	◎	○		×			○	碎波モデル・境界条件処理が容易
数値波動解析法	○	◎	◎	◎		◎			×			○	
非定常緩勾配不規則波動方程式	◎	◎	◎	◎	○	◎		◎	×			○	
放物型波動方程式	◎	◎	◎	△	○	◎	○	○	△		○	○	
非線形長波方程式	◎	◎	◎	◎	○	×		◎	◎			○	鉛直加速度が無視される浅海域に限定される
ブーシネスク方程式	◎	◎	◎	◎	○	○	○	◎	◎			○	原方程式は浅海域に限定される
ガラーキン法	◎	◎	◎	◎		◎		◎	◎			○	
非線形緩勾配波動方程式	◎	◎	◎	◎		◎		◎	◎			○	

◎:基本形で適用可能 ○:応用形で一般的適用可能 △:応用形で部分的に適用可能

▽:基本理論では考慮されていないが実用上可能 空白:研究により適用できる可能性あり ×:適用不可能

計算領域＝広:深海から浅海を含む程度, 中:構造物周辺の海域程度, 狭:港内程度

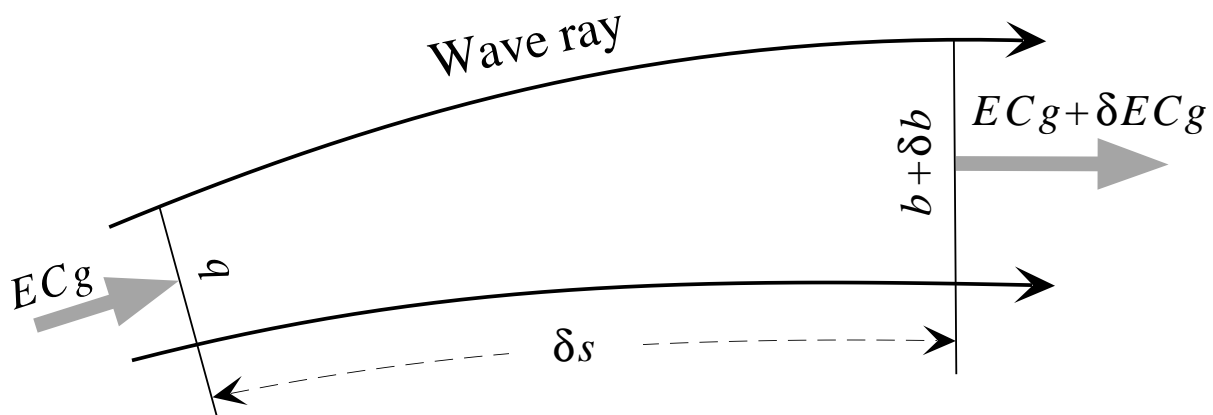


図 1.1 波向線間におけるエネルギーフラックス

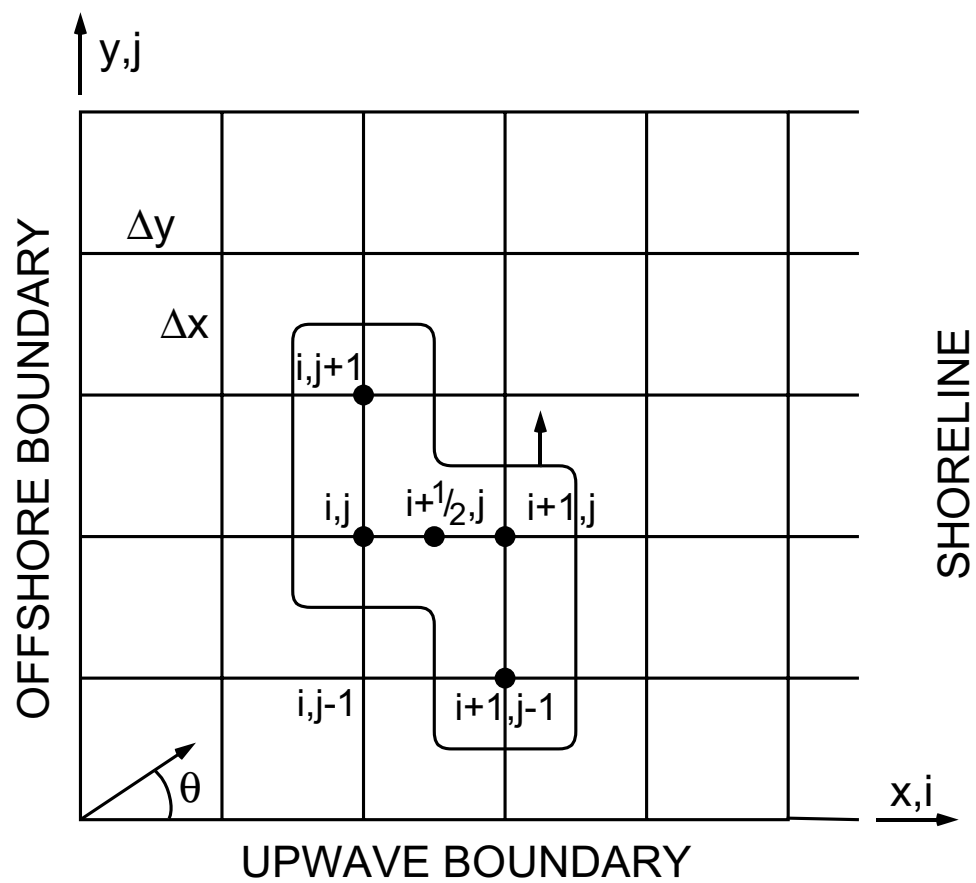


図 2.1 (x, y) 系計算モデルにおける定義点

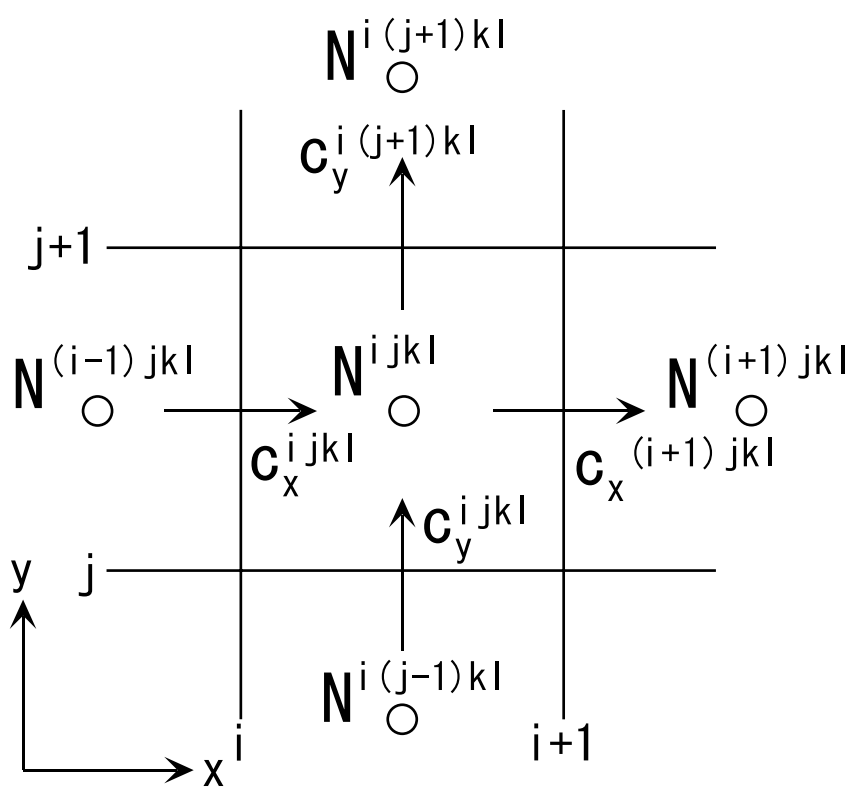


