

ゲーム理論入門 練習問題

問題 1 以下の戦略形ゲームにおけるナッシュ均衡を純粋戦略の範囲で求めよ。なお、表の各項における左側の数字がプレイヤー1 の利得、右側の数字がプレイヤー2 の利得である。

(1)

| | | プレイヤー2 | |
|--------|---|--------|------|
| | | A | B |
| プレイヤー1 | A | 2, 2 | 4, 1 |
| | B | 1, 4 | 3, 3 |

(2)

| | | プレイヤー2 | |
|--------|---|--------|------|
| | | A | B |
| プレイヤー1 | A | 1, 3 | 4, 1 |
| | B | 1, 4 | 3, 1 |

(3)

| | | プレイヤー2 | |
|--------|---|--------|------|
| | | A | B |
| プレイヤー1 | A | 2, 1 | 1, 4 |
| | B | 1, 4 | 4, 2 |

(4)

| | | プレイヤー2 | | |
|--------|---|--------|------|------|
| | | A | B | C |
| プレイヤー1 | A | 2, 1 | 3, 1 | 2, 2 |
| | B | 2, 3 | 2, 3 | 3, 1 |
| | C | 1, 2 | 1, 4 | 4, 2 |

(5)

| | | プレイヤー2 | | | |
|--------|---|--------|------|------|------|
| | | A | B | C | D |
| プレイヤー1 | A | 2, 1 | 3, 1 | 2, 1 | 1, 4 |
| | B | 1, 3 | 2, 2 | 1, 2 | 3, 1 |
| | C | 3, 1 | 2, 3 | 2, 0 | 2, 3 |
| | D | 4, 0 | 1, 1 | 4, 1 | 2, 1 |

問題 2 以下の戦略形ゲームを考える。

| | | プレイヤー2 | |
|--------|---|--------|------|
| | | A | B |
| プレイヤー1 | A | a, b | c, d |
| | B | e, f | g, h |

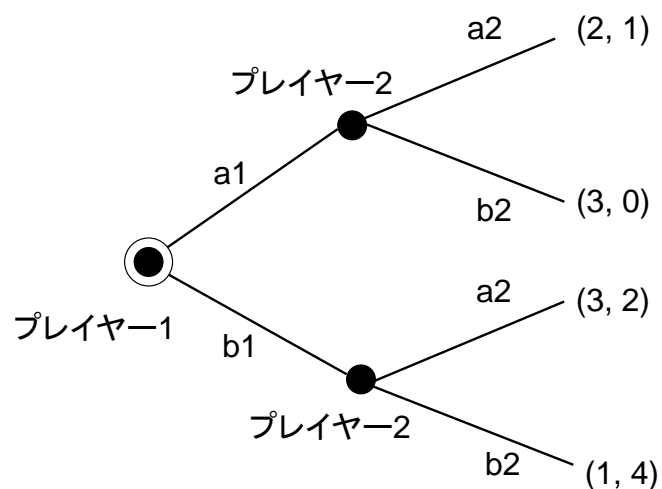
- (1) プレイヤー1 にとって戦略 A が強支配戦略となるための条件を求めよ。
- (2) プレイヤー2 にとって戦略 B が弱支配戦略となるための条件を求めよ。

問題 3 問題 1 の(1)~(3)のゲームにおける、混合戦略のナッシュ均衡を求めよ。

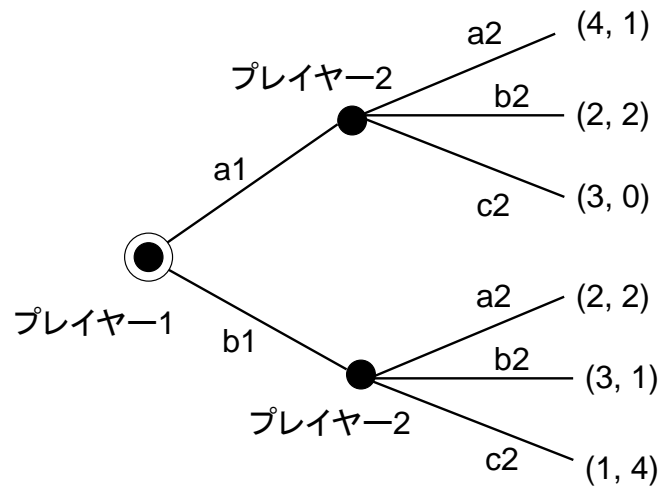
問題 4 問題 1 (1) のゲームを成分ゲームとする無限回繰り返しゲームを考え、各プレイヤーは割引利得和を最大するように戦略を選ぶと仮定する。「最初は B をとり、以後、双方が B をとる限り B をとるが、一方が一度でも A をとれば、その後は永遠に A をとり続ける」というトリガー戦略の組がこのゲームのナッシュ均衡となるためには、割引因子はいくつ以上でなければならないか。

問題 5 以下の展開形ゲームにおけるサブゲーム完全均衡およびゲームの結果を求めよ。なお、終点の各カッコ内における左側の数字がプレイヤー1 の利得、右側の数字がプレイヤー2 の利得である。

