1. 直線上に二点を取り、まず自分の好きな値 m, n を決め、二点から $m : n$ の内分点を書きなさい。次に $m : n$ の外分点と $n : m$ の外分点も書きなさい。
2. 数直線上に二点 $A(a)$ と $B(b)$ がある。これを $m : n$ に内分する点と外分する点の座標をそれぞれ求めなさい。またどうしてそうなるのか理由も言いなさい。ただし外分については $m < n$ のときと $m > n$ のときに分けて考えなさい。
3. 座標平面上に二点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ がある。この二点間の距離はいくらになるか？三平方の定理を用いて理由をつけて答えなさい。
4. 座標平面上に二点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ がある。これを $m : n$ に内分する点と外分する点の座標をそれぞれ求めなさい。またどうしてそうなるのか理由も言いなさい。ただし外分については $m < n$ のときと $m > n$ のときに分けて考えなさい。
5. 座標平面上に三点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ があり三角形をなしているとする。この三角形の重心の座標を求めなさい。
6. $ax + by + c = 0$ の形で表せるが、$y = ax + b$ の形では表せない直線はどんなものがあるか答えなさい。
7. 点 (x_1, y_1) を通り、傾きが m の直線の方程式は何になるか理由をつけて答えなさい。
8. 二点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ (ただし $x_1 \neq x_2$) を通る直線の方程式は何になるか、理由をつけて答えなさい
9. $y = ax + b, y = cx + d$ の二直線があったとき, これらが平行になる条件と垂直になる条件を理由をつけて答えなさい。またその条件が満たされるとき必ず平行、垂直になるかも答えなさい。
10. 点 (x_1, y_1) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離を求めよ。なぜそうなるのかも答えなさい。
11. 円とは何か答えなさい。これに基づいて中心が (a, b) で半径が r の円の方程式を求めなさい。
12. 円と直線が接するとはどういうことか答えなさい。
13. 円 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ と直線 $lx + my + n = 0$ の共有点を $l = 0$ のとき、$m = 0$ のとき、$l \neq 0, m \neq 0$ のときに場合わけして求めなさい。また連立方程式としてみたとき二実解、重解、解なしにそれぞれどんな意味があるか答えなさい。
14. 円 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ と直線 $lx + my + n = 0$ があったとき、円の中心と直線の距離を求め、これを半径と比較し、円と直線の位置関係について考えなさい。
15. 円 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ の円周上の点 (x_1, x_2) における接線の方程式は何になるか？理由をつけて答えなさい。
16. 軌跡とは何か答えなさい。

17. ある条件と図形がいまあるとする。この条件を満たす軌跡がその図形であることを確かめるには、その条件を満たす任意の点がその図形上にあることを確かめ、次に図形上の任意の点がその条件を満たすことを見ればよい。このことを条件と図形をそれぞれ集合と見てその包含関係を考えることによって説明しなさい。また二つの確認のうち一方でも落とせば条件の軌跡と図形が一致しない例を作りなさい。
18. 一般角 θ について三角関数 $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ の定義を述べなさい。またこれが $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ について数学　の定義とおなじであることを確かめなさい。
19. 上の定義の基づいて $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ それぞれのグラフを描き最大の定義域と値域を求めなさい。
20. 上の定義の基づいて $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ を証明しなさい。また $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ も証明しなさい。
21. 奇関数・偶関数の定義を述べ、$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ がそれぞれ何にあたるか答えなさい。また周期関数についても同様に定義を述べ、三角関数それぞれについて周期を答えなさい。
22. 正弦・余弦・正接それぞれに対して加法定理を述べ証明しなさい。またこれから倍角・半角公式を導きなさい。
23. 三角関数の合成公式 $a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha) = \sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta+\beta)$ を証明しなさい。α, β の条件も言いなさい。
24. $1. a^m a^n = a^{m+n}$, $2. (a^m)^n = a^{mn}$, $3. (ab)^n = a^n b^n$ の三つを指数法則と呼ぶ。m, n が正の整数のときこれらが成り立つことを確かめよ。これから後の問題で m, n が実数になるまで拡張する。こんご $a \neq 0$ とする。
25. まず指数法則の m, n が正の整数と 0 に拡張する。指数法則の 1 において m を正の整数 $n = 0$ としてみよ。a^0 はいくらになるか？それを a^0 の定義として、m, n が正の整数と 0 に対して指数法則が成り立つことを確認せよ。
26. 次に指数法則の m, n を整数全体に拡張する。指数法則 1 において m を正の整数、$n = -m$ としてみよ。a^{-m} はいくらになるか？それを a^{-m} の定義として、m, n が整数全体に対して指数法則が成り立つことを確認せよ。
27. 次に指数法則の m, n を有理数全体に拡張するための準備をする。
   (a) n 乗すると a になる数を a の n 乗根と呼ぶ。n が奇数のとき a が正であっても負であっても n 乗根はただひとつ存在することを確かめよ。これを $\sqrt[n]{a}$ とかく。
   (b) n が偶数のとき a が正のときにのみ n 乗根が正と負の二つ存在し、負のときには存在しないことを確かめよ。正の n 乗根を $\sqrt[n]{a}$、負の n 乗根を $-\sqrt[n]{a}$ とかく。
28. 次に指数法則の m, n を有理数全体に拡張する。今後 $a > 0$ のみ考え