図 2.2 格子間の定義点

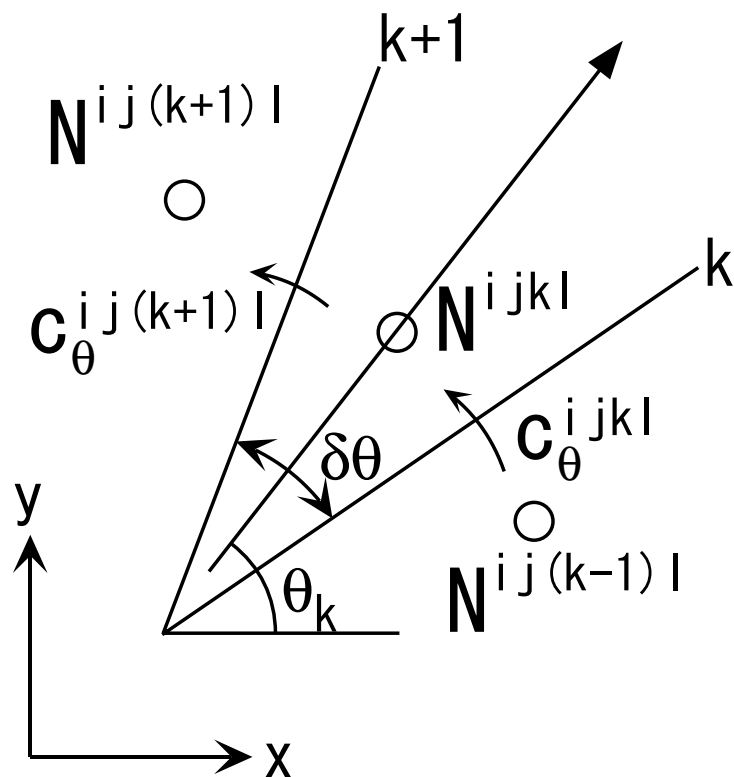


図 2.3 波向間の定義点

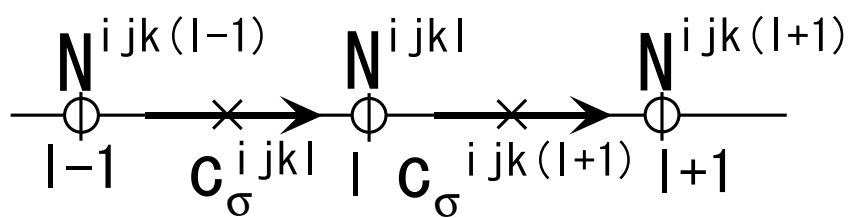


図 2.4 周波数間の定義点

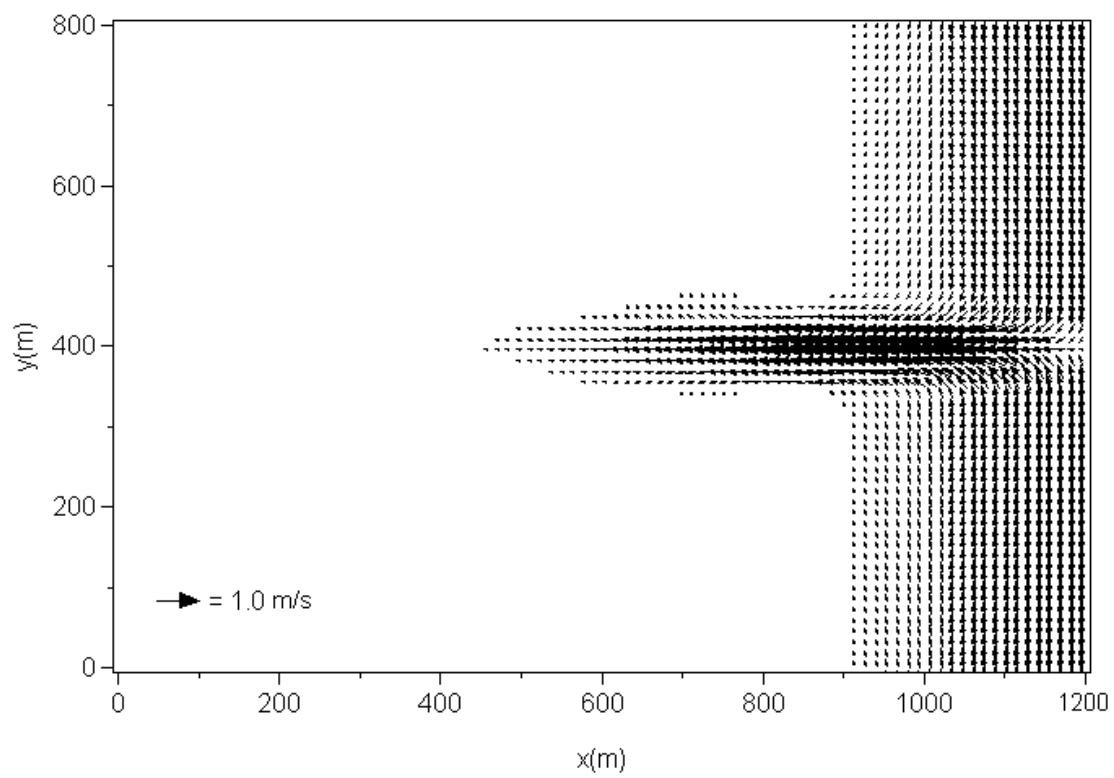


図 3.1 流れの流速ベクトル

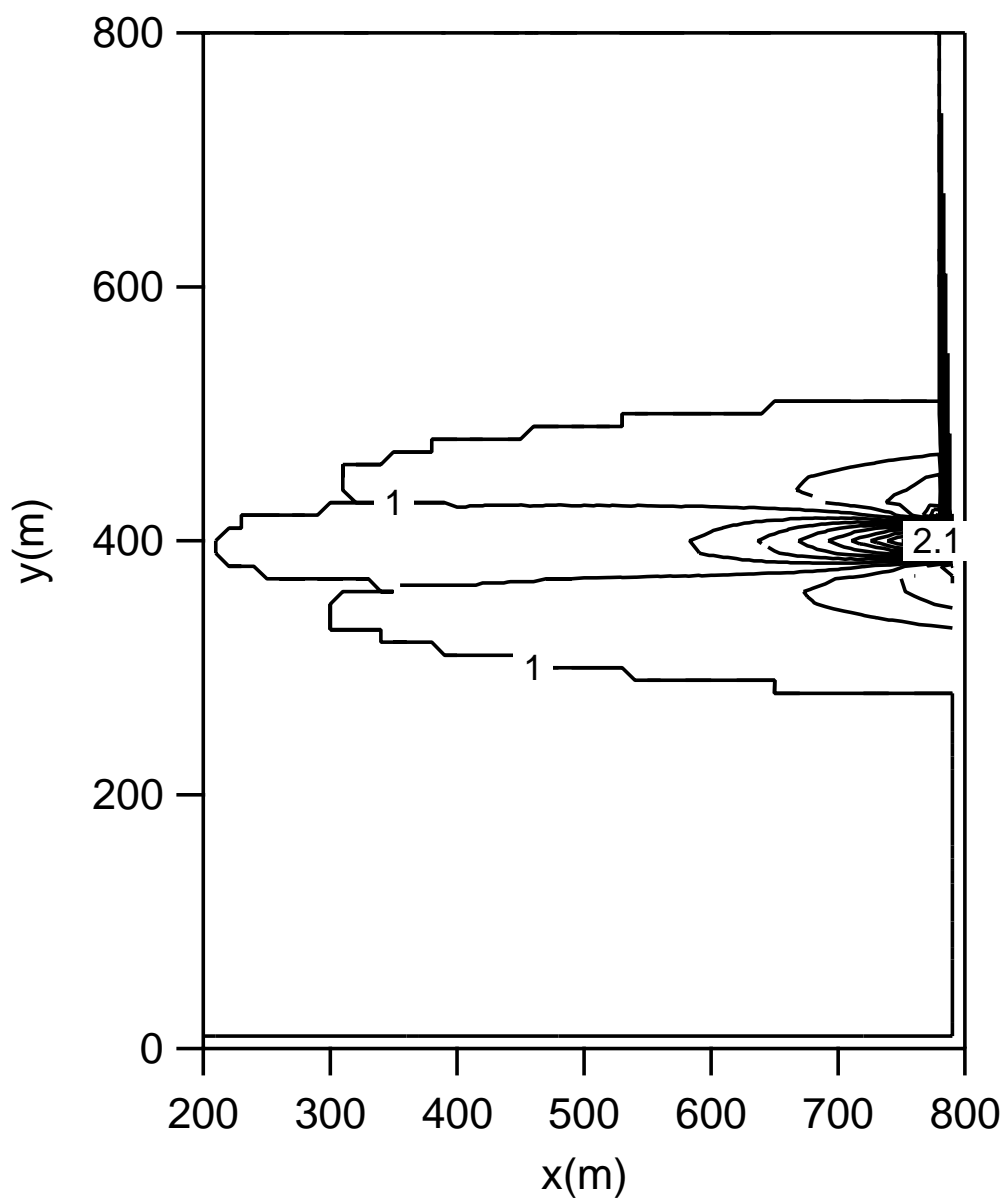


図 3.2 (x, y) 系計算モデルによる計算結果

(水深が一定の場合)

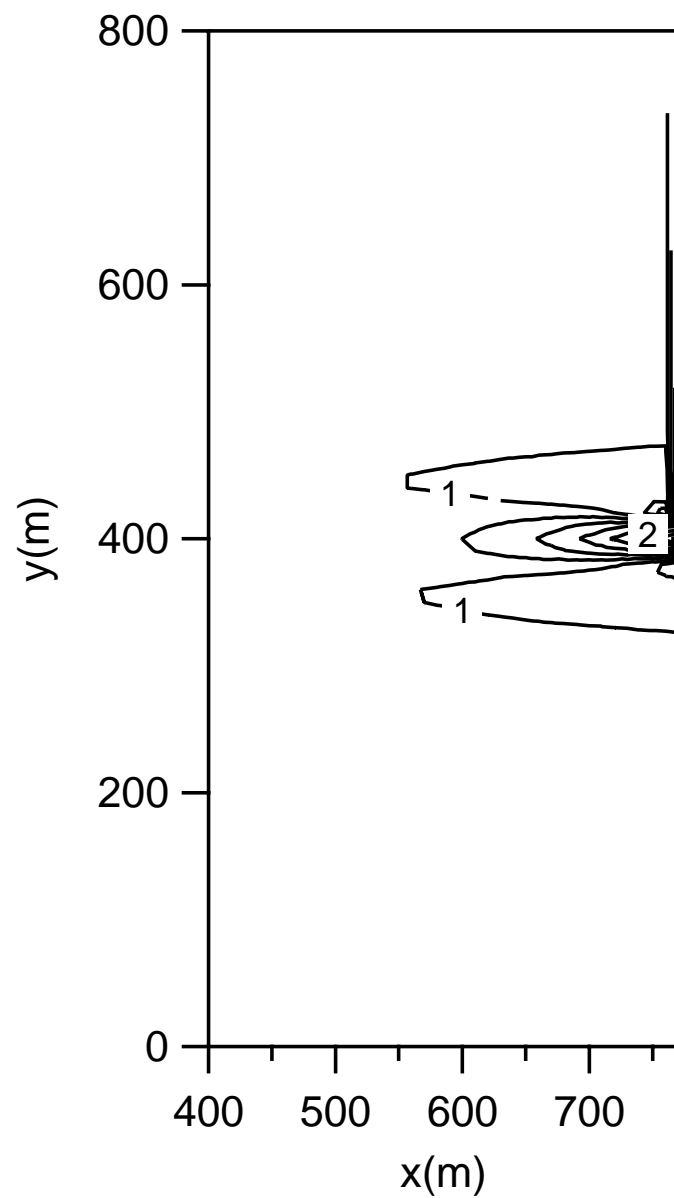


図 3.3 (x, y) 系計算モデルによる計算結果

(一様勾配地形の場合)

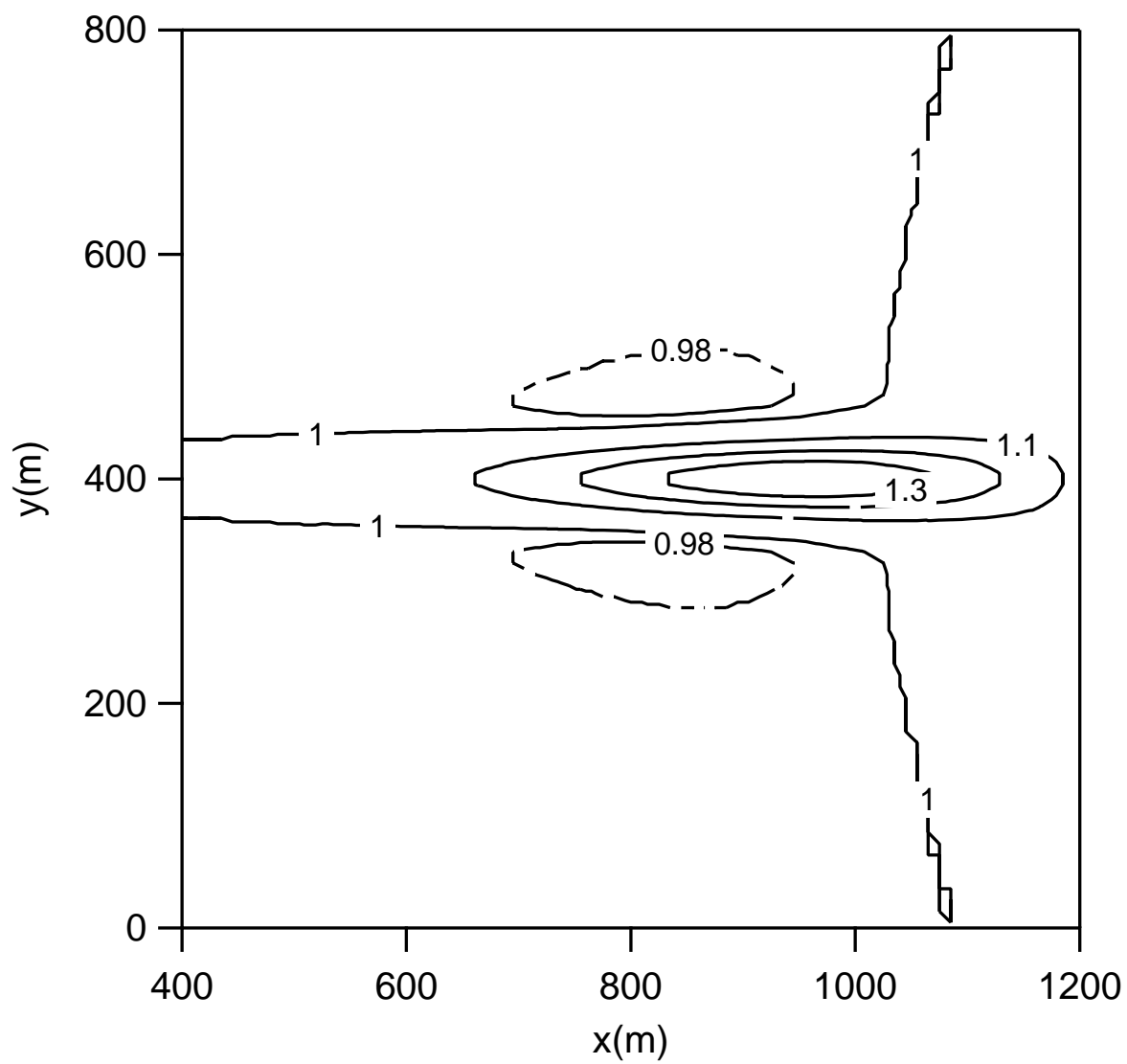


図 3.4 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(水深が一定の場合)

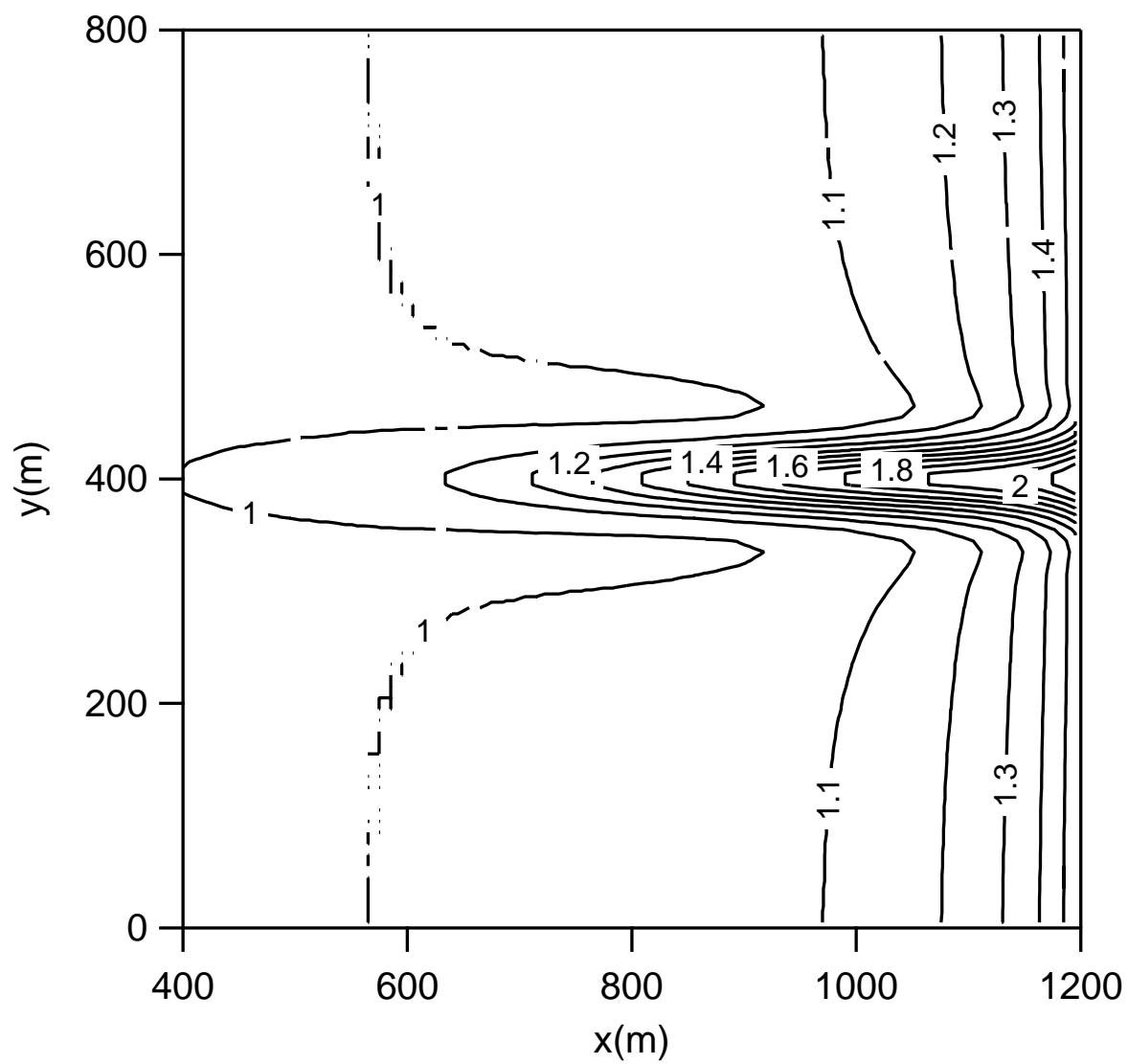


図 3.5 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(一様勾配地形の場合)