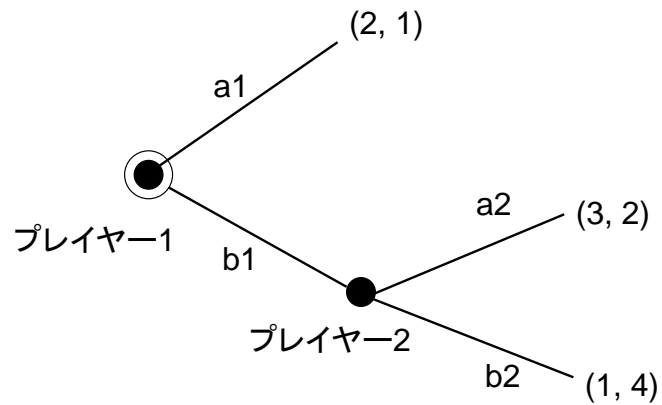
(1)



(2)



(3)



問題 6 ある地域において、既にある企業が営業している状況を想定する。この地域には新規出店をもくろむ参入企業があり、既存企業はこの参入を阻止したいと考えている。参入企業の戦略は、参入する (E) か参入しない (NE) かのいずれかで、既存企業の戦略は、参入したとき価格競争を行って参入企業と闘う (F) か闘わない (NF) かのいずれかであるとする。各企業の利得について、以下を仮定する。

- ・ 参入が行われなかった場合、参入企業の利得はゼロ、既存企業の利得は 5 億円
- ・ 参入が行われ、既存企業が闘った場合、参入企業の利得は -1 億円、既存企業の利得はゼロ
- ・ 参入が行われ、既存企業が闘わなかった場合、参入企業の利得は 1 億円、既存企業の利得は 2 億円

このゲームの均衡について、以下の文章の①～⑨の空欄に当てはまる最も適切な語を答えよ。

この参入阻止ゲームの木は、図 6-1 のように描かれる。バックワードインダクションを用いてこのゲームのサブゲーム完全均衡を求めると、均衡戦略が ([①], [②]) であることが分かる。つまり、参入企業は [③] ことを選び、それに対して既存企業は [④] ことを

選ぶ。

このゲームを戦略形で表現した場合の利得行列は図 6-2 のようになる。したがって、このゲームには([⑤], [⑥]) と ([⑦], [⑧]) という 2 つのナッシュ均衡が存在する。しかし、2 つのナッシュ均衡のうち前者はサブゲーム完全均衡ではない。このナッシュ均衡においては、「参入企業が仮に参入した場合、闘う」ことを意味するが、参入企業が E を選んだ後のサブゲームにおいては、既存企業にとっては [⑨] を選ぶのが実際には最適な戦略であるため、「すべてのサブゲームにおいてナッシュ均衡が成立」していないからである。

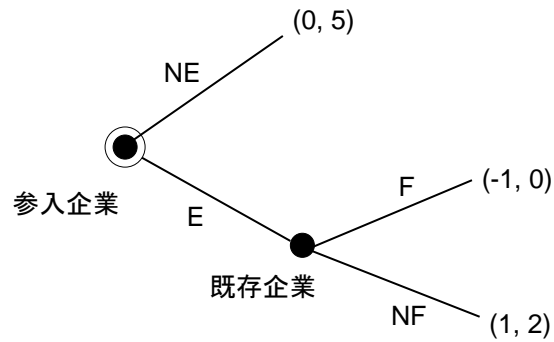


図 6-1

| 参入企業 \ 既存企業 | F | NF |
|-------------|--------|-------|
| | | |
| E | -1 , 0 | 1 , 2 |
| NE | 0 , 5 | 0 , 5 |

図 6-2

練習問題の解答

問題 1

- (1) (A, A)
- (2) (A, A) と (B, A)
- (3) ナッシュ均衡は存在しない
- (4) (B, A)
- (5) (D, C)

問題 2

- (1) $a > e$ かつ $c > g$
- (2) $b \leq d$ かつ $f \leq h$

問題 3

- (1) 両プレイヤーとも A を確率 1 で選ぶ
- (2) プレイヤー1 は p ($1-p$) の確率で A (B) を選び (p は任意)、プレイヤー2 は A を確率 1 で選ぶ
- (3) プレイヤー1 は $2/5$ ($3/5$) の確率で A (B) を選び、プレイヤー2 は $3/4$ ($1/4$) の確率で A (B) を選ぶ

問題 4

1/2 以上

問題 5

- (1) サブゲーム完全均衡 : $(a_1, (a_2, b_2))$

ゲームの結果 : プレイヤー1 が a_1 を選び、プレイヤー2 が a_2 を選ぶ

- (2) サブゲーム完全均衡 : $(a_1, (b_2, c_2))$

ゲームの結果 : プレイヤー1 が a_1 を選び、プレイヤー2 が b_2 を選ぶ

- (3) サブゲーム完全均衡 : (a_1, b_2)

ゲームの結果 : プレイヤー1 が a_1 を選び、ゲームが終了

問題 6

- ① E ② NF ③ 参入する ④ 闘わない ⑤ NE ⑥ F ⑦ E ⑧ NF
- ⑨ NF