る。指数法則の 2 を考える。n を正の整数、$m=\dfrac{p}{n}$ （ただし p は正の整数）としてみよ。$a^m=a^{\frac{p}{n}}$ はいくらになるか？これを $a^m=a^{\frac{p}{n}}$ の定義として指数法則を確かめよ。また負の有理数 $-r$ に対し、a^{-r} はどう定義すればよいか？

29. 指数の実数への拡張は実数に近づいていく有理数の数列を取り、それらに対して累乗を計算し、近づく先を定義とする。つまりたとえば 2^π は π に近づく列、$3,\ 3.1,\ 3.14,\ 3.141,\ \cdots$ をとり $2^3,\ 2^{3.1},\ 2^{3.14},\ 2^{3.141},\ \cdots$ の近づく先をそれとする。このとき実数の指数に近づく列の近づき方にはよらないこともわかっている。このことをいまあげた例について計算機で計算することにより雰囲気を確かめなさい。
30. 指数関数の定義を述べなさい。
31. $y=a^x$ なる指数関数について、最大の定義域、値域を答えよ。また a を $0<a<1$ と $1<a$ に場合わけをして、適当な a の値に対しグラフを描き増加・減少傾向について述べよ。a の値にかかわらず必ず通る点はなにか？
32. $y=a^x$ と $(\dfrac{1}{a})^x$ が y 軸に対して対称であることを証明せよ。
33. 対数関数の定義を述べ、指数関数との関係を言いなさい。
34. $a>0, a\neq 1, R>0, S>0, k$:実数 とする。指数法則を用いて以下の 3 つが成り立つことを証明せよ。$\log_a RS=\log_a R+\log_a S$、$\log_a \dfrac{R}{S}=\log_a R-\log_a S$、$\log_a R^k=k\log_a R$。
35. 対数の底の変換公式を述べ、これを証明せよ。
36. 対数関数の定義を述べなさい。また対数関数 $y=\log_a x$ と指数関数 $y=a^x$ のグラフをを $a>1$ と $0<a<1$ の場合それぞれ描き、その $y=x$ について対称であることを確認し、これを証明しなさい。また対数関数の増加・減少傾向について述べよ。a の値にかかわらず必ず通る点はなにか？
37. 関数 $y=f(x)$ において $[a,b]$ 間の平均変化率とは何か答えよ。また a における微分係数とは何か答えよ。
38. 関数 $y=f(x)$ がある。ある点における接線とは何か答えよ。また微分係数との関係は何か？
39. 導関数の定義を言いなさい。
40. $y=x^n (n$ は自然数$)$ について $y'=nx^{n-1}$ を二項定理を用いて証明しなさい。また積の微分公式 $(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ の成立を仮定して数学的帰納法により証明せよ。
41. k,l を定数としたとき、$y=kf(x)+lg(x)$ ならば $y'=kf'(x)+lg'(x)$ （線形性）が成り立つことを証明せよ。
42. 関数 $f(x)$ がある。この関数がある区間において単調に増加するとはどういうことか。また単調に減少するとはどういうことか？また増加・減少と導関数の関係をいえ。

43. 　極大・極小とは何か？極値では導関数の値が 0 になることを示せ。また導関数の値が 0 になっても極値とならない例を作れ。

44. 　いま区間 $[a, b]$ においてなめらかなで常に正の関数 $f(x)$ がある。直線 $x = a$、この関数、直線 $x = b$、x 軸で囲まれる面積を求めたい。$a \leq t \leq b$ なる点について直線 $x = a$、この関数、直線 $x = t$、x 軸で囲まれる面積を $S(t)$ とおくときこの $S(t)$ と $f(t)$ の関係を説明し、これによって面積を求めよ。

45.

46.

47.

48.

49.

50.

51.

52.

53.

54.

55.

56.

57.

58.

59.

60.

61.

62.

63.

64.