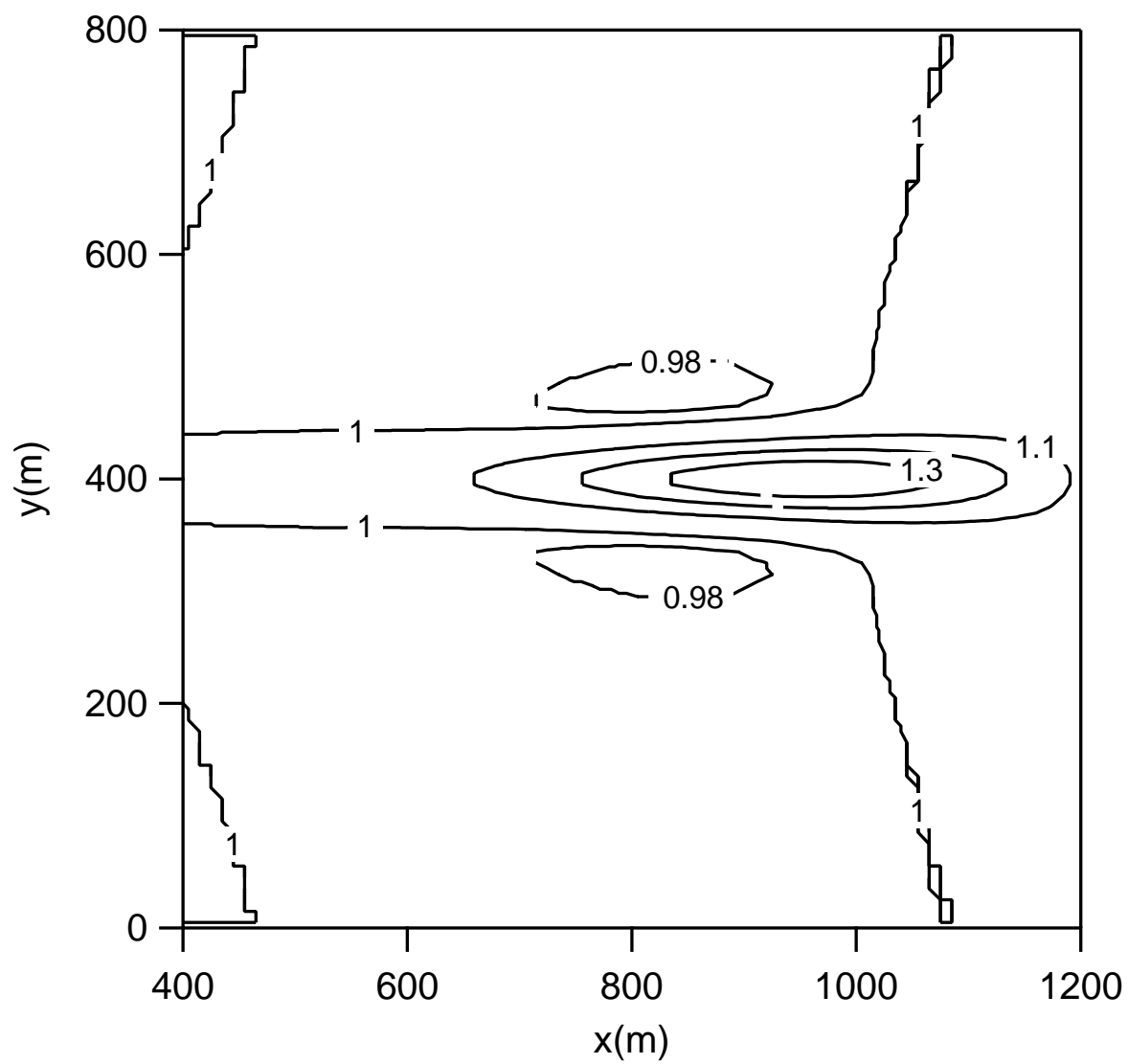


図 3.6 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

(水深が一定の場合)

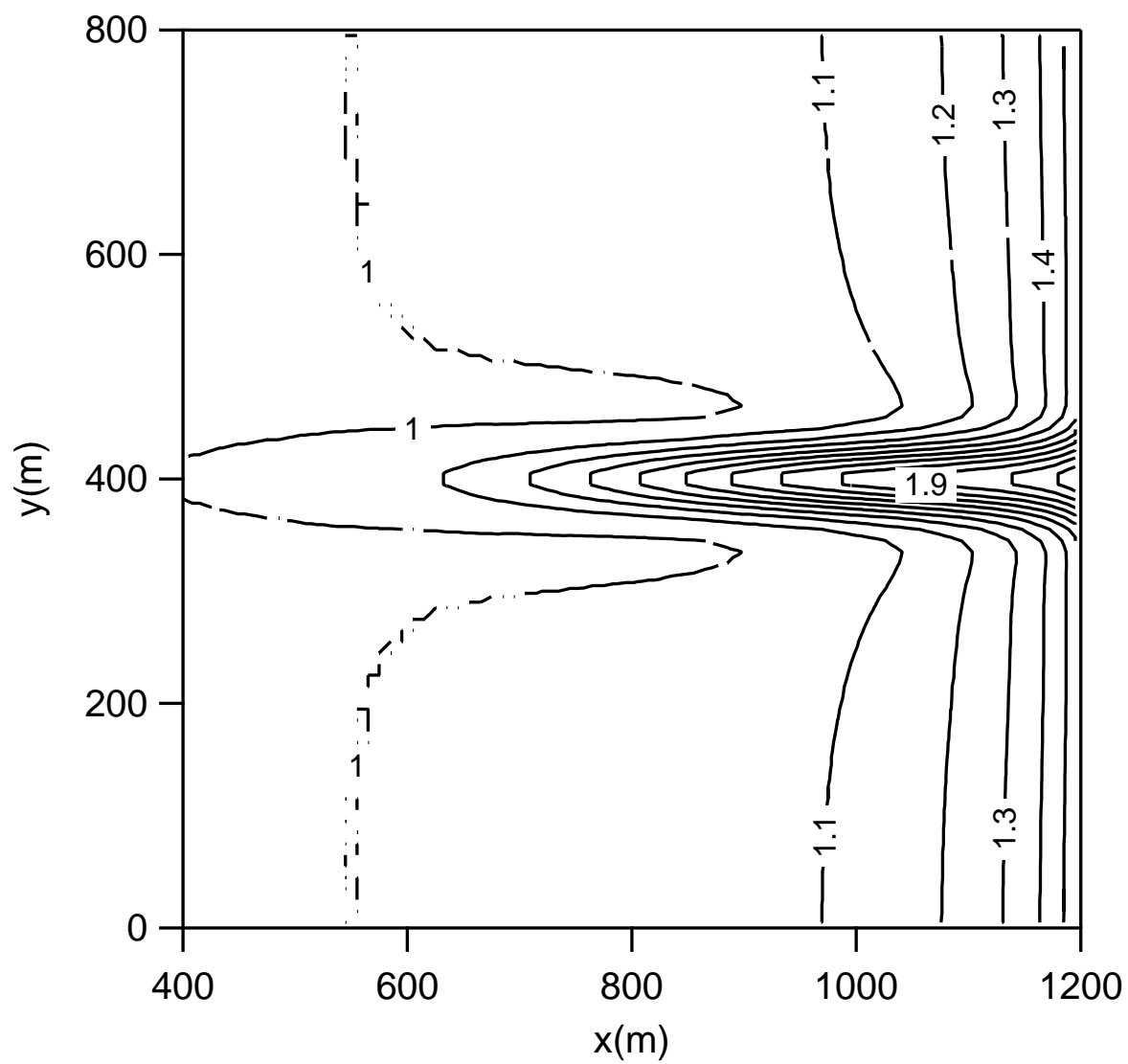


図 3.7 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

(一様勾配地形の場合)

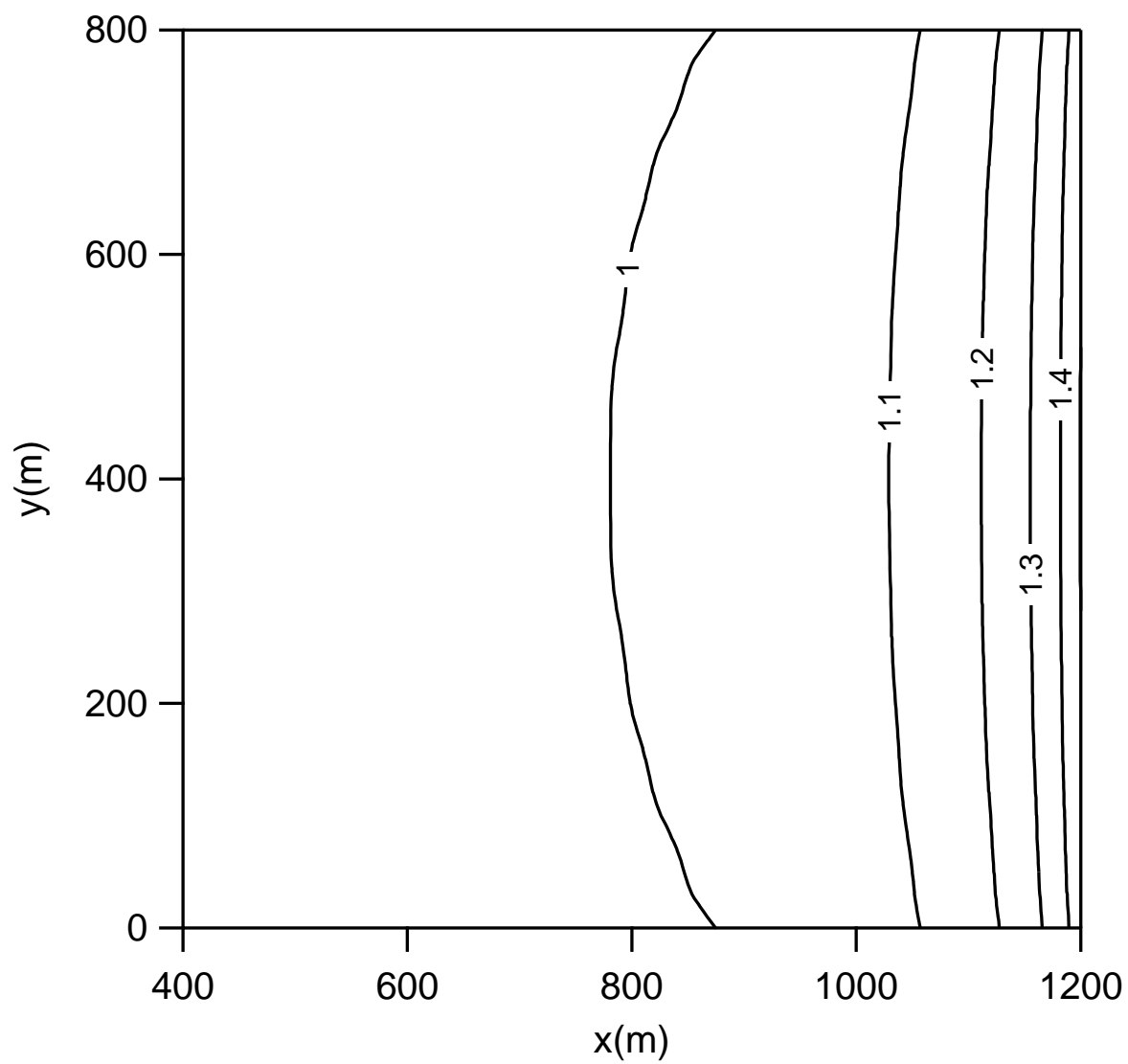


図 3.8 SWAN による計算結果
(一様勾配地形で流れが無い場合)

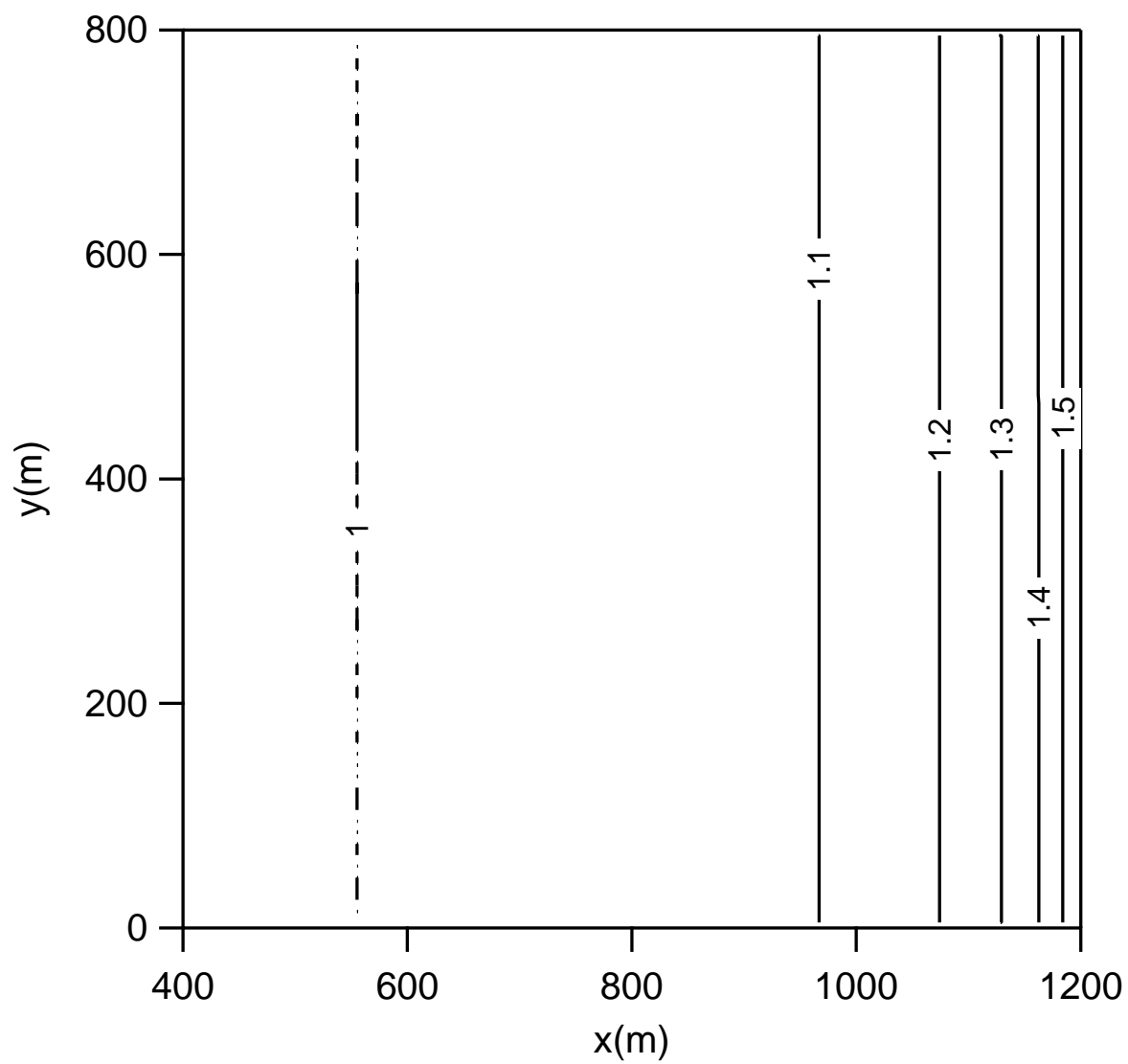


図 3.9 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(一様勾配地形で流れが無い場合)

