

平成 1 5 年度

京都大学工学部物理工学科高専編入学試験問題冊子

物理工学基礎

力 学

電 磁 気 学

材 料 力 学

熱 力 学

流 体 力 学

材料基礎学

(注意)

問題冊子は表紙のほかに 7 ページである。

物理工学基礎・力学

1. 図 1 に示すように、質量 m 、長さ L の均質で十分に細い剛体の棒の左側を回転ジョイントにより用紙平面内において回転可能であるように固定し、右側をばね定数 k のばねに結合する。図の回転角度 θ がゼロの時のばねののびはゼロとする。重力の影響は無いとして、次の問に答えよ。

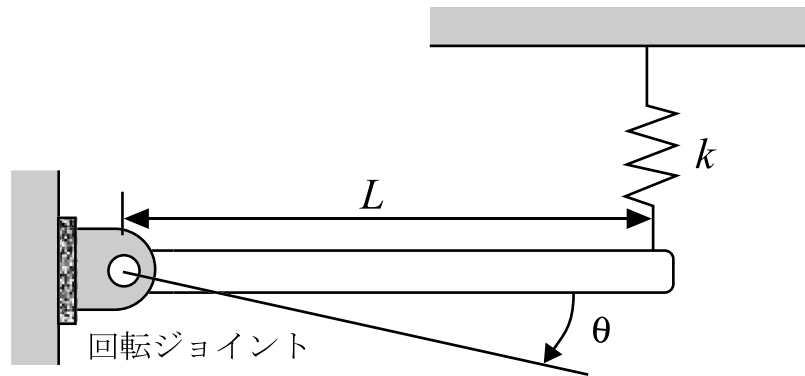


図 1

- (1) 左側の回転ジョイントまわりの棒の慣性モーメント I を求めよ。なお、棒の重心点まわりの回転ジョイントと同じ回転方向の慣性モーメントは、十分に細い棒であるという仮定のもとで、 $\frac{1}{12}mL^2$ となることを利用せよ。
- (2) 棒が回転ジョイントまわりに θ 回転した場合に、ばねにより生じる力のモーメント M_k を求めよ。
- (3) 棒が自由振動している場合について、 θ が十分小さいと仮定して運動方程式を導け。
- (4) 上の運動方程式からこの自由振動の周期 T を求めよ。

(5) さらに，図 2 に示すように，ばねと回転ジョイントの間に粘性減衰係数 c のダッシュポットを取り付け，回転ジョイントの位置に角振動数 ω ，振幅 M_0 ，すなわち $M = M_0 \sin(\omega t)$ (t は時間) で変動する力のモーメントを負荷した．このときの回転角度を $\theta = \theta_0 \sin(\omega t - \varphi)$ (φ は位相差) とした場合の振幅 θ_0 を求めよ．ただし，この場合も θ は十分小さいと仮定する．

