

戦略的行動と経済取引 (ゲーム理論入門)

3. 展開形ゲームとサブゲーム完全均衡

1

展開形表現

- 戦略形ゲーム:「プレイヤー」、「戦略」、「利得」から構成されるゲーム
- 展開形ゲーム (extensive form game): 各プレイヤーの意思決定を**時間の流れ**とともに「ゲームの**木**」を用いて表現

2

展開形ゲームの構成要素

- **プレイヤー (player)** の集合
- ゲームの **木 (tree)**
 - 「枝 (選択枝)」と「点 (手番・終点)」から成る
- **手番 (move)** の分割
 - 「どの手番はどのプレイヤーの意思決定のためにあるのか」を示す
- 偶然手番の確率分布
 - 偶然手番 (プレイヤーの意思と無関係) でそれぞれの枝が選ばれる確率
- **情報 (information)** 分割
 - 各プレイヤーの情報集合を集めたもの
- 各プレイヤーの **利得 (payoff)**
 - 「各頂点 (終点) で各プレイヤーがどれだけの利得を得るか」を示す

3

ゲームの木

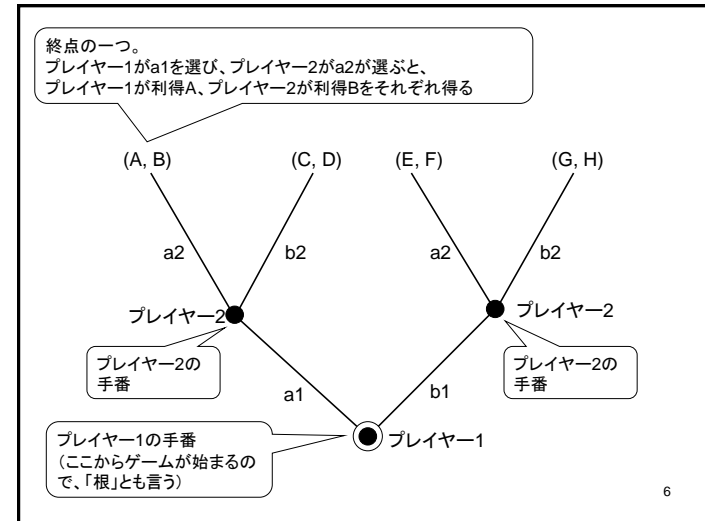
- ゲームの木: **点** (or節) と **枝** で構成される
- 点: 次の2つの種類がある
 - **手番** (or **意思決定点**): プレイヤーがプレイする場所を表す
 - **終点** (or **頂点**): ゲームの結果と利得を示す
- 枝: ある「意思決定点」における各プレイヤーの **行動** を表す
 - 選択枝毎に伸び、次の「手番」や「終点」とを結ぶ
 - 「戦略」とは必ずしも一致しないことに注意

4

ゲームの木

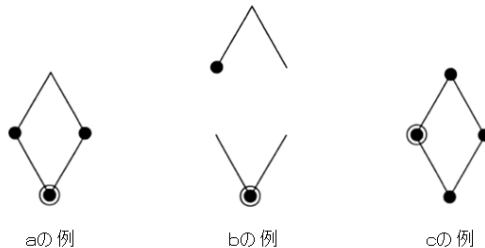
- 次の展開形ゲームを考える：
 - プレイヤー1とプレイヤー2が
 - プレイヤー1がa1とb1のうち、どちらかを選ぶ
 - プレイヤー2がa2とb2のうち、どちらかを選ぶ
 - という時間の流れでゲームを行い、各プレイヤーの選択した結果によって利得がそれぞれ決定
- ⇒ ゲームの木は次ページのようにになる

5



ゲームの木の約束事

- ゲームの木は以下のようなものであってはならない：
 - 枝分かれしたものがまたどこかでくっつく
 - 根から辿り着けない枝や点がある
 - 輪ができる

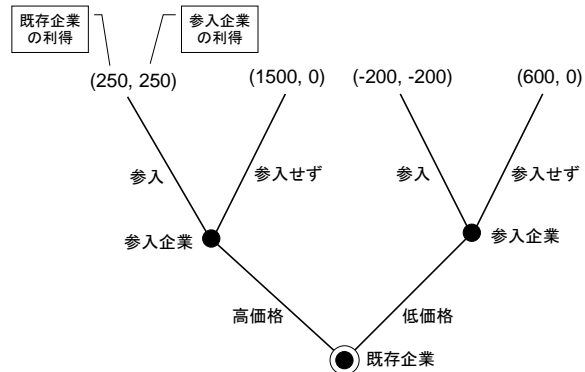


例1: 参入阻止ゲーム

- プレイヤー: 既存企業 & 潜在的参入企業
- 時間の流れと各プレイヤーの意思決定:
 - 既存企業が「高価格」と「低価格」のいずれかを選ぶ
 - 参入企業が「参入する」「参入しない」のいずれかを選ぶ
- 各プレイヤーの利得:
 - 「高価格」後、「参入する」⇒ 既存企業、参入企業とも250万\$
 - 「高価格」後、「参入しない」⇒ 既存企業=1500万\$, 参入企業=0
 - 「低価格」後、「参入する」⇒ 既存企業、参入企業とも-200万\$
 - 「低価格」後、「参入しない」⇒ 既存企業=600万\$, 参入企業=0