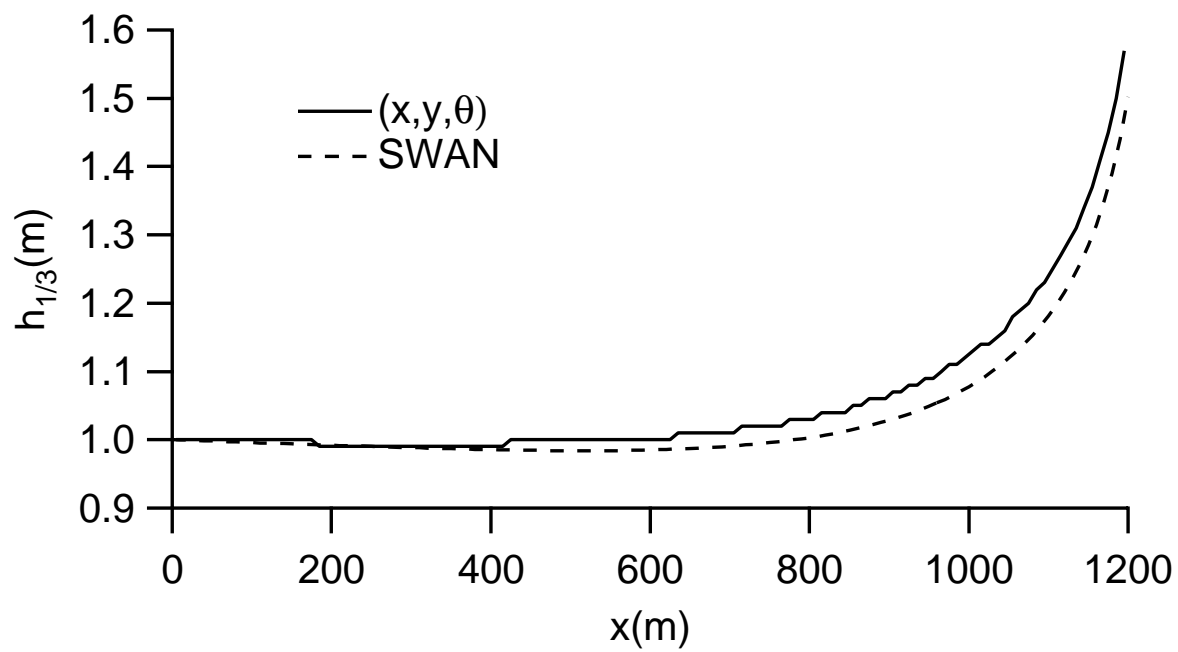


図 3.10 $y = 400$ m 線上の x 軸方向の波高変化

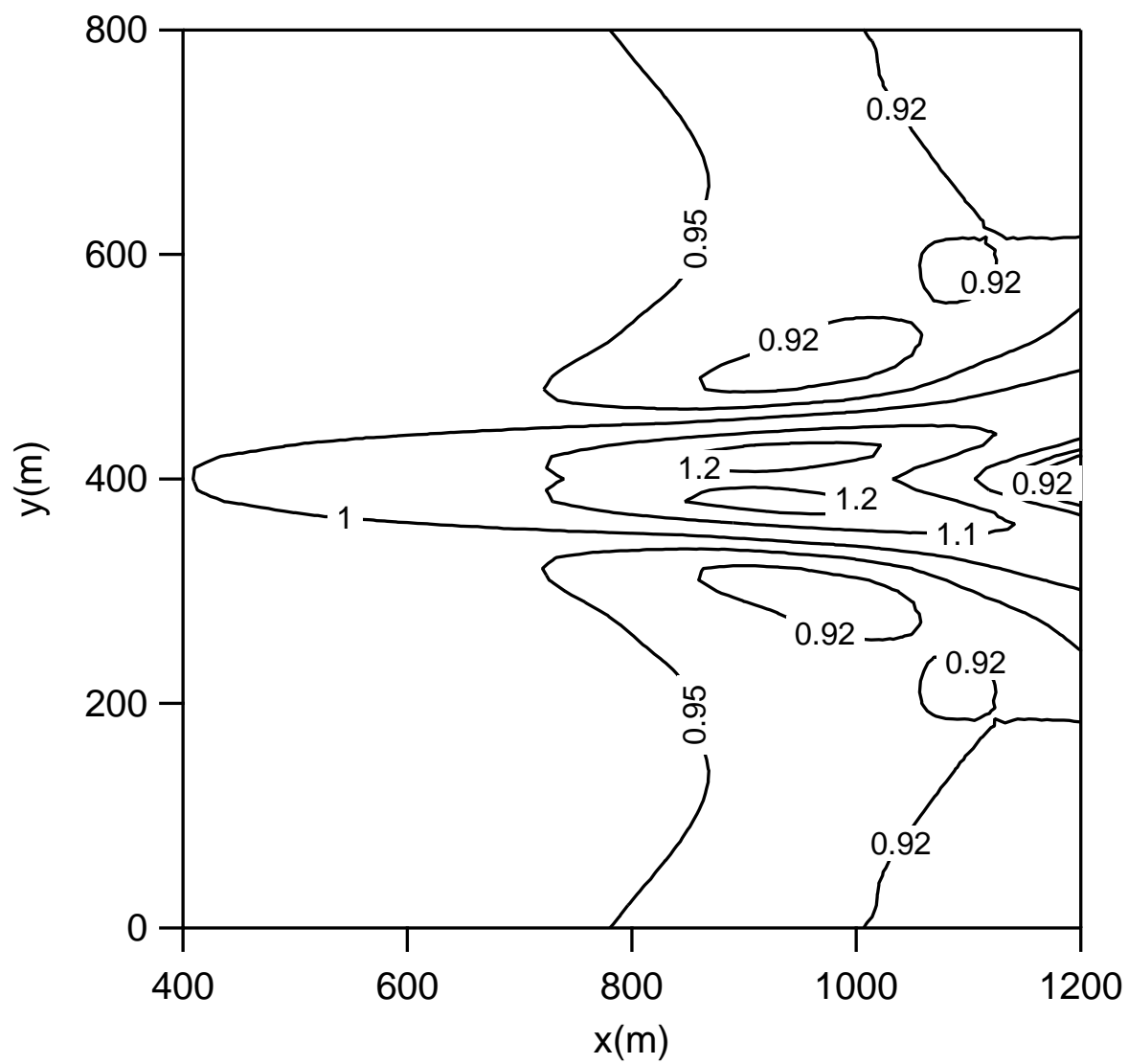


図 3.11 SWAN による計算結果

(水深が一定の場合)

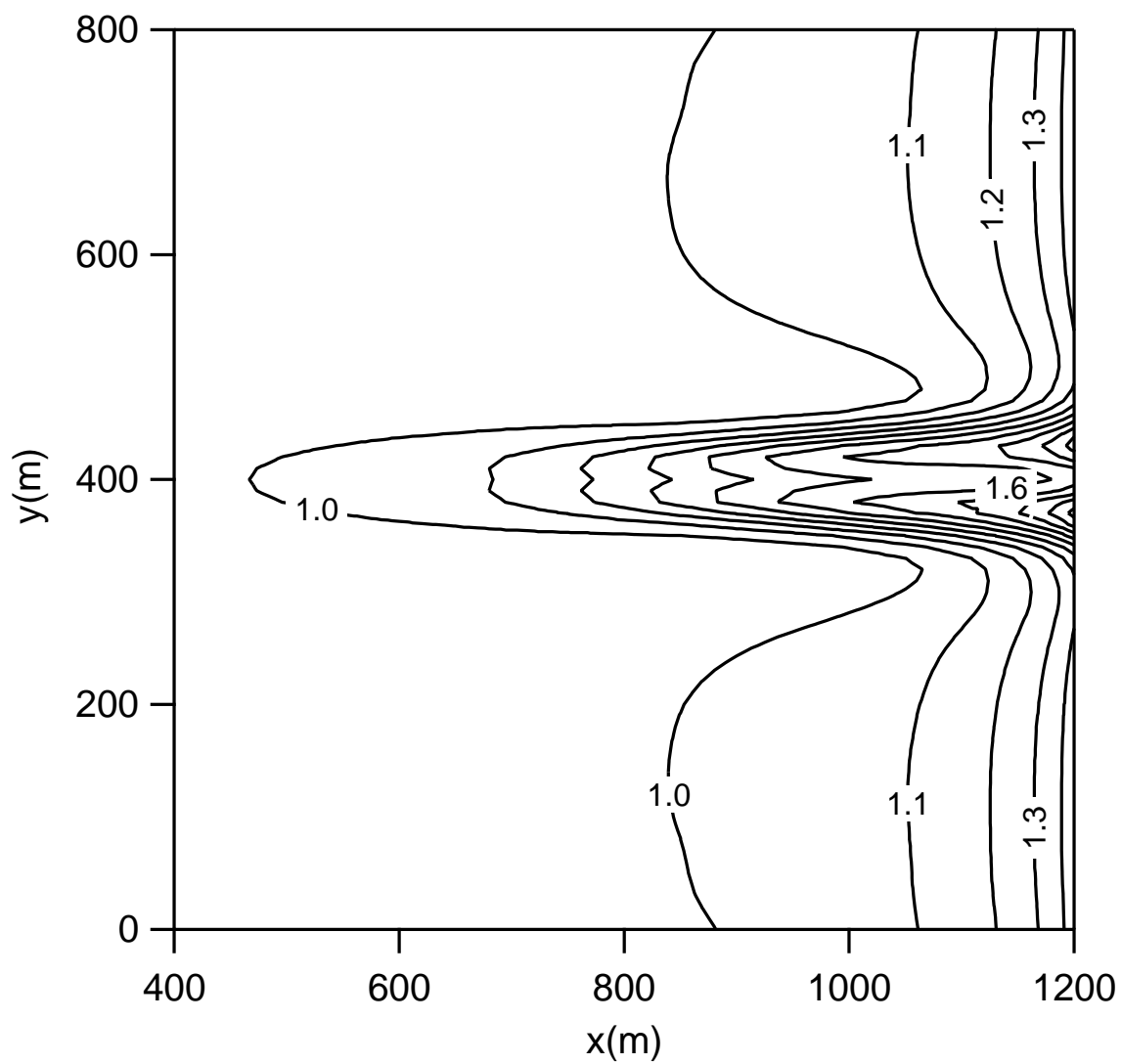


図 3.12 SWAN による計算結果

(一様勾配地形の場合)

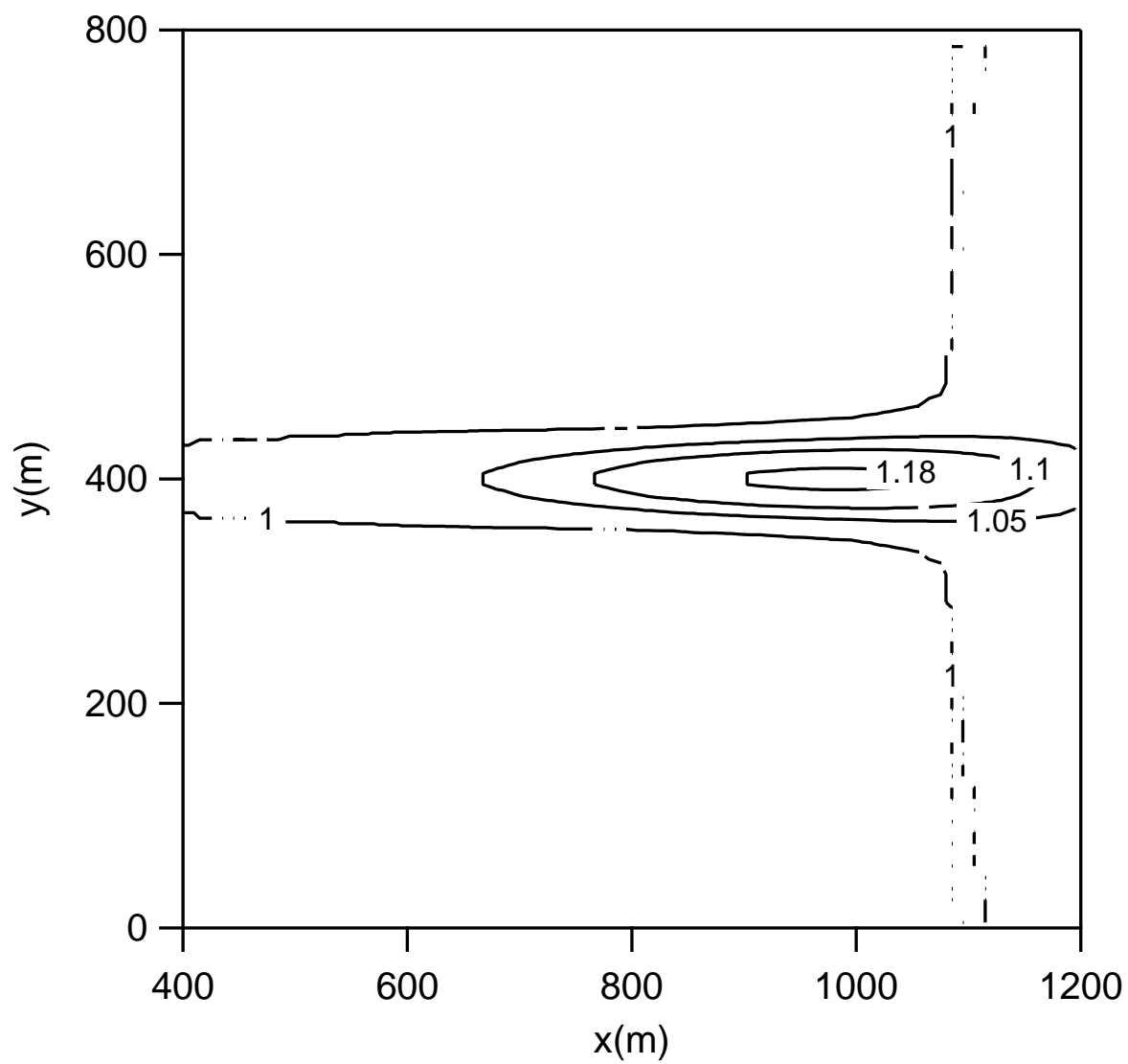


図 3.13 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(流速を半分にした一定水深の場合)

