

平成 1 6 年度
京都大学工学部物理工学科高専編入学試験問題冊子

物理工学基礎

力 学

電 磁 気 学

材 料 力 学

熱 力 学

流 体 力 学

(注意)

問題冊子は表紙のほかに 6 ページである。

物理工学基礎・力学

地球の赤道上に位置する高さ h の塔の上から小さな物体を自由落下させる．塔に相対的な物体の初速度はゼロである．物体の質量を m ，地球の自転角速度を Ω_0 とし，赤道上での重力加速度を g とする．地球の公転や空気の抵抗の影響は無視できるものとして，以下の文章中の (1) から (11) までに当てはまる数式あるいは語句を答えよ．

- 物体の落下開始時刻を $t = 0$ とする．時刻 t における物体の地表からの高さは $z =$ (1) である．したがって，物体が地表面に達する時刻は $T =$ (2) となる．
- 地球の公転運動とともに並進する慣性系から落下物体の運動を観測する．地球の半径を R とすると，初期時刻 $t = 0$ において物体がもつ（地球の自転軸まわりの）角運動量（運動量モーメント）は (3) である．落下中に物体の角運動量は保存されるので，高さ z での物体の（地球の自転軸まわりの）角速度 Ω と Ω_0 の間には $\Omega/\Omega_0 =$ (4) なる関係が成り立つ．この式において地球の半径が大きい，すなわち $h/R \ll 1$ ， $z/R \ll 1$ であることを考慮すると $\Omega/\Omega_0 \simeq 1 + 2 \left(\text{(5)} \right) / R$ なる近似式が得られる．したがって，物体は初期時刻から地表面に達する時刻までに角度 $\int_0^T \Omega dt =$ (6) だけ東に運動する．この間に塔の下の地表面は距離 (7) だけ東に移動するので，物体は塔の東に距離 (8) だけずれた地表面に落下するものと予測される．
- つぎに，同じ運動を地球とともに回転する座標系から観測する．このとき，物体には重力に加えて $2m\Omega_0[-(dz/dt)e_x + (dx/dt)e_z]$ なる見かけの力がはたらくことになる．この見かけの力を (9) という．ここに， e_x と e_z はそれぞれ水平東向きと鉛直上向きの単位ベクトルを表わす． x は（塔を原点とする） e_x の方向の物体の座標である．この見かけの力の鉛直成分が重力に比べて無視できるものとすれば $z =$ (1) となるので，この結果から物体の水平方向の運動方程式は $m d^2x/dt^2 =$ (10) となる．この方程式を解くことにより，物体は塔の東に距離 (11) だけずれた地表面に落下するものと予測される．

【注】 $\frac{1}{(1+y)^2}$ は $|y| < 1$ においてテイラー展開 $\frac{1}{(1+y)^2} = 1 - 2y + 3y^2 - 4y^3 + \dots$ をもつ．

物理工学基礎・電磁気学

1. アンペールの法則によると，真空中の定常的な電流密度 i と磁束密度 B は

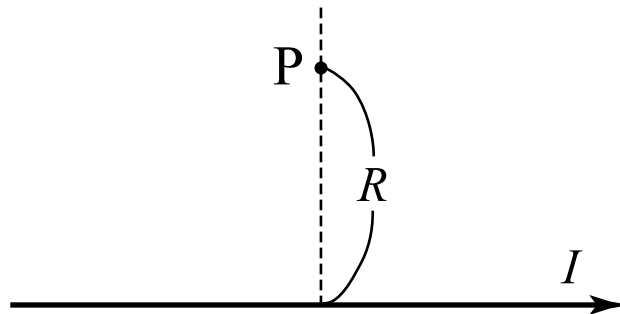
$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{i}, \quad \operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0$$

を満たす．ただし $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ は真空の透磁率である．また，ビオ・サヴァールの法則によると，電流 I が流れる線要素 ds からベクトル r だけ離れた位置にできる磁束密度は

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds \times \boldsymbol{r}}{|\boldsymbol{r}|^3}$$

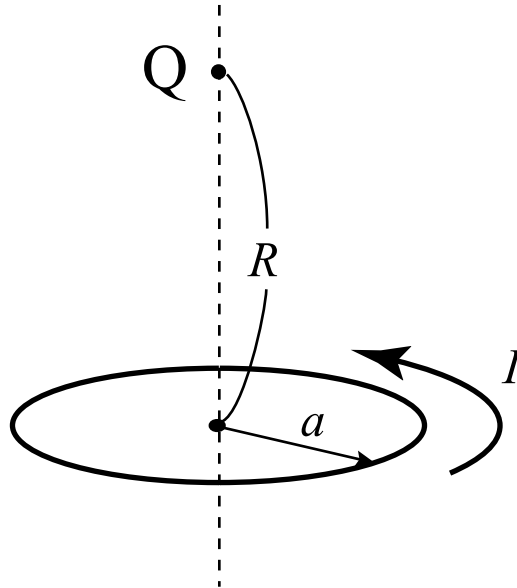
である．以下の設問に答えよ．

- (1) 直線電流の周囲の磁力線の様子を図を描いてわかりやすく示せ．磁力線には必ず向きをつけよ．
- (2) 無限に長い直線電流 I から距離 R 離れた点 P における磁束密度の大きさ B を求めよ．
- (3) $I = 1.0 \text{ A}$, $R = 10 \text{ cm}$ のときの磁束密度の大きさを計算せよ．



(問題は次ページに続く.)

