1. 行列とは何か？具体例や応用例を交えて説明しなさい。
2. 行列が等しいとはどういうことか。
3. 行列の和・差・スカラー倍はどんな場合に定義されるか。またそれぞれの応用例を作りなさい。
4. 行列の積はどのような場合に定義されるか？また (i,j) 成分が a_{ij} の行列 A と (j,k) 成分が b_{jk} の行列 B に積が定義されるとき、その積は何になるか答えなさい。さらに行列の積の応用例を作りなさい。
5. 一般の行列の積において結合法則・分配法則が成り立つことを示しなさい。また交換法則が成り立たない例を挙げなさい。
6. 単位行列・零行列とは何か？それぞれ答えなさい。
7. 単位行列・零行列と何らかの行列の積があるときその積の値はどうなるか？
8. 行列の積で $A \neq O, B \neq O$ で $AB = O$ となるものの例を作りなさい。
9. 二次正方行列に対し、ケーリー・ハミルトンの定理を述べ証明しなさい。
10. 二次正方行列についてある行列の逆行列はどういう場合に存在するか、また存在するとき何になるか。またそれが確かに唯一の逆行列になっていることを示しなさい。
11. 二元連立の一次方程式を逆行列を用いて解くにはどうしたらよいか？
12. 二元連立の一次方程式を行列で表示したとき、連立方程式の加減による消去法と行列の行基本変形の関係について言いなさい。
13. 二元連立の一次方程式の行列による表示から、逆行列、行基本変形の二つの解法が得られた。これを用いて、行基本変形によって逆行列を求める方法を考えなさい。
14. 関数と方程式とは何か？それぞれとグラフの関係を考えつつ、違いを明らかにして説明しなさい。
15. 平面上に一直線とその上にない点がある。この直線と点の両者から等距離にある点の集合を求めなさい。適当に座標軸を取って考えなさい。
16. 放物線の方程式の標準形を言いなさい。またこの放物線の焦点、準線、頂点はどこにあるか答えなさい。
17. パラボラアンテナは放物線の頂点を固定して回転した形になっている。これにアンテナの表側から準線に垂直な光が来ると、その光のあたった点を通る放物線の接線の形に鏡があるものとして、入射角と反射角が等しくなるように反射が起こる。この反射光はどの点で反射が起こっても必ずある特定の点を通る。この点を求めなさい。またこれからパラボラアンテナの仕組みを考えなさい。
18. 平面上で二定点からの距離の和が一定の点の集合は何になるか？
19. だ円の標準形を言いなさい。焦点と中心はどこにあるか？焦点からの各点への距離の和を求めなさい。また、長軸と短軸はいくらか？
20. だ円内において、その中から光を発し、だ円のふちに光があたったと

きだ円の接線方向に鏡があるように光を反射するものとする。この鏡の一つの焦点から光を出すときもう一方の焦点にこの光が届くことを示しなさい。

21. 標準形で表されるだ円があったとする。だ円の各点を x 軸方向に適当に伸縮したとき真円になることを言いなさい。y 軸方向についても同様のことが成り立つことを言いなさい。
22. 平面上で二定点からの距離の差が一定の点の集合は何になるか？
23. 双曲線の標準形を言いなさい。焦点と中心と頂点はどこにあるか？焦点からの各点への距離の差を求めなさい。また、漸近線の方程式は何か
24. 円錐を適当な平面で切ると、放物線、だ円、双曲線が得られる。実際にこの例を作り式の上で確かめなさい。
25. 媒介変数表示の例を挙げなさい。
26. 中心 (x_1, x_2)、半径 r の円は角度のパラメータ θ を使ってどう表されるか？
27. $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ を x 方向に x_1、y 方向に y_1 平行移動しただ円は角度のパラメータ θ を使ってどう表されるか？
28. $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ を x 方向に x_1、y 方向に y_1 平行移動した双曲線は角度のパラメータ θ を使ってどう表されるか？
29. $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$ を x 方向に x_1、y 方向に y_1 平行移動した双曲線は角度のパラメータ θ を使ってどう表されるか？
30. サイクロイドの方程式はどのようになるか？理由をつけて言いなさい。
31. 極座標とは何か？また平面においてデカルト座標との変換はどうしたらよいか？
32. $x=\sin at, y=\sin bt$ なる曲線を a, b の値をいろいろに変えながらコンピュータで描画しなさい。(リサージュ曲線)
33. 極方程式 $r=\sin\dfrac{b}{a}\theta$ なる曲線を a, b の値をいろいろに変えながらコンピュータで描画しなさい。(正葉曲線)
34. 極方程式 $r=a(1+\cos\theta)$ なる曲線を a, b の値をいろいろに変えながらコンピュータで描画しなさい。(リサージュ)
35. 極座標が (d, π) である点を通り始線に垂直な直線 g がある。点 P から g に下ろした垂線を PH とするとき

$$e=\frac{PO}{PH}$$

の値が一定であるような点 P の軌跡の極方程式を求めよ。
また d を適当に固定して、$0<e<1,\ e=1,\ 1<e$ のそれぞれの場合をコンピュータで描きなさい。

36. 二定点 A, B に対し、そこからの距離の和が一定の点の軌跡はだ円であり、差が一定の点の軌跡は双曲線だが、積が一定の点の軌跡の極方程式は何になるか？適当に点を取って考えなさい。

37.

38. 写像とは何か？関数との対比を頭において言いなさい。また変換とは何か？

39. 平面上の点 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ に以下のように行列をかけると変換が得られる。

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

これは一次変換と呼ばれる。x 軸、y 軸、原点、直線 $y = x$ に関する対称移動に対応する行列を答えなさい。今後、一次変換は平面上のみ取り扱う。

40. 平面上の一次変換 $\vec{x}' = A\vec{x},\ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ において点 $(1, 0)$、点 $(0, 1)$ および原点は、どこに移されるか？

41. 合成写像、合成関数、合成変換とは何か？説明しなさい。

42. 一次変換 f, g があり、それぞれの行列が A, B であったとする。合成変換 $g \circ f$ の行列は何になるか？

43. 合成変換は結合法則は成り立つが、交換法則は一般に成り立たない。交換法則の成り立たない一次変換の例を作れ。またこの性質は行列の言葉で言えば何になるか？

44. 上への写像、一対一の写像とは何かそれぞれ定義を言いなさい。

45. 逆写像が存在することと元の写像が一対一上へであることは必要十分である。その理由を言いなさい。

46. 一次変換の逆変換が存在する条件は何か？変換と行列の両方について言いなさい。また逆変換を表す行列は何か？

47. 回転移動を表す行列は何か？理由をつけていいなさい。

48. 回転行列の合成を用いて加法定理を証明しなさい。

49. 一次変換の線型性を示しなさい。

50. 逆行列の存在する適当な行列に対して、$x = -2, -1, 0, 1, 2, \ldots,\ y = -2, -1, 0, 1, 2, \ldots,$ の各直線を一次変換するとどこに行くか？また逆行列の存在しない行列についてはどうなるか？

51. 逆行列の存在する適当な行列に対して平面全体を一次変換すると何になるか？また直線を一次変換すると何になるか？また逆行列の存在しない行列についてはどうなるか？

52.

53.