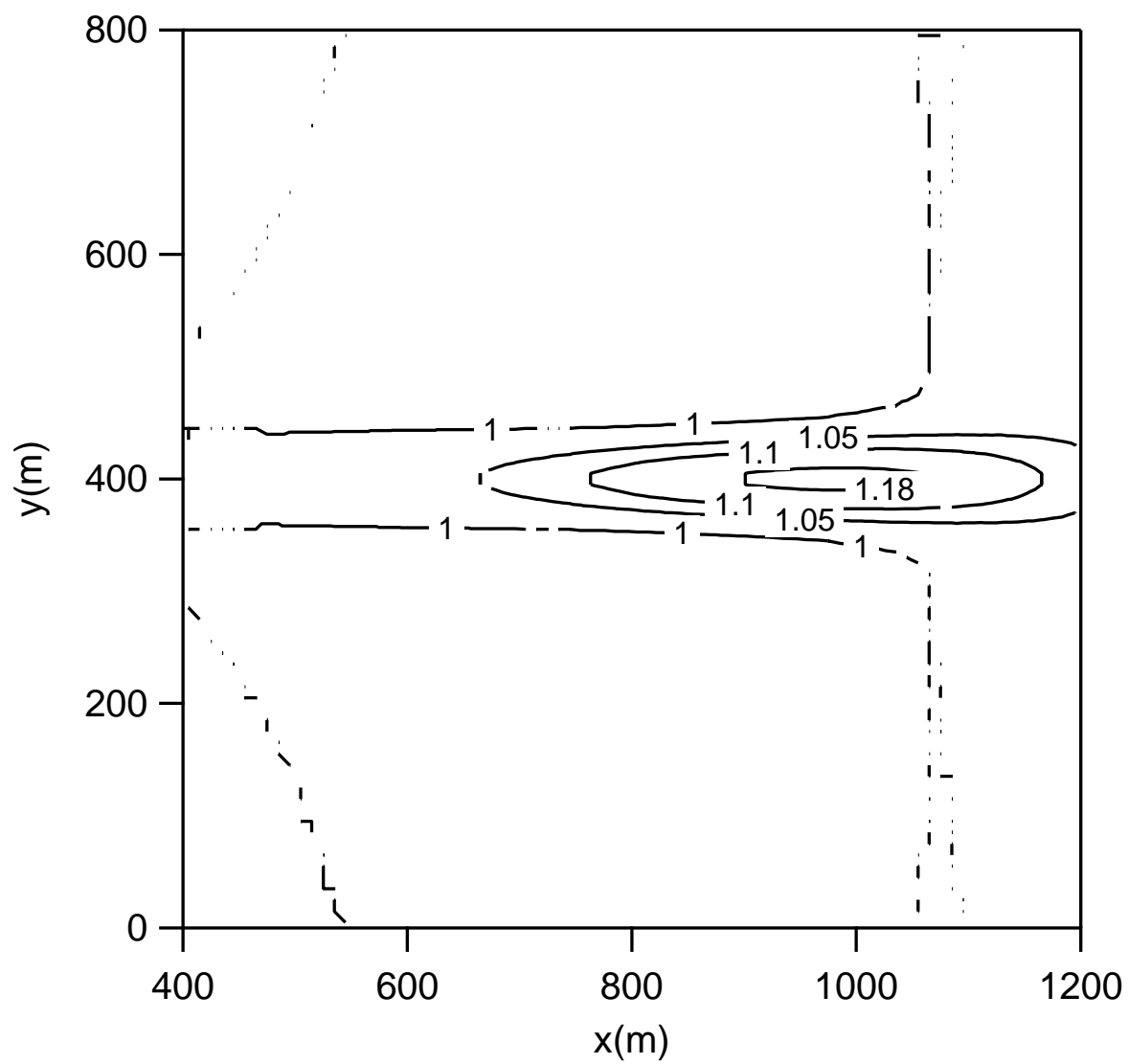


図 3.14 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

(流速を半分にした一定水深の場合)

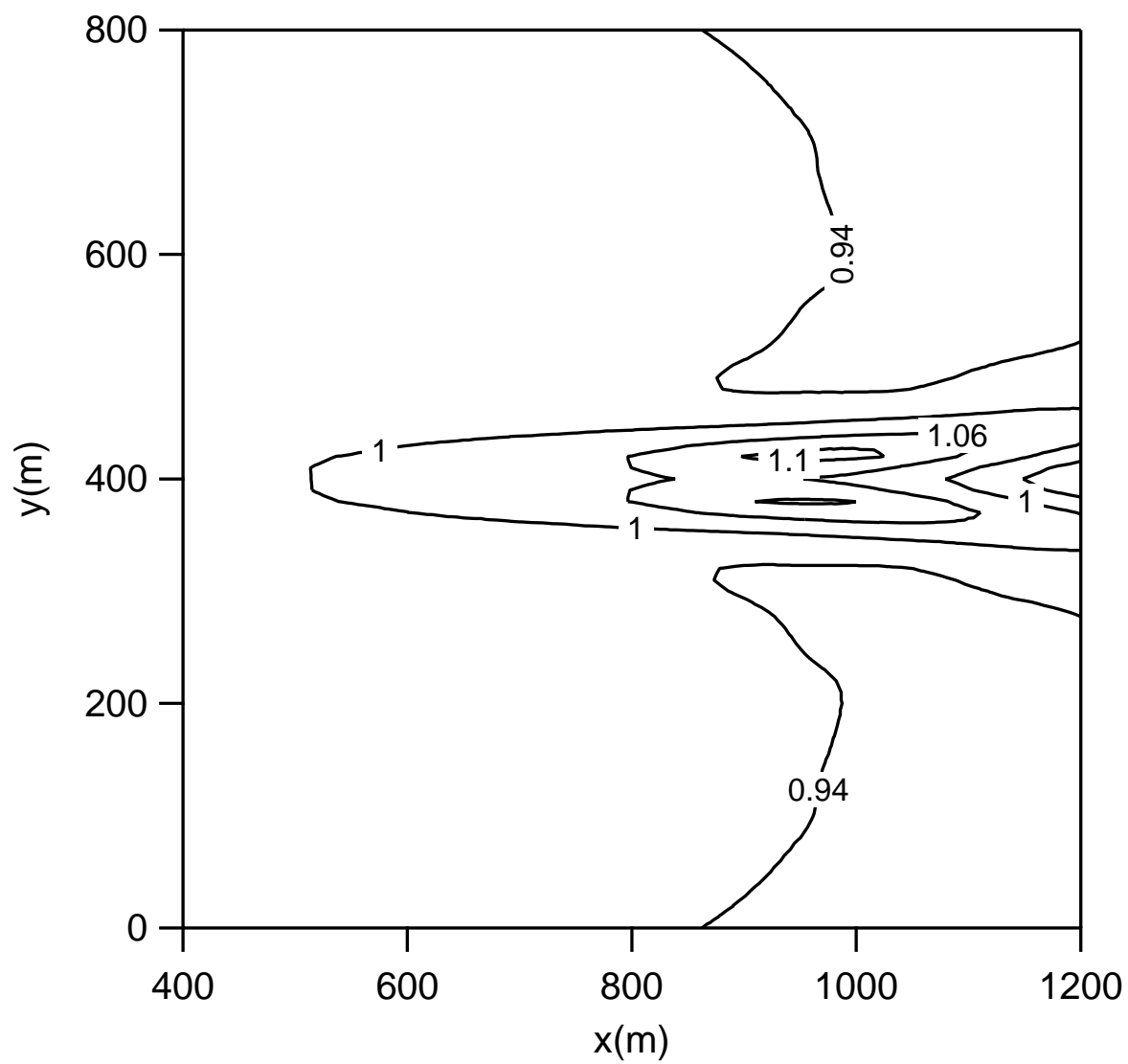


図 3.15 SWAN による計算結果

(流速を半分にした一定水深の場合)

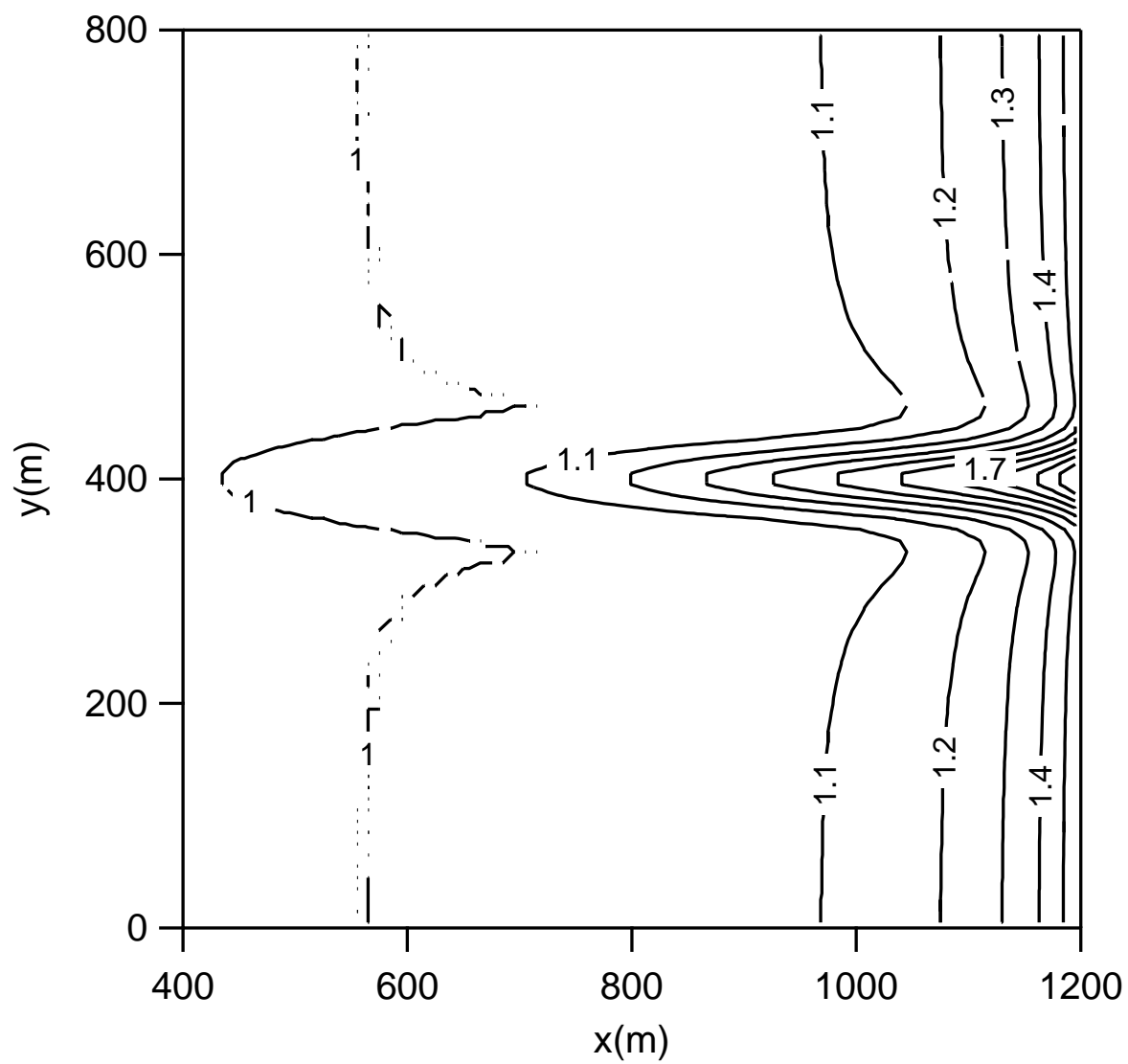


図 3.16 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(流速を半分にした一様勾配地形の場合)