2. 次に半径 a の円に沿って電流 I が流れているとする．点 Q は，円の中心を通る，円板に垂直な直線上の，中心から距離 R 離れた位置にある．以下の設問に答えよ．



- (1) 円電流の周囲の磁力線の様子を図を描いてわかりやすく示せ．磁力線には必ず向きをつけよ．
- (2) 点 Q における磁束密度の大きさ B を求めよ．
- (3) 地球の周囲には地磁気と呼ばれる磁場があるが，地磁気の原因は地球の内部に永久磁石か電磁石があるせいだと考えられる．そして，電磁石だろうという説が有力である．なぜ永久磁石ではないと考えられるのだろうか，説明せよ．
- (4) 北極点付近での地磁気の磁束密度は $B = 5.0 \times 10^{-5} \text{ T}$ である．地球の半径 6400 km である．地球の赤道面上中心周りで半径 3000 km の円電流が流れていて地磁気を作っているとしたら電流の大きさ I はいくらか，計算せよ．なお地球内部の透磁率は真空の透磁率とほぼ等しい．また，必要なら近似値

$$\sqrt{6.4^2 + 3.0^2} \simeq \sqrt{50} \simeq 7.1$$

を用いてよい．

- (5) この電流は一般家庭で用いられている電流の何世帯分にあたるだろうか，適当に見当をつけて計算せよ．どうやって見当をつけたのかも示せ．

物理工学基礎・材料力学

1. 図 1 に示すように、長さ L の棒が鉛直に置かれ、その上端が固定され、下端に質量 M の物体が取り付けられている。この棒は自重を有し、応力が一定となるように断面積 S が設計されている。棒の密度を ρ 、縦弾性係数を E 、重力加速度を g 、物体の取り付け位置 $x = 0$ における棒の断面積を S_0 とする。以下の問に答えよ。ただし変形は微小であり、力と変形との間には線形の関係が成立するものとする。

- (1) 重力が作用したとき、棒に生じる応力と棒の伸びを求めよ。
- (2) 棒の断面積 S を位置 x の関数として求めよ。

2. 図 2 に示すように、長さ L の両端固定はり AB が、左端 A でゼロから始まり右端 B に向かって一様に増加する分布荷重を受けている。総荷重を W 、断面 2 次モーメントを I 、縦弾性係数を E とする。以下の問に答えよ。ただし変形は微小であり、力と変形の間には線形の関係が成立するものとする。

- (1) 支点 A, B のそれぞれの反力 R_A, R_B と曲げモーメント M_A, M_B を求めよ。
- (2) 曲げモーメント図 (BMD) を描け。
- (3) たわみ曲線を求めよ。

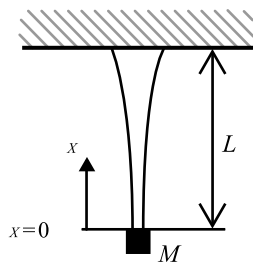


図 1

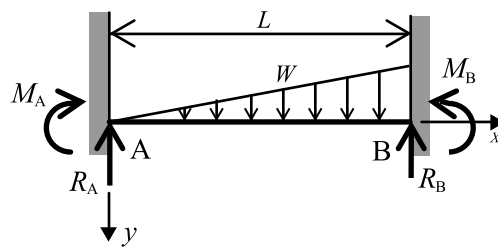


図 2

物理工学基礎・熱力学

1. カルノーサイクルに関して，以下の文章を読み，設問に答えよ．

理想気体を作業物質とする循環過程であるカルノーサイクルでは，理想気体が高温 T_H と低温 T_L の熱源に接触でき，またバネや重力場中のオモリを動かして可逆的に仕事をすると考える．図 1 は，圧力-体積 ($P-V$) 平面および温度-エントロピー ($T-S$) 平面での系の状態の変化を表わしている．表 1 には，3 次元単原子理想気体における各断熱，等温過程での，熱の流入 ΔQ や外にする仕事 ΔW ，エネルギーの変化 $\Delta E (= \Delta Q - \Delta W)$ を整理して示した．体積 V の添え字は図 1 の $P-V$ 平面のそれぞれの状態を示す．

