

1. 自然数、整数、有理数、無理数、実数、虚数、純虚数、複素数とは何か？それぞれ説明せよ。
2. 共役な複素数とは何か？また共役な複素数同士の和と積はどうなるか？
3. 二次方程式の解の公式を導きなさい。またこれから実数係数二次方程式の解の実か虚か判定しなさい。
4. 二次方程式の二解の和と積をもとの方程式の係数で表しなさい。またなぜそうなるか答えなさい。
5. 剰余の定理と因数定理を述べ証明しなさい。
6. 1の三乗根のうちの虚数のもののひとつを ω とする。三乗根は $\omega, \omega^2, \omega^3$ と表せることを示しなさい。また $\omega + \omega^2 + \omega^3 = 0$ となることも示しなさい。また三乗根を複素平面上に表示しなさい。
7. 次を示しなさい。 $\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}, \overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha}\overline{\beta}, \overline{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)} = \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}$.
8. 複素数において絶対値とは何か？
9. 次を示しなさい。 $|z| = 0 \iff z = 0, |z| = |-z| = |\overline{z}|, z\overline{z} = |z|^2$.
10. 複素平面において $a + bi$ の絶対値と実軸方向との角度を言いなさい。これを用いてこの複素数を極形式で表示しなさい。また一般の二次元の $x - y$ 平面において (x, y) の座標以外に各点を表す方法を考えなさい。
11. 複素数 $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ と $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ の積と商を途中式を書いて求めなさい。またそれぞれの絶対値と偏角を求めなさい。
12. ド・モアブルの定理を述べ証明しなさい。
13. 1の n 乗根を $n = 2, 3, 4, 5, 6$ について求めなさい。また $0 < a < 1$ と $1 < b$ についてはどうなるか？
14. 複素平面上において z_1 と z_2 を通る直線をそれぞれの点から $m : n$ に内分および外分する点を理由をつけて求めなさい。
15. ベクトルとは何か？答えなさい。
16. 単位ベクトルの定義を言いなさい。
17. ベクトル \vec{a}, \vec{b} があったときその和とはどんなものか？図によって示しなさい。また和に関する交換法則、結合法則を示しなさい。
 $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}, (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
18. 逆ベクトルとゼロベクトルとは何か説明しなさい。
19. ベクトル \vec{a}, \vec{b} があったときその差とはどんなものか？図によって示しなさい。
20. ベクトルをスカラー倍と、もとのベクトルとは図の上でどんな関係にあるか？スカラーを場合わけして考えなさい。
21. スカラー倍に関する結合法則と分配法則を示しなさい。
 $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}, (k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}, k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
22. ベクトル \vec{a}, \vec{b} が平行になるための条件を言いなさい。
23. 基本ベクトルとは何か説明しなさい。またこれに基づいて成分とは何か説明しなさい。

24. ベクトルの内積の定義を言いなさい。それはスカラー量かベクトル量か？また二つのベクトルの垂直または平行と内積の関係を言いなさい。
25. 内積の次の性質を示しなさい。
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$, $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$, $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$.
26. $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$ とする. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ となることを示しなさい. また二つの間の角度をベクトルで表し、理由を言いなさい..
27. 内積の以下の性質を示しなさい.
 $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (k\vec{b}) = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$, $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
28. 位置ベクトルとは何か説明しなさい.
29. 二点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ の比に内分する点と外分する点の位置ベクトルをそれぞれ求め、どうしてそうなるか答えなさい.
30. 三角形の重心の位置ベクトルを三つの頂点の位置ベクトルを用いて表し、その理由を述べなさい.
31. 定点 $A(\vec{a})$ を通り、 $\vec{0}$ でないベクトル \vec{d} に平行な直線上の任意の点 $P(\vec{p})$ はどう表されるか？理由をつけて答えなさい. また $\vec{a} = (x_1, x_2)$, $\vec{d} = (l, m)$, $\vec{p} = (x, y)$ において直線の方程式を求めなさい.
32. 異なる二点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ を通る直線上の任意の点 $P(\vec{p})$ はどう表されるか？理由をつけて答えなさい. またそれぞれの表示で P が A の外側、 AB 間、 B の外側にある条件をそれぞれ言いなさい.
33. $\vec{0}$ でない二つのベクトル \vec{a}, \vec{b} が平行でないとする. このとき以下のことを証明しなさい.
 (a) 任意のベクトル \vec{p} を次の形に表すことができる. $\vec{p} = k\vec{a} + l\vec{b}$, k, l は実数.
 (b) $k\vec{a} + l\vec{b} = m\vec{a} + n\vec{b} \iff k = m, l = n$
34. 定点 $A(\vec{a})$ を通り、 $\vec{0}$ でないベクトル \vec{n} に垂直な直線上の任意の点 $P(\vec{p})$ はどう表されるか？理由をつけて答えなさい. また $\vec{a} = (x_1, x_2)$, $\vec{n} = (l, m)$, $\vec{p} = (x, y)$ において直線の方程式を求めなさい.
35. 平面上で定点 $C(\vec{c})$ を中心とする半径 r の円の任意の点を $P(\vec{p})$ とする. \vec{p}, \vec{c}, r の関係を求めなさい. また $\vec{p} = (x, y)$, $\vec{c} = (a, b)$ として円の方程式を求めなさい.
36. 空間における二直線 l, m が平行とはどういうことか？またねじれの位置にあるとはどういうことか？
37. 必ずしも同一平面上にない二直線のなす角とは何か答えなさい.
38. 平面 S 上の交わる 2 直線 l, m に直交する直線を h とすると、 h は S 上の任意の直線 n に垂直であることを示しなさい.
39. 空間において各点の位置（座標）をきめるためにはどんな方法があるか考えなさい.
40. 空間ベクトルについても平面のベクトルと同じ性質が成り立つことを確かめなさい. 17~35 を必要なら修正を加えて解きなおしなさい. ただし 33 は以下のように修正する.

空間内に、同一平面上にはない四点 O, A, B, C がある。このとき空間内の任意の点を P と表し、それぞれ O に関する位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{p}$ とすると、適当な s, t, u を用いて、 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ と表されることを示しなさい。またこの表示が一意であること、つまりひとつ点 P を決めたら s, t, u の組み合わせは一つしかないことも示しなさい。

41. 空間内に、同一平面上にはない四点 O, A, B, C がある。このとき A, B, C の乗っている平面内の任意の点を P と表し、それぞれ O に関する位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{p}$ とすると、適当な $s, t, u (s + t + u = 1)$ を用いて、 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ と表されることを示しなさい。また逆に $s, t, u (s + t + u = 1)$ によって、 $\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ と表されるとき P は A, B, C の張る平面上にあることもいいなさい。

42.

43.

44.

45.

46.

47.

48.

49.

50.

51.

52.

53.

54.

55.

56.

57.

58.

59.

60.

61.

62.

63.

64.

65.