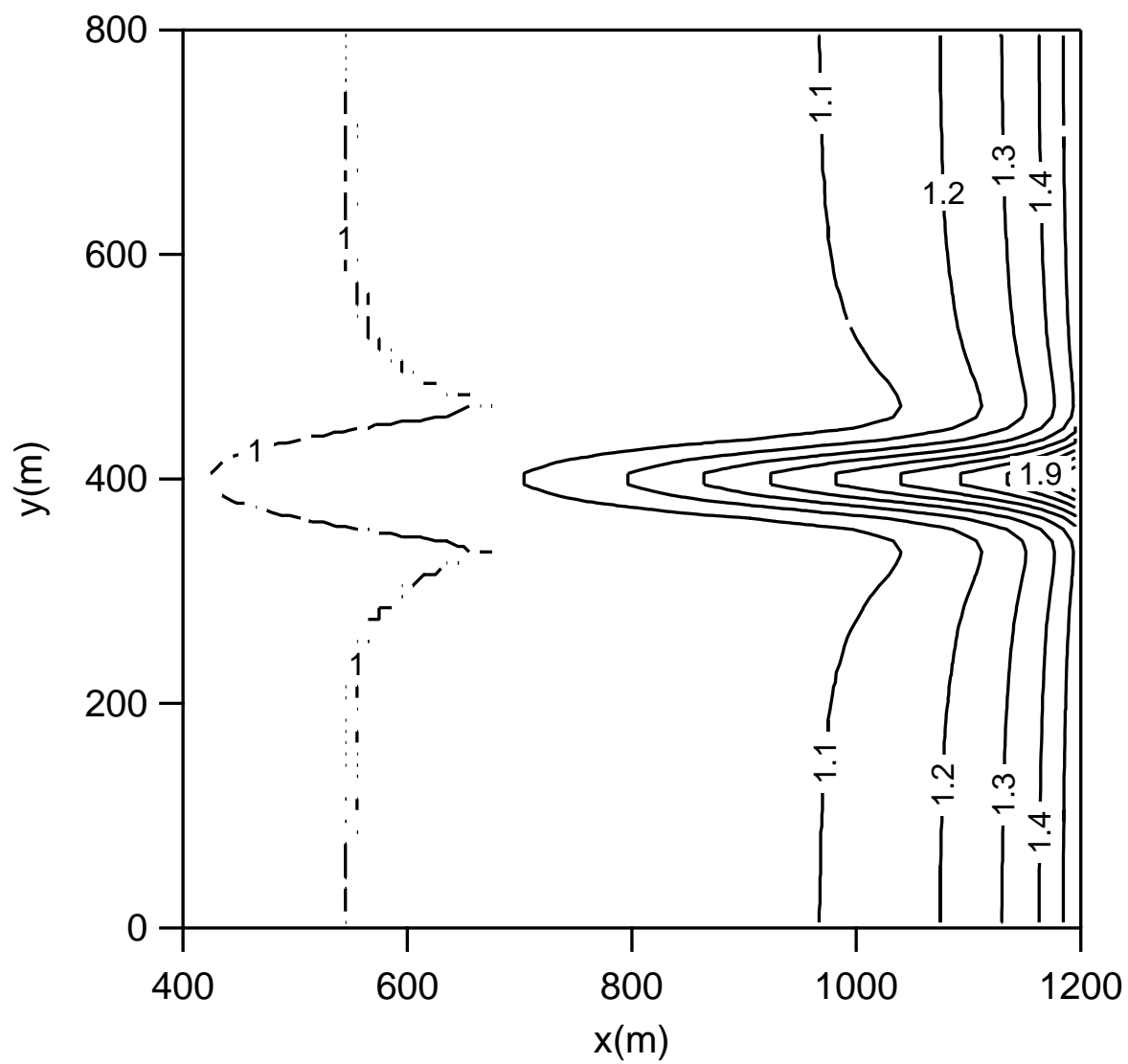


図 3.17 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

(流速を半分にした一様勾配地形の場合)

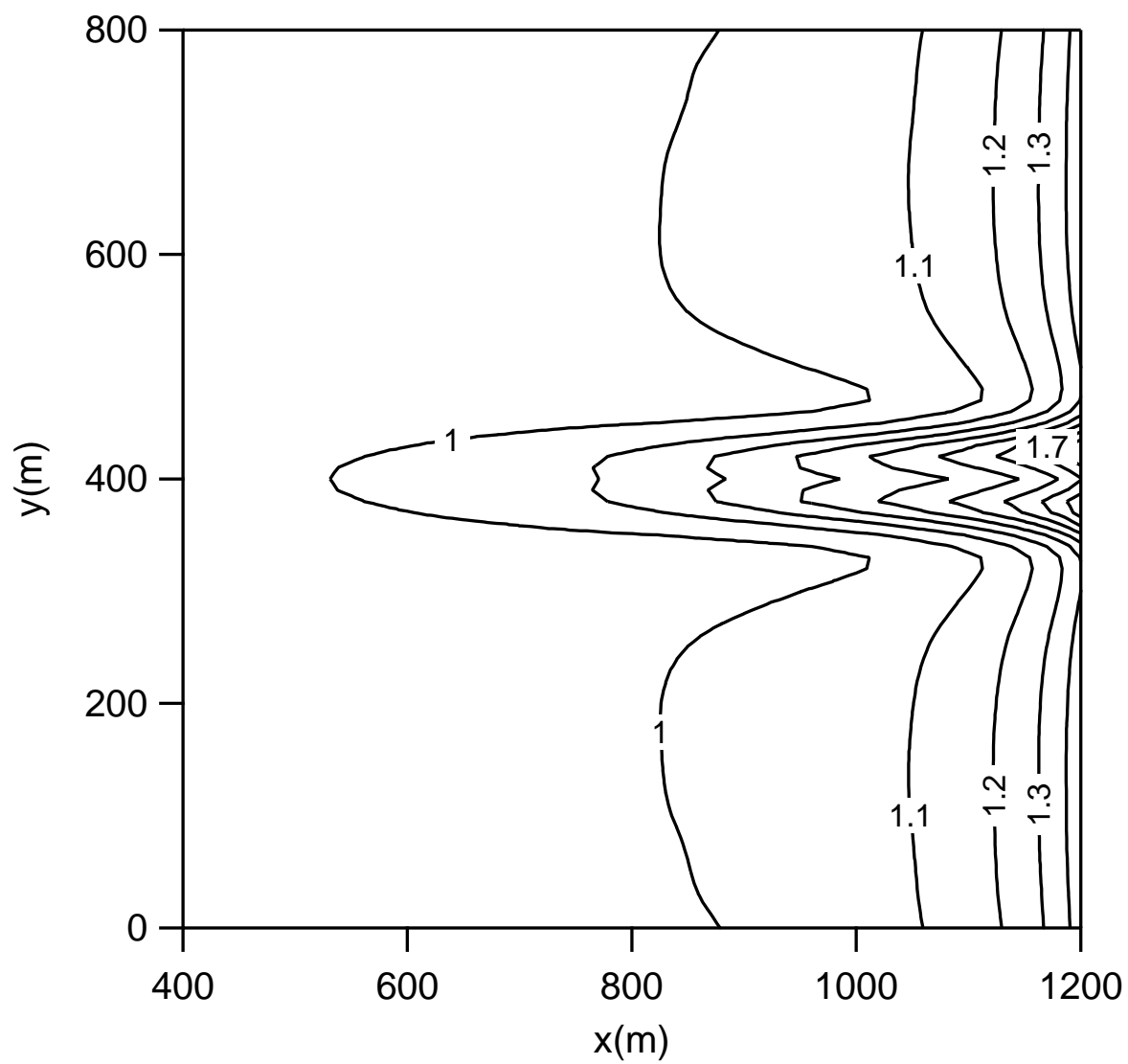


図 3.18 SWAN による計算結果

(流速を半分にした一様勾配地形の場合)

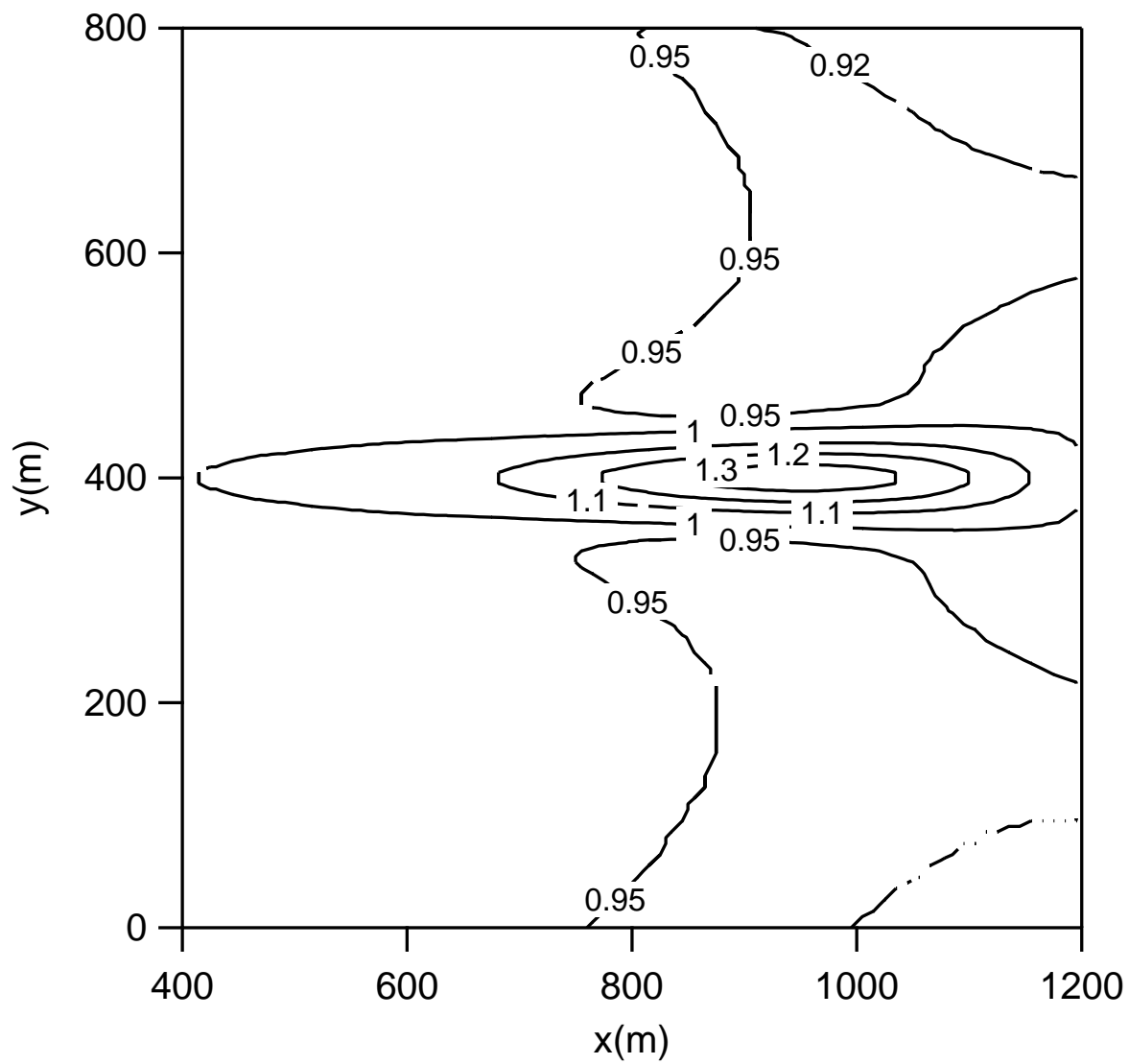


図 3.19 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(SWAN と同じ条件とし水深が一定の場合)

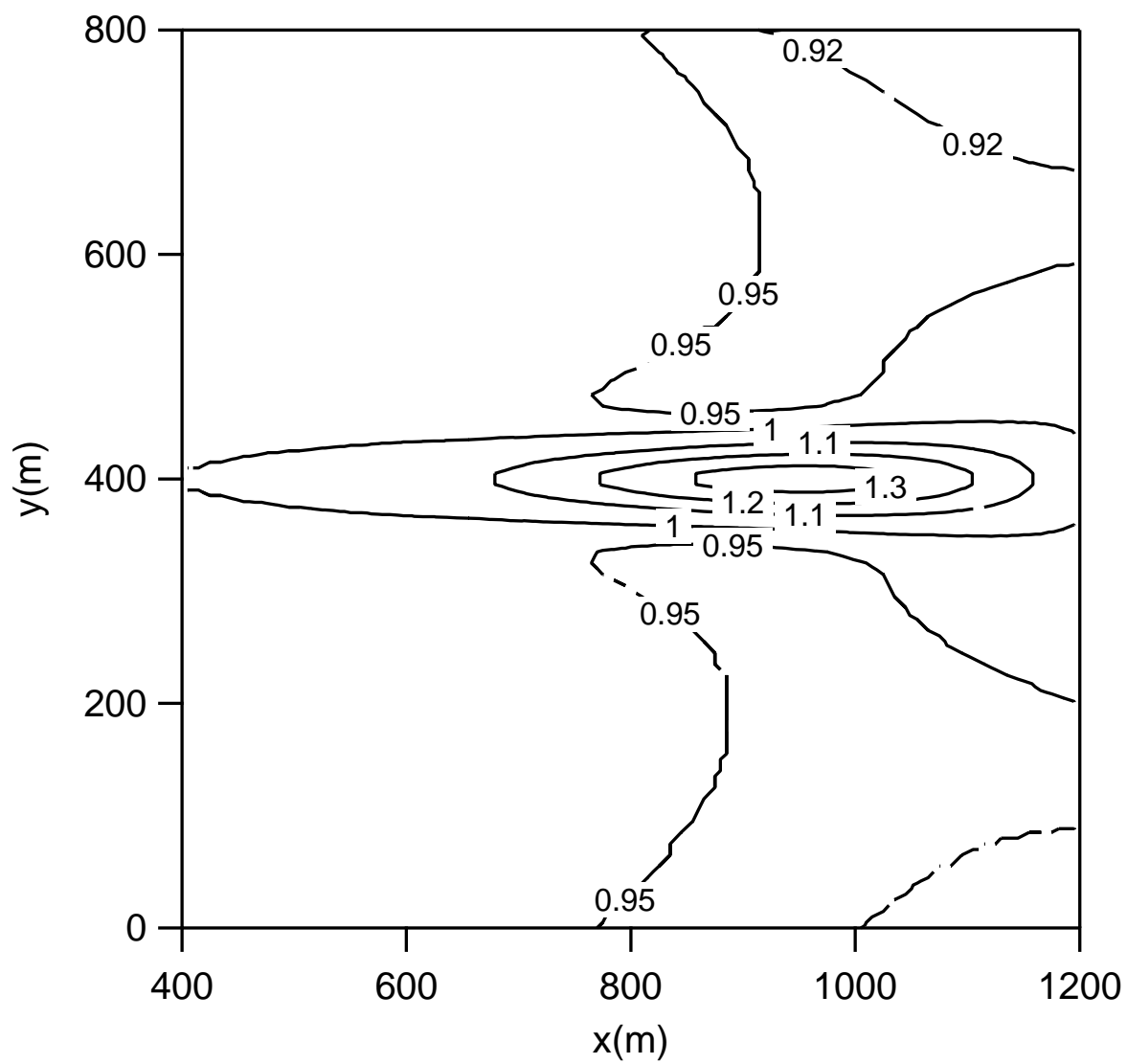


図 3.20 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

(SWAN と同じ条件とし水深が一定の場合)

