1. 関数、定義域、値域について説明しなさい。
2. 分数関数とは何か説明しなさい。
3. 分数関数 $y = \dfrac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p、y 軸方向に q 平行移動したグラフは何になるか？どうしてそうなるかも答えよ。また漸近線を答え、グラフを描きなさい。
4. 無理関数とは何か説明しなさい。
5. 無理関数 $y = \sqrt{ax+b}$ のグラフを a の値によって分類した上で描き、その特徴を言いなさい。
6. 逆関数とは何か説明しなさい。またもとの関数とその逆関数のそれぞれの定義域・値域の関係を言いなさい。どういう関数に対して逆関数があるか考えなさい。
7. 逆関数と元の関数のグラフに描いたときの関係を言いなさい。
8. 指数関数 $y = a^x$ と $y = \log_a x$ を $0 < a < 1$ と $1 < a$ の場合それぞれについて描き、逆関数であることを確かめなさい。また式の上でも確かめなさい。
9. 写像とは何か？関数との関係を明確にして答えなさい。
10. 逆写像、合成写像とは何か答えなさい。
11. 定義域・値域とは何か答えなさい。
12. 上への写像 (全射)、一対一の写像 (単射) とは何か答えなさい。また全射でも単射でもない写像、全射だが単射でない写像、単射だが全射でない写像、全射でありかつ単射 (全単射) の写像の例を考えなさい。またそれぞれの場合に逆写像の有無を考えなさい。
13. 合成写像について結合法則は成り立つが一般に交換法則は成り立たない。このような例をあげなさい。
14. 無限数列の極限とは何か、収束と発散の場合それぞれについて答えなさい。
15. 数列の極限操作に対する線型性を述べなさい。
16. 無限等比数列の一般項は $a_n = ar^{n-1}$ と表される。r の値で分類してこの数列の極限を求めなさい。
17. 無限数列の和、つまり無限級数とは何か答えなさい。
18. 16 について、無限等比級数を r の値で分類して求めなさい。
19. 循環小数を無限等比級数を用いて分数で表す方法を考えなさい。実際に適当な循環小数に試しなさい。
20. 関数の極限とは何か、収束と発散の場合それぞれについて答えなさい。
21. 関数の極限操作に対する線型性を述べなさい。
22. 弧度法とは何か答えなさい。また半径 r と中心角 θ の扇形の弧の長さと面積を求めなさい。
23. 次の 2 式を証明しなさい。

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}=1$$

24. 連続とは何か、定義を述べなさい。
25. 閉区間で連続な関数は必ずその中で最大値と最小値を取るが、開区間では必ずしも取らない。とらない例をあげなさい。
26. 中間値の定理を述べ、適当なグラフを描いて納得しなさい。
27. 微分係数と導関数の定義をそれぞれ述べなさい。
28. ある点で微分可能であれば連続である。これを示しなさい。逆に連続であっても微分可能とは限らない。この例をあげなさい。
29. 微分演算に線型性があることを証明しなさい。
30. 積の微分公式 $(u(x)v(x))'=u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$ を示しなさい。
31. 積の微分公式と数学的帰納法を使って自然数 n について $(x^n)'=nx^{n-1}$ を示しなさい。また二項定理と微分の定義を用いて示しなさい。
32. 商の微分公式を示しなさい。

$$(\frac{f(x)}{g(x)})'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}$$

$$(\frac{1}{g(x)})'=\frac{-g'(x)}{g(x)^2}$$

33. 31 を整数 n に対して証明しなさい。
34. $z=g(y), y=f(x)$ のとき、次の合成関数の導関数を求めなさい。

$$\frac{dz}{dx}=\frac{dz}{dy}\cdot\frac{dy}{dx}$$

35. $y=f(x)$ の逆関数 $x=g(y)$ の x による微分を求めることによって以下の式を示せ。

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

36. 31 を有理数 n に対して証明しなさい。
37. 正弦・余弦・正接のそれぞれの関数を微分しなさい。
38. 指数関数 $y=a^x$ を定義にしたがって微分しなさい。このとき元の関数の定数倍になるがその定数が 1 になるような a を e と書き自然対数の底と呼ぶ。これが $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n=e$ となることを示しなさい。
39. 対数関数 $y=\log_a x$ の x による微分を求めなさい。
40. 媒介変数表示とは何か。例をあげて説明しなさい。
41. x, y が媒介変数 t によって $x=x(t), y=y(t)$ と表されているとするとき以下を示しなさい。

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{y'(t)}{x'(t)}$$

42. 関数 $y=f(x)$ が点 $(a,f(a))$ において微分可能とする。このときこの点における関数の接線と法線を求め、その理由を言いなさい。

43. 平均値の定理を述べ、適当なグラフを描いて納得しなさい。また区間内で微分可能でない点があったとき定理の結論が成り立たなくなる例を作りなさい。
44. 導関数の正負と元の関数の増減の関係はどうなっているか。理由をつけて言いなさい。
45. 極大・極小とは何か、説明しなさい。またある点で微分係数が 0 になることは極値を取るための必要条件であるが、十分条件ではない。微分係数が 0 にもかかわらず極値を取らない例を作りなさい。
46. １階、２階の導関数と極大・極小の関係を理由をつけて述べなさい。
47. 下に凸、上に凸とはそれぞれどういうことか。
48. 変曲点とは何か、答えなさい。
49. 物体が一次元上を運動するとき、これに座標を入れると時刻 t を用いて今いる座標が $x = x(t)$ と表せる。このとき速度と加速度はどうなるか。物理的な意味を考えて答えなさい。
50. 物体が平面上を運動するとき、これに座標を入れると時刻 t を用いて今いる座標が $x = x(t), y = y(t)$ と表せる。このとき速度と加速度はどうなるか。物理的な意味を考えて答えなさい。
51. $|h|$ が十分小さいとき、次の近似式が成り立つ。どうして成り立つか？理由を考えなさい。
$$f(a+h) \approx f(a) + f'(a)h$$
52. 区分求積法の考え方に基づいて定積分を定義しなさい。これが微分の逆演算になっていることを適当な関数をとって示しなさい。(微分積分学の基本定理)
53. 定積分・不定積分に対しそれぞれ線型性を確認しなさい。
54. 初等関数 (三角関数、指数・対数関数など) に対する微分の公式を再確認し、不定積分の公式を作りなさい。
55. 合成関数の微分を元に次の置換積分法を示しなさい。$u = g(x)$ とすると、
$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$
また $x = g(t)$ のとき
$$\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$$
56. 積の微分法を元に部分積分法の公式を求めなさい。
57. $f(x)$ が偶関数のとき次の公式が成り立つことを示しなさい。
$$\int_a^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$$
58. $f(x)$ が奇関数のとき次の公式が成り立つことを示しなさい。
$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

59. 関数 $f(x)$ と $g(x)$ で囲まれた部分の面積はどうあらわされるか。
60. 立体を輪切りにした断面積がわかるとき、平面の面積と同様に空間の体積を定積分で表しなさい。
61. 平面上に滑らかな曲線 $x = x(t), y = y(t)$ がある。このときこの曲線の長さを $a \leq y \leq b$ において求めよ。
62. 数直線上を運動する点の速度が $v = v(t)$ で与えられている。この点の時刻 a での座標が p とすると、時刻 t ではどこにいるか？またこの間に動いた距離はいくらになるか？
63. 平面上を運動する点の速度が $(v_x(t), v_y(t))$ で与えらていれる。この点の時刻 a での座標が (p_x, p_y) とすると、時刻 t ではどこにいるか？またこの間に動いた距離はいくらになるか？
64.
65.
66.