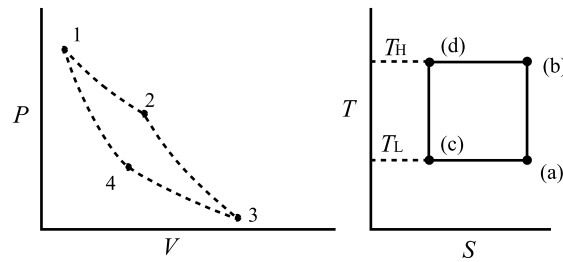


図 1: $P-V$ 平面， $T-S$ 平面におけるカルノーサイクル．

表 1: カルノーサイクルに伴う各物理量．

過程	$\Delta E/(Nk)$	$\Delta Q/(Nk)$	$\Delta W/(Nk)$
等温膨張 ($1 \rightarrow 2$)	0	$+T_H \ln(V_2/V_1)$	(1)
断熱膨張 ($2 \rightarrow 3$)	$-\frac{3}{2}(T_H - T_L)$	0	(1')
等温圧縮 ($3 \rightarrow 4$)	0	$-T_L \ln(V_3/V_4)$	$-T_L \ln(V_3/V_4)$
断熱圧縮 ($4 \rightarrow 1$)	$+\frac{3}{2}(T_H - T_L)$	0	$-\frac{3}{2}(T_H - T_L)$

ただし， N, k はそれぞれアボガドロ数，ボルツマン定数を表わす．

- (1) 等温膨張 $1 \rightarrow 2$ ，断熱膨張 $2 \rightarrow 3$ 過程それぞれで，系がした仕事 ($\Delta W/(Nk)$) を理想気体の状態方程式 $PV = NkT = (2/3)E$ から導け．ここで E はエネルギーを表わす．
- (2) 高温熱源から入った熱がどれだけ仕事に使われたかを示す効率を求めよ．ただし， $V_1V_3 = V_2V_4$ が成立する．
- (3) $T-S$ 平面の状態記号 (a),(b),(c),(d) に，それぞれ対応する $P-V$ 平面の状態を表わす数字 (1,2,3,4) を記せ．
- (4) カルノーサイクルを無限小部分にわけて考えた場合に周囲と交換された熱を δQ とすると， $\delta Q/T$ という量の積分 S が示量状態量であることを導け．

物理工学基礎・流体力学

1. 外力が働かない場合の非圧縮性ニュートン流体の $x-y$ 平面上での 2 次元流れを記述する方程式は、 x, y 方向の流速を U, V 、圧力を P とすると、連続の式

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

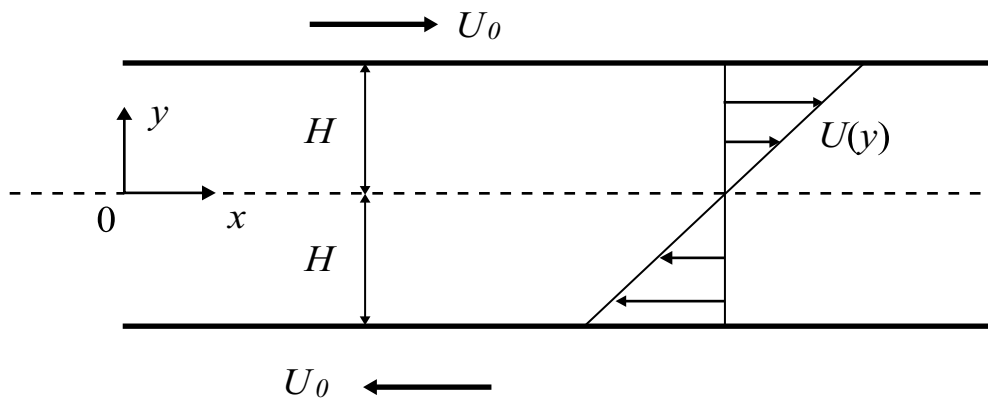
と運動方程式

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

である。ここで、 ρ は流体の密度、 μ は流体の粘性係数である。

- (1) これらの連続の式および運動方程式が物理的に何を表わす式であることを簡単に説明せよ。
- (2) 間隔 $2H$ をもつ無限平行平板間を流れる非圧縮性ニュートン流体の発達した定常 2 次元層流を考える。図に示すように、上板が x 方向に速さ U_0 で動き、下板が上板とは反対の x の負の方向に同じ速さで動くものとする。このとき、 x 方向の圧力勾配 $k(= \partial P / \partial x)$ が一定であるとして、 $k > 0, k = 0, k < 0$ の 3 つの場合に対して流体の流速分布 $U(y)$ ならびにせん断応力分布 $\tau(y)$ を式①～③から求めよ。また、それらの分布の概形を図示せよ。



- (3) 板の速さ U_0 が増加すると平板間の流れは、やがて層流から乱流に遷移する。その遷移を決定するパラメーターとしてある無次元数があげられる。その無次元数が何であるかを運動方程式②を無次元化することにより明らかにし、その無次元数が乱流への遷移をなぜ決定するパラメーターになるのかについて説明せよ。

問題は、このページで終わりである。