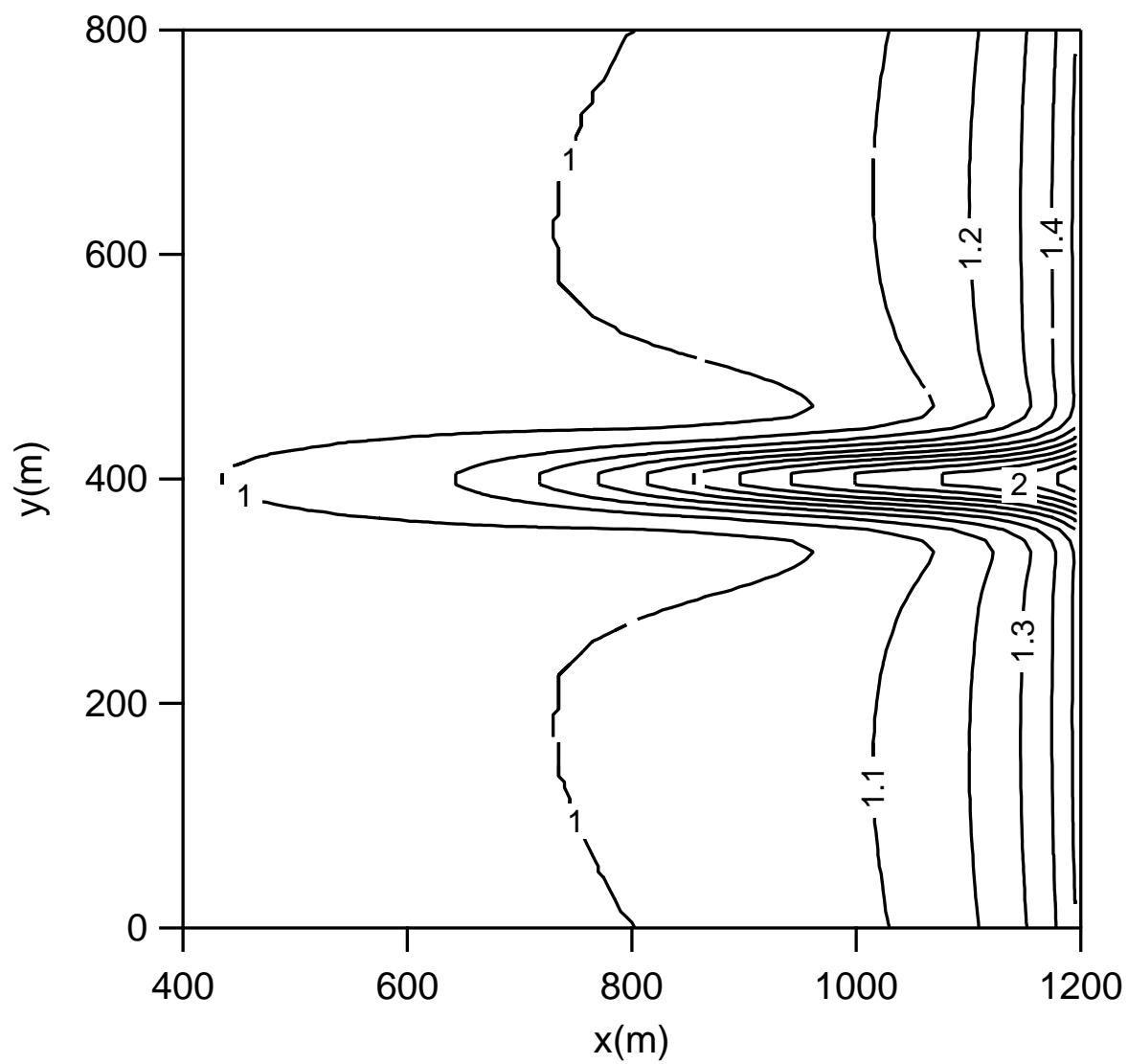


図 3.21 (x, y, θ) 系計算モデルによる計算結果

(SWAN と同じ条件とし一様勾配地形の場合)

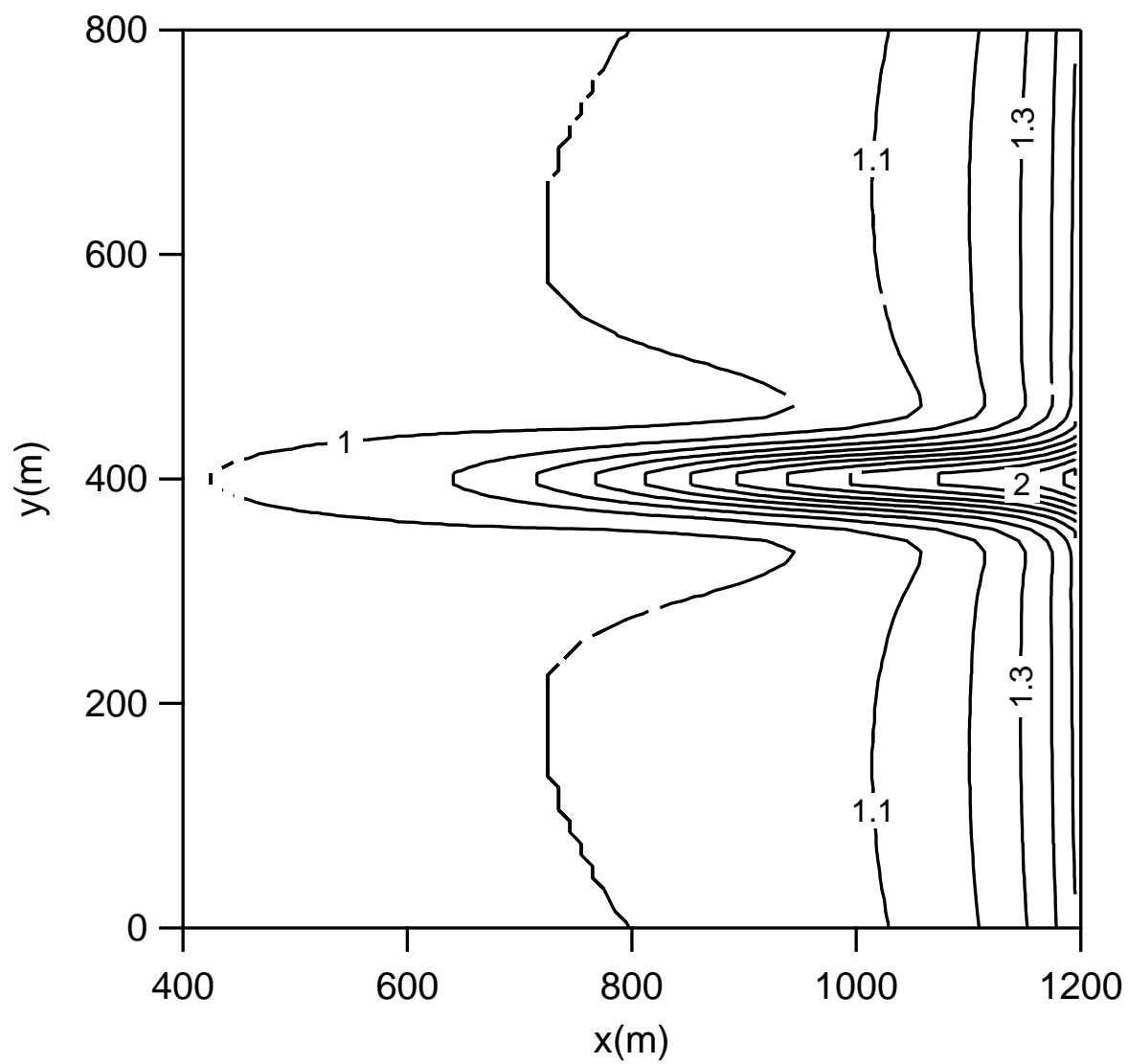


図 3.22 (x, y, θ, σ) 系計算モデルによる計算結果

(SWAN と同じ条件とし一様勾配地形の場合)

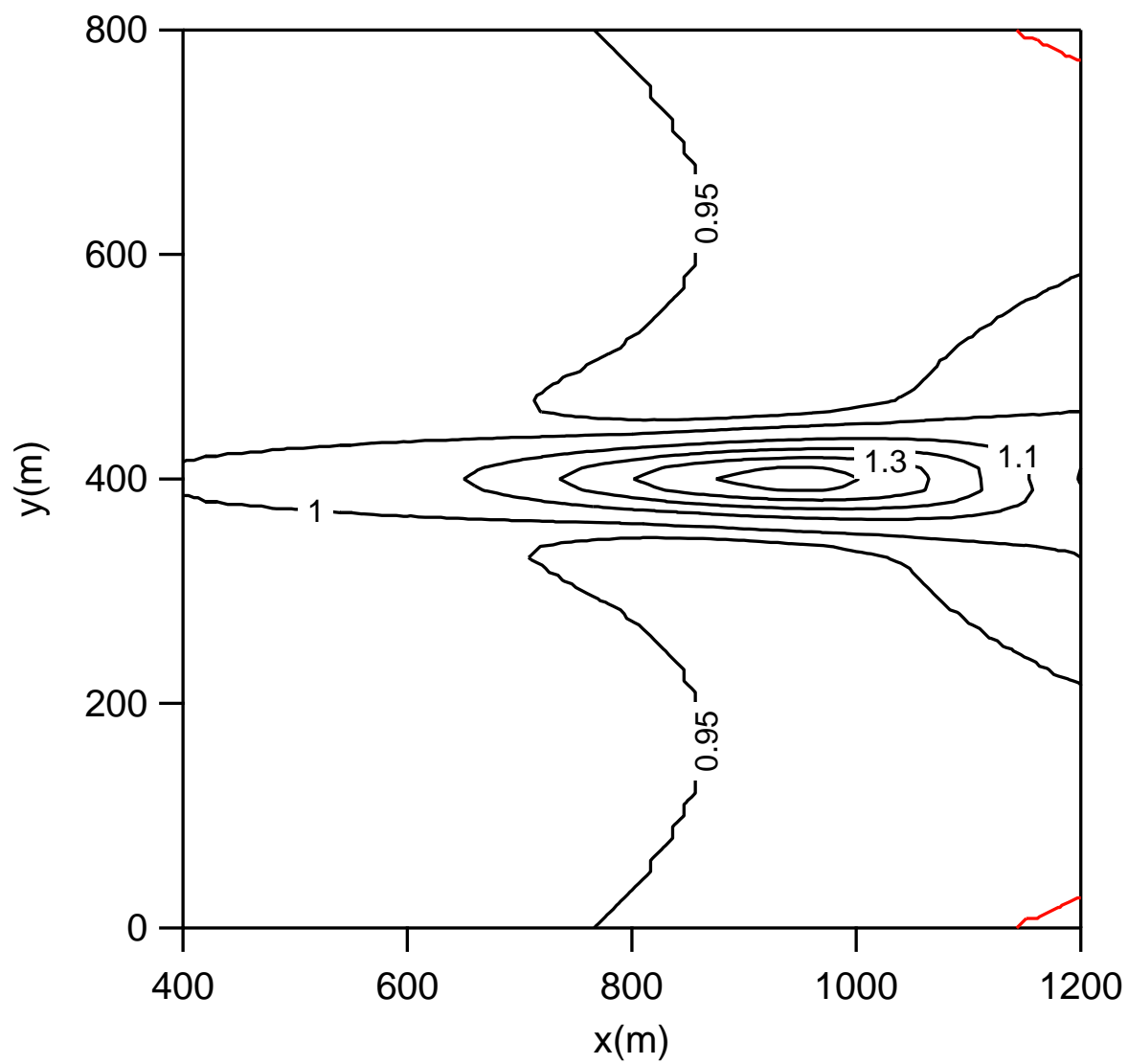


図 3.23 SWAN ver. 40.01 による計算結果

(水深が一定の場合)

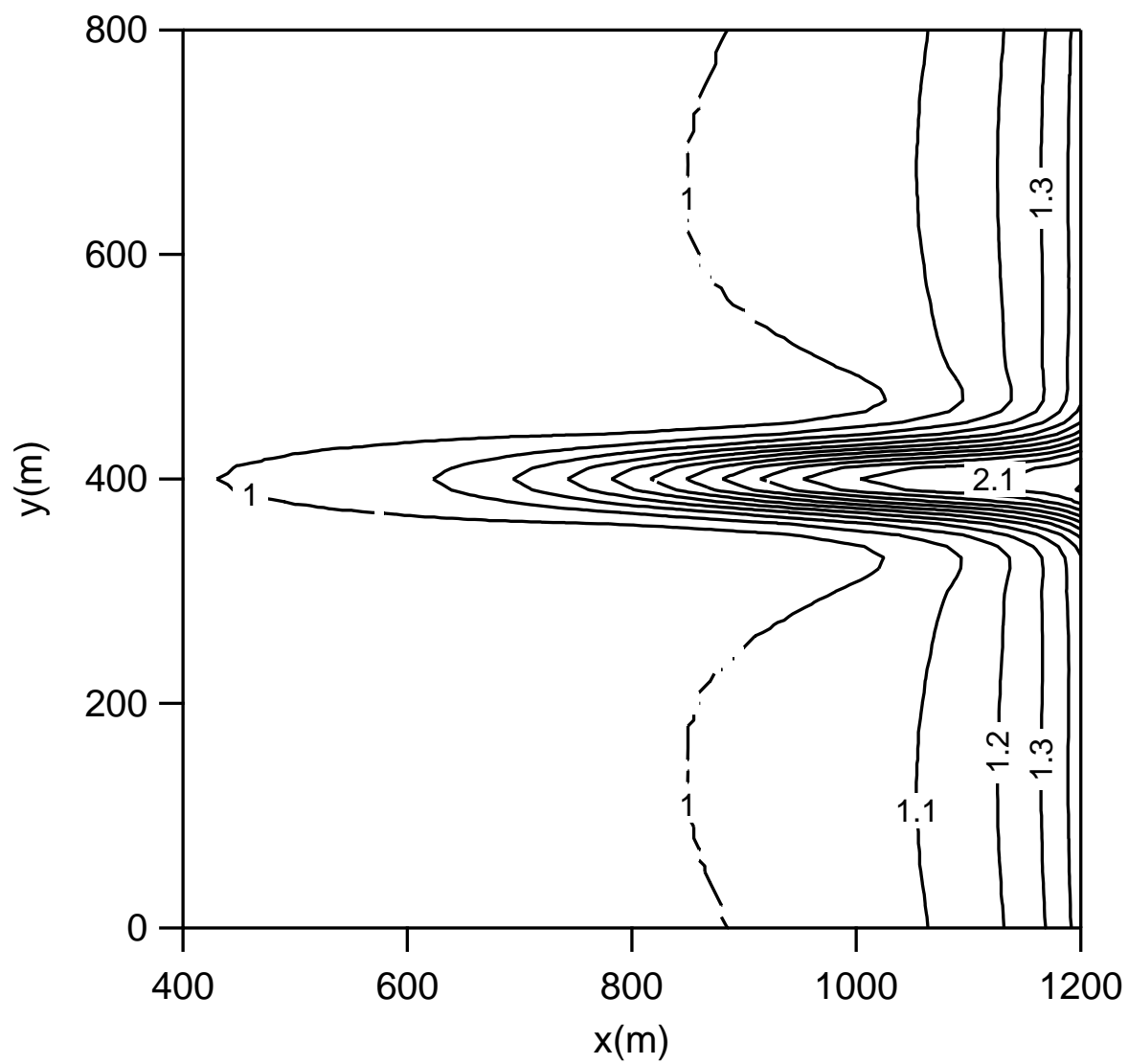


図 3.24 SWAN ver. 40.01 による計算結果

(一様勾配地形の場合)

