

3D 表現について

2001年9月26日 98sj070 戸塚 孝尋

0 . 前期からの流れ

前期ではユーザーインターフェースについて広い範囲での研究を行ってきました。今後研究をまとめていくにあたってテーマを局所化する必要があると感じ、勉強をしているなかで自分が興味を感じた3D 表現に関する研究を中心としたものやっています。インタフェースの1つとしての3D 表現の可能性を探っていきたいと思います。

1 . 座標系

3D データを表現するにはまず座標系が必要になります。3次元物体を表す際に使う座標系としてはXYZ 軸をもつ絶対的な座標系を考え付くでしょう。これをワールド座標系とします。

次にオブジェクトの中心を原点としたオブジェクト座標系、視点を中心としたカメラ座標系、そして視点からの3D 画像を投影するスクリーン座標系を考えます。スクリーン座標系はx y の2次元座標系で、それ以外は3次元座標系となります。

2 . オブジェクトの構成

まず最初に頂点はx y z の3つのメンバを持ちます。次に面は少なくとも頂点を3つ以上のメンバを持ちます。そしてオブジェクトはこの面の集合によって形成されます。これらの値はオブジェクト座標系の上で設定されます。

3 . 座標変換

オブジェクトを移動、回転させるには座標変換が必要になります。これらの式は行列で表現します。

$$\begin{matrix} & & & & a & d & g \\ x1 & y1 & z1 & = & x & y & z & * & \begin{matrix} b & e & h \\ c & f & i \end{matrix} \end{matrix}$$

a ~ i の値はx y z それぞれの変換式によって決定されます。
以下に各軸の変換行列を載せます。

[X軸回転]

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos X & \sin X \\ 0 & -\sin X & \cos X \end{pmatrix}$$

[Y軸回転]

$$\begin{pmatrix} \cos Y & 0 & -\sin Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin Y & 0 & \cos Y \end{pmatrix}$$

[Z軸回転]

$$\begin{pmatrix} \cos Z & \sin Z & 0 \\ -\sin Z & \cos Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

平行移動の式を扱えるように次元を1つ増やします。

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & y & z & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} a & e & i & m \\ b & f & j & n \\ c & g & k & o \\ d & h & l & p \end{pmatrix}$$

平行移動の式

$$\begin{aligned} x_1 &= x + dx \\ y_1 &= y + dy \\ z_1 &= z + dz \end{aligned}$$

を行列にすると

[平行移動]

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ dx & dy & dz & 1 \end{pmatrix}$$

4 . 座標系間の変換

各座標系間の変換を行います。 < 未 >

5 . 描画

描画は面単位に行います。視線方向に平行な面を上から 1 ピクセルごとに走らせていき、そこで面の境界との交点を求めてその間の値を補間していきます。

また立体感を出すために陰影付けを行います。ここでは一番簡単なフラットシェーディングについて説明します。フラットシェーディングとは面と光線の角度によって光のあたり具合を判断するものです。従って面単位で陰影付けが行われることになります。

ではまず何が必要かと考えると、光源ベクトルの設定です。ここでは太陽のように遠く離れた光源（平行光源）を考えます。光源ベクトルが決定されると次に面の法線ベクトルが必要になります。これは外積を使うことで求められます。

次に必要となるものは、この面の法線ベクトルと光源ベクトルとの角度です。これは内積を利用することによって求められます。

[内積の定義]

$$a \cdot b = |a| |b| \cos \theta$$

[内積の計算法]

$$a \cdot b = a.x * b.x + a.y * b.y + a.z * b.z$$

[外積の定義]

$$a \times b = |a| |b| \sin \theta \cdot c$$

[外積の計算法]

$$(a \times b).x = a.y * b.z - a.z * b.y$$

$$(a \times b).y = a.z * b.x - a.x * b.z$$

$$(a \times b).z = a.x * b.y - a.y * b.x$$

手前と奥の面が重複する場所ではあらかじめスクリーン座標系 1 単位ずつに int を用意してそこに視点からの距離を代入、参照し、既に自身より手前に来ている面があったら描画をしないようにする、Z バッファ法と言う方法を用います。

遠近感覚を出すためには透視変換を用います。透視変換とは比率を用いた遠近法の表現方法です。

参考URL

<http://www.cc.rim.or.jp/~devilman/3dCoding/3dCoding.html>