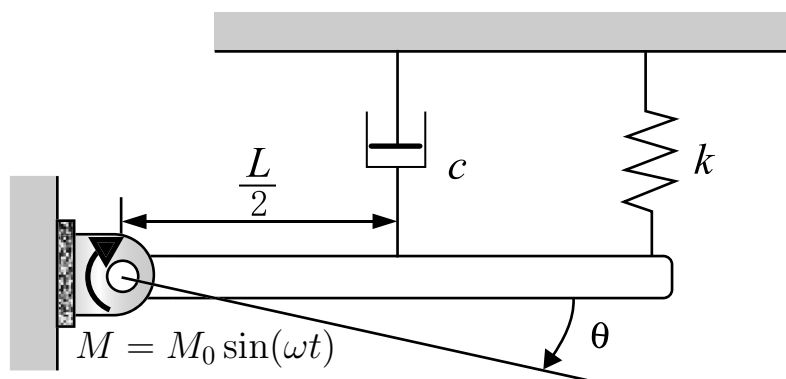


図 2

物理工学基礎・電磁気学

1. 半径 R の導体球に電荷 Q を与える．周囲は真空とし，真空の誘電率を ε_0 とする．以下の問いに答えよ．
 - (1) 導体球の中心から距離 r だけ離れた場所での電場の強さ $E(r)$ を求めよ．ただし， r は $r \geq 0$ の範囲の任意の値をとる．
 - (2) 距離 r の場所での電位 $\phi(r)$ を求めよ．ただし無限遠方の電位をゼロとする．
2. 地球には，宇宙から，さまざまな粒子が降り注いでいる．単位面積，単位時間あたり降り注ぐ粒子の個数は，およそ $1 \times 10^4 \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ である．粒子の出どころは，太陽や，他の星であり，粒子の種類は，主に陽子である．陽子は正電荷を持っており， $1 \times 10^9 \text{V}$ の電圧で加速されたときと同じくらいの運動エネルギーを持ってやって来る．陽子の電荷は $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ ，地球の半径は $R = 6400 \text{km} = 6.4 \times 10^6 \text{m}$ ，真空の誘電率は $\varepsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ である．以下の問いに答えよ．
 - (1) 宇宙から降り注いで来る陽子が，大気圏に突入し，地表に到達することによって，地球は，だんだん正電荷を帯びてくる．だとすると，そのうちに宇宙からやって来る陽子は，地球の電荷に反発されて，地表にたどり着けなくなるだろう．地球ができたときから，陽子は降り注いでいるとしたら，陽子が到達できなくなるほど地球が充電されるのにかかる時間はいくらか，求めよ．それは何秒，何日という長さか，何万年という長さか．
 - (2) 地球ができてから，すでに約 45 億年の年月が経っているが，今日も宇宙からは陽子が降り続けているのはなぜか，説明せよ．

物理工学基礎・材料力学

1. 内圧と外圧をうける厚肉円筒の軸対称二次元弾性変形を考える．

(1) 円筒の軸方向を z 軸にとった円筒座標系 (r, θ, z) で，微小要素を描き，各辺に働く応力を表示せよ．ただし，半径 r での半径応力と円周応力をそれぞれ σ_r, σ_θ とせよ．

(2) 次に，この微小要素について，半径方向の力の釣り合いを考え，体積力がない場合に，次式が成り立つことを示せ．

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

(3) 半径方向の変位 u が r のみの関数であることを考慮すると，半径ひずみ ε_r ，円周ひずみ ε_θ は次式で与えられる．

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (2)$$

また，ヤング率 E ，ポアッソン比を ν とするとき，応力とひずみの関係式は次式で表せる．ここに σ_z, ε_z は z 軸方向の応力とひずみである．

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)\varepsilon_r + \nu(\varepsilon_\theta + \varepsilon_z) \right\} \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)\varepsilon_\theta + \nu(\varepsilon_r + \varepsilon_z) \right\} \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left\{ (1-\nu)\varepsilon_z + \nu(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

これらより， ε_z が r によらないとき，式 (1) が次式となることを示せ．

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{d}{dr} \left(\frac{u}{r} \right) = 0 \quad (4)$$

(4) 式 (4) の一般解を求めよ．

(5) 円筒の内周 $r=r_a$ で圧力 p_a ，円筒の外周 $r=r_b$ で圧力 p_b をうけるときの σ_r を求めよ．

物理工学基礎・熱力学

1. 熱容量 C , 初期温度 T_h の物体 A と, 無限大の熱容量があり熱の出入りによって温度変化のない, 温度 T_l ($< T_h$) の熱源 B との間で可逆サイクルを使って仕事を取り出す. このとき次の設問に答えよ.

- (1) 物体 A の温度が T のとき ΔQ だけ熱を奪った. このとき取り出すことが出来る仕事 ΔW を $T, T_l, \Delta Q$ を使って表しなさい.
- (2) 物体 A から ΔQ だけ熱を奪ったときの物体 A の温度変化 ΔT を求めなさい.
- (3) 物体 A の温度が T_l になるまでの間に取り出すことの出来る仕事の総量 W を求めなさい.
- (4) エネルギー変換効率 $\eta = W/E$ を $\alpha = (T_h - T_l)/T_l$ の関数として示しなさい. ここで, E はこの過程で物体 A の失った熱エネルギーである.