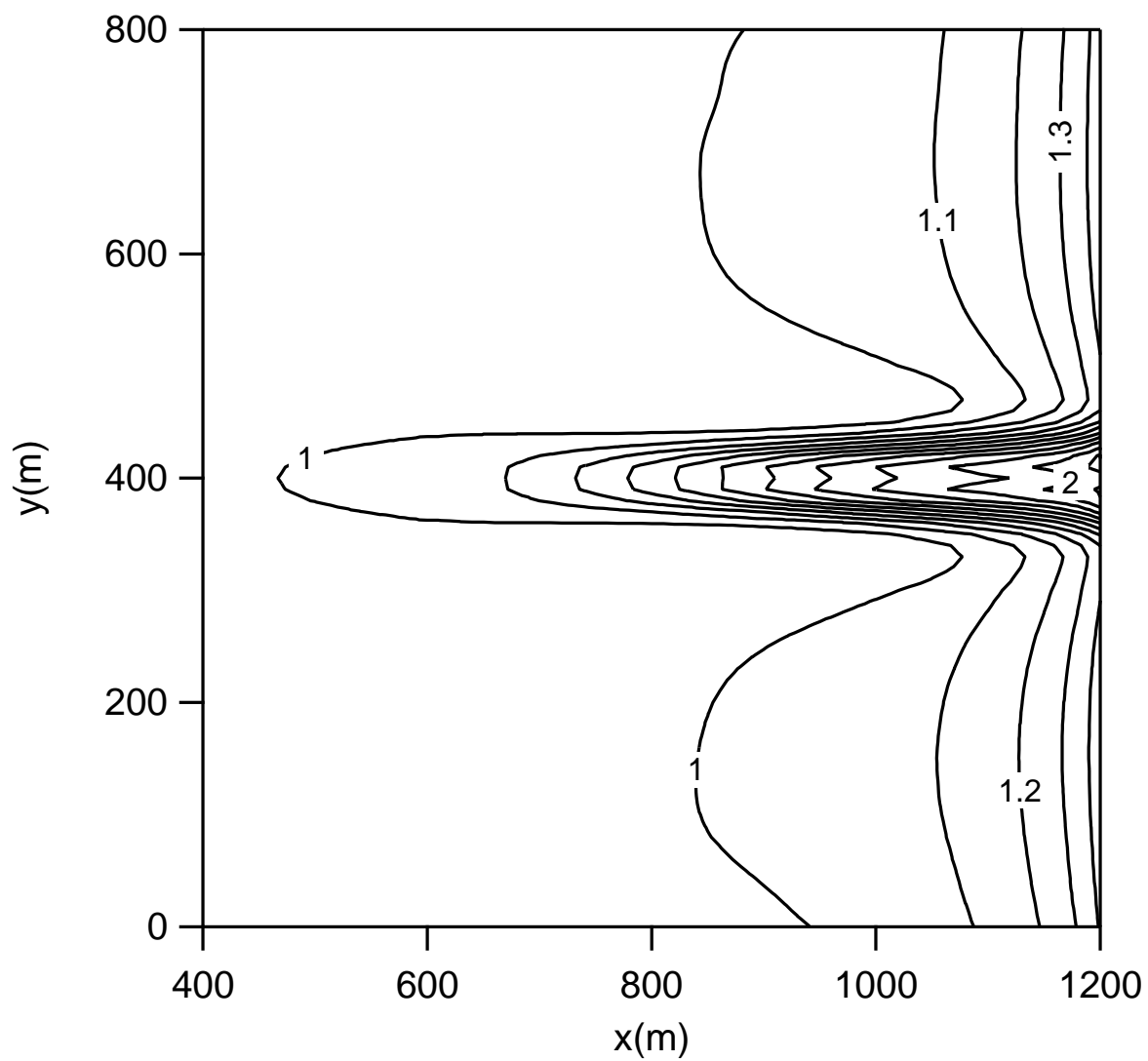
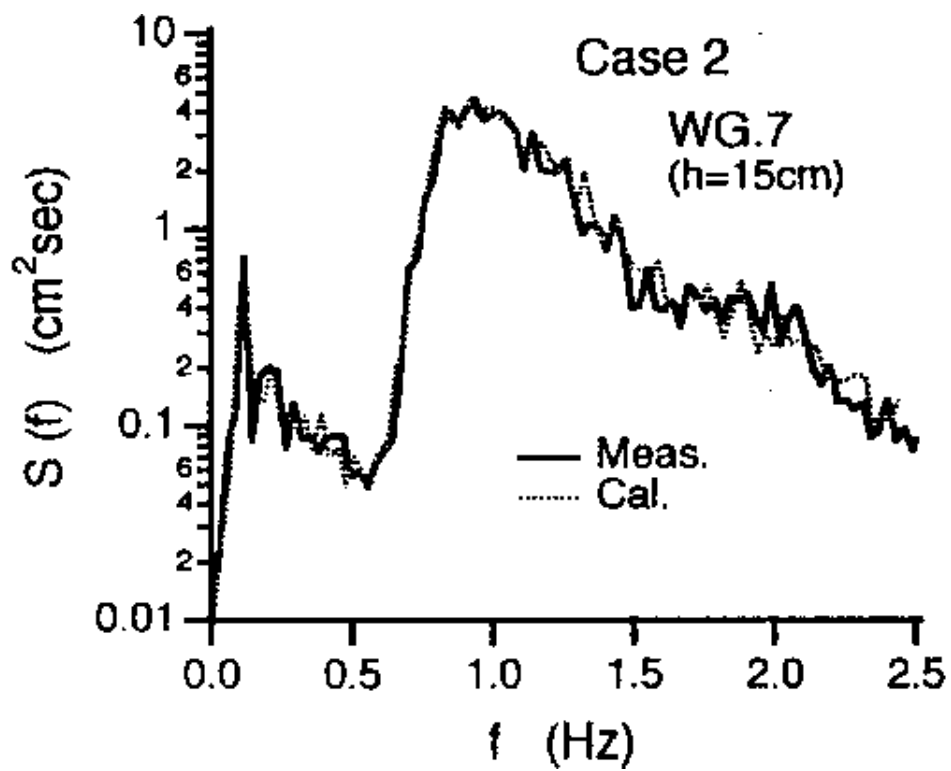
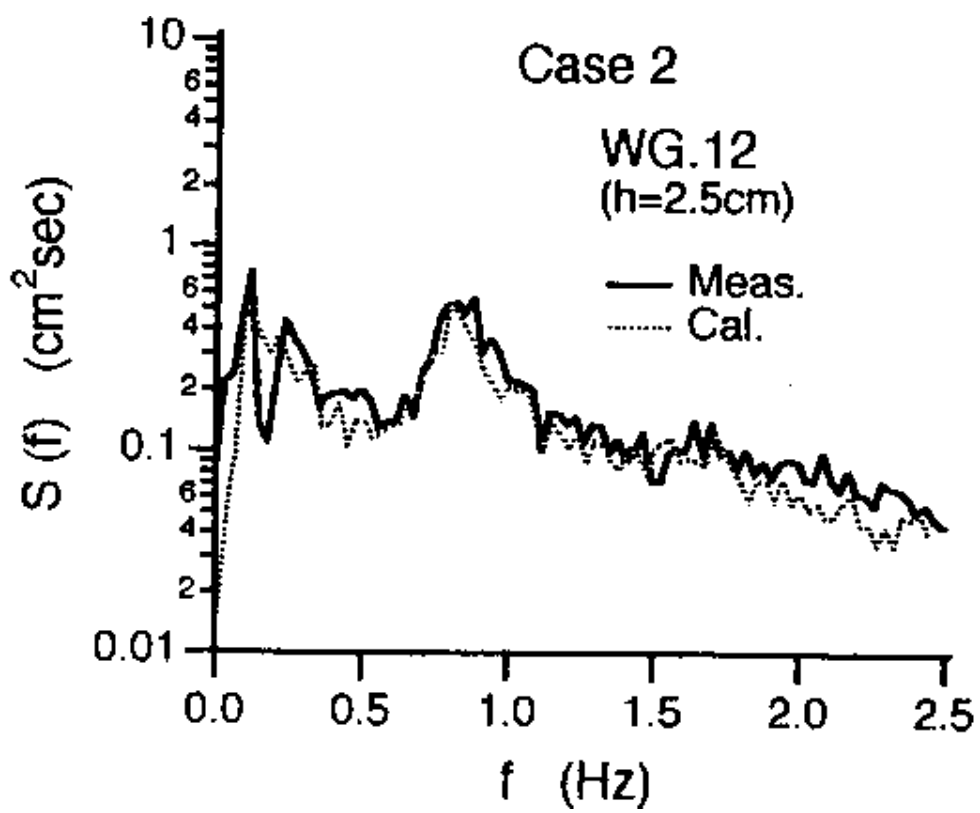


図 3.25 SWAN ver. 40.11 による計算結果

($x=600\text{m}$ から $\Delta x=5\text{m}$, $\Delta y=2.5\text{m}$ に細分割した一様勾配地形の場合)



(a)



(b)

図 4.1 浅海域におけるスペクトル変化

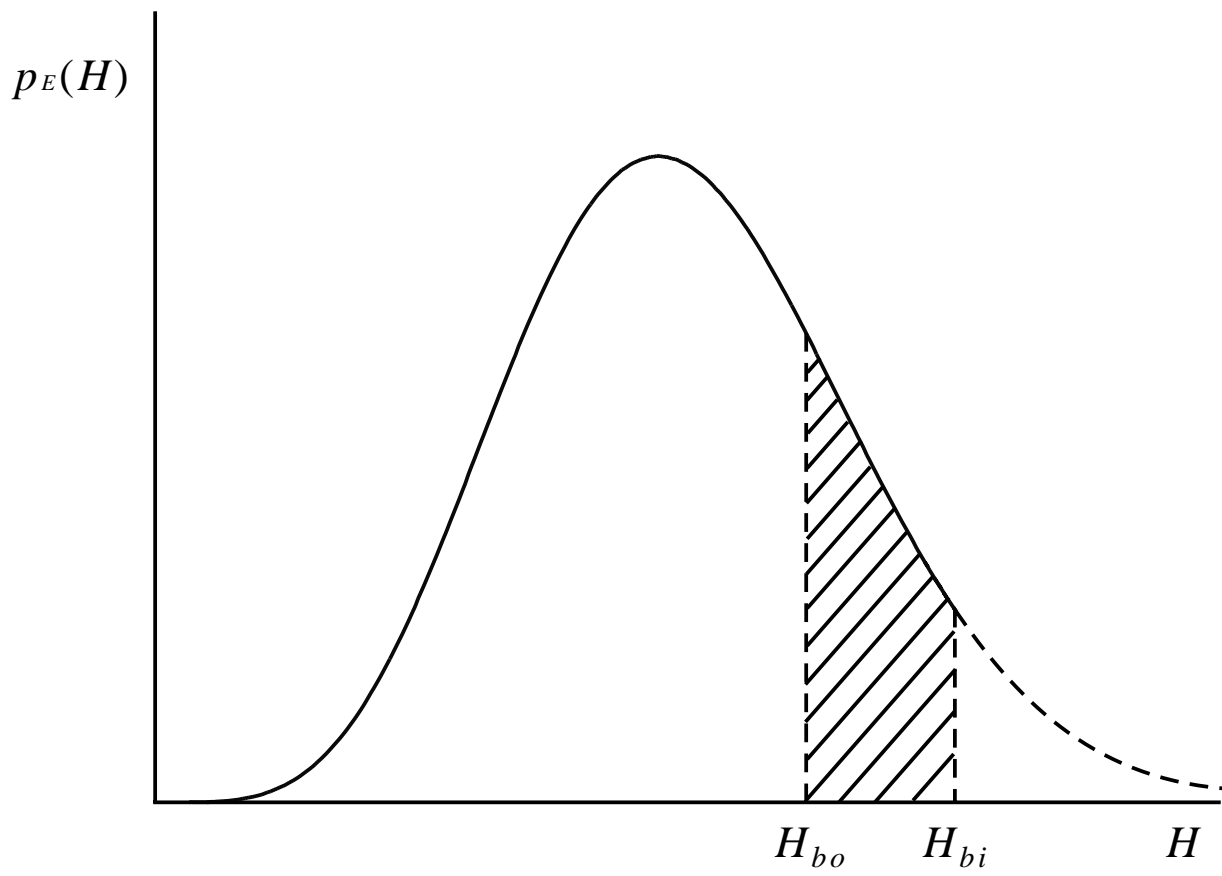


図 4.2 砕波によって失われるエネルギーの割合