物理工学基礎・流体力学

1. 完全流体の運動は，時刻 t ，3次元デカルト座標 (x, y, z) 上の各速度成分を (u, v, w) とし，圧力を P ，流体密度を ρ ，体積力の各方向成分を (f_x, f_y, f_z) とすれば，以下のオイラーの運動方程式で記述できることが知られている．

$$\begin{aligned}\frac{Du}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + f_x \\ \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + f_y \\ \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + f_z\end{aligned}\tag{1}$$

以下の設問に答えよ．

- (1) 完全流体とは何か簡単に説明せよ．また，式 (1) を導く際に用いる力学法則は何か答えよ．
- (2) 式 (1) の左辺は，物質微分または実質微分と呼ばれているが，どのような物理的意味を持つのか，以下の関係式を参考にして，簡単に説明せよ．

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}\tag{2}$$

- (3) 式 (1) を一本の流線に沿って積分して得られる式は，何の定理と呼ばれるか答えよ．
- (4) 重力が作用する非圧縮性流体について，問 (3) で得られる式を示せ．(ただし，重力加速度 g は $-y$ 方向とし，ポテンシャルは $U = gy$ とする．) また，得られた式の各項の物理的意味を簡単に説明せよ．

物理工学基礎・材料基礎学

1. 以下の(イ),(ハ),(ニ)にあてはまる数式を文中で使われている記号で答えよ. また, (ロ),(ホ)に当てはまる数値を答えよ. ただし, (ホ)は有効数字2桁で求めよ.

固体の自由表面原子は, 結合している原子が少ないので, 結晶内部の原子よりも高いエネルギー状態にある. 一般に, 表面原子の過剰エネルギー(結晶内部の原子に比べて過剰)の合計が表面エネルギーである. 銅の表面エネルギーを単純なモデルをもちいて求めよう.

固体を構成している原子1個あたりの結合エネルギーがその最近接原子との結合エネルギーの合計であるという単純なモデルをもちいる. Z を配位数, N_A をアボガドロ数(6.02×10^{23}) とすると, 1mol あたり $(1/2)ZN_A$ 個の結合がある. 結合1本あたりのエネルギー ϵ は, モル昇華エンタルピー (1mol に含まれるすべての結合を切ることによるエンタルピー変化) ΔH をもちいて

$$\epsilon = \boxed{\text{(イ)}} \quad (1)$$

とかける.

面心立方構造である Cu を (111) 面でへき開すると, 1原子あたり3本の結合が切れる. その際に2枚の表面ができるので, その表面をつくるのに必要な仕事は表面1原子あたり $(3/2)\epsilon$ である. すると表面をつくるのに必要な表面1原子あたりの仕事 W は, 面心立方構造では $Z = \boxed{\text{(ロ)}}$ であるので

$$W = \frac{3}{2} \epsilon = \boxed{\text{(ハ)}} \quad (2)$$

となる. したがって S を表面1原子あたりの面積とすると, 表面エネルギー γ は

$$\gamma = \frac{W}{S} \quad (3)$$

で求まる. 面心立方構造では格子定数を a_0 とすると図1からわかる通り, $S = \boxed{\text{(ニ)}}$ である.

銅の昇華エンタルピーは約170kJ/molで, 格子定数は $3.615 \times 10^{-10}\text{m}$ である. こうして求めた銅の(111)面の表面エネルギーは約 $\boxed{\text{(ホ)}}$ J/m² である.

一方, 実測値は約1.6 J/m² であり, 予想通り, この単純なモデルは正確な値を与えない. なぜなら, もちいたモデルは表面近傍で起こる結合数の変化以外の効果を考慮していないからである. しかし, この結果は全くでたらめな値というわけではない.

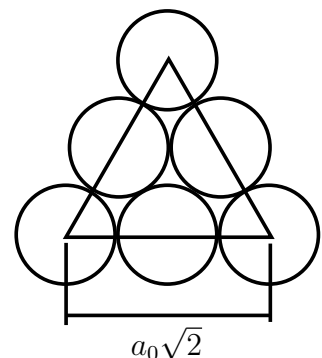


図1: 面心立方構造の(111)面.

問題は、このページで終わりである。