8

参入阻止ゲームの木



9

例2:「裁量」vs「ルール」

- ある産業における参入の許認可(法律では基準が曖昧)について、政府がどのように判断するか？
 - 「裁量」により弾力的に運用
 - 始めに作った「ルール」どおりに機械的に処理
- 政府と既存企業との間のゲーム
 - プレイヤー: 政府 & 企業
 - 政府は「参入規制」をするか「自由参入」を認めるか
 - 企業は「低コスト」の努力をするか「高コスト」のままにいますか
- 「裁量」のケース: 企業が先に行動、政府は企業の行動を見て政策決定
- 「ルール」のケース: 政府が先に行動、企業は政府の行動を見て意思決定

10

例2:「裁量」vs「ルール」

- 政府の利得
 - 企業に競争力をつけさせたい ⇒ 企業が「低コスト」になった方が「高コスト」よりも常に望ましい
 - 企業が「低コスト」の状態では、「自由参入」が望ましい
 - 企業が「高コスト」の状態では、「規制」(政府による保護)が必要 ⇒ 「自由参入」は最悪の結果
- ⇒ 利得の大きさは以下の順:
 - 「低コスト」&「自由参入」(利得2)
 - 「低コスト」&「規制」(利得1)
 - 「高コスト」&「規制」(利得0)
 - 「高コスト」&「自由参入」(利得-1)

11

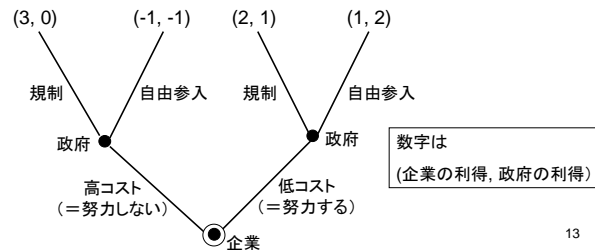
例2:「裁量」vs「ルール」

- 企業の利得
 - 政府に保護してほしい ⇒ 企業にとっては、政府が「規制」をした方が「自由参入」よりも常に望ましい
 - 「規制」による保護の下では、企業自身の努力が少なくて済む「高コスト」の方が「低コスト」よりも望ましい
 - 「高コスト」&「自由参入」は、企業にとっても最悪(倒産の危機)
- ⇒ 利得の大きさは以下の順:
 - 「規制」&「高コスト」(利得3)
 - 「規制」&「低コスト」(利得2)
 - 「自由参入」&「低コスト」(利得1)
 - 「自由参入」&「高コスト」(利得-1)

12

例2:「裁量」のケース

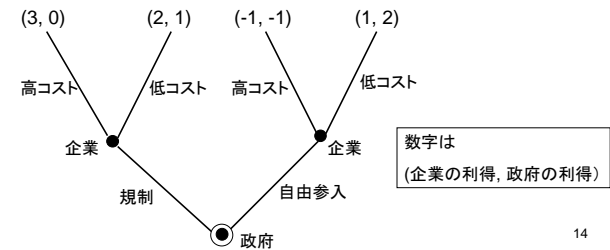
- 企業の競争力に応じて、政府が参入規制を行う(ことによって企業を保護する)か否かを選択
- ⇒ 企業が先に意思決定、政府がその後に意思決定



13

例2:「ルール」のケース

- 政府が予め企業の選択とは独立に、参入規制を行うか否かを選択
- ⇒ 政府が先に意思決定、企業がその後に意思決定



14

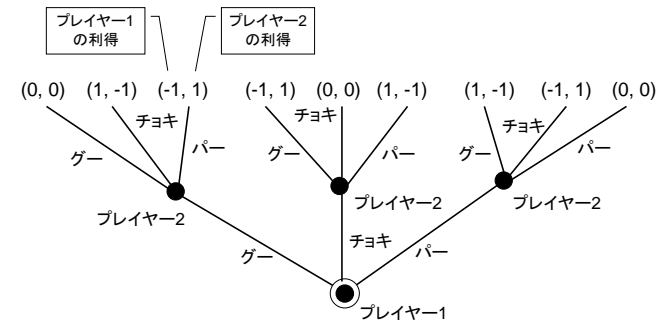
例3: 後出しじゃんけん

		プレイヤー2		
		グー	チョキ	パー
プレイヤー1	グー	0, 0	1, -1	-1, 1
	チョキ	-1, 1	0, 0	1, -1
	パー	1, -1	-1, 1	0, 0

- プレイヤー1が先に「グー」「チョキ」「パー」のどれかを出した後、プレイヤー2が後出しをすると仮定

15

「後出しじゃんけん」ゲームの木



16

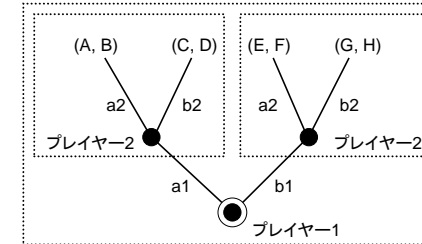
バックワード・インダクション

- ゲームの解をどう求めるか？
- ⇒ バックワード・インダクション (backward induction)
 - ゲームの解をゲームの**終わりから**順に解いていく
- 1. ゲームが**終わる直前の手番(意思決定点)**を考え、その手番におけるプレイヤーの最適な選択を求める
- 2. 終点の直前の手番では1.のとおりプレイヤーが行動するとして、さらに**その直前に繋がる手番**におけるプレイヤーの最適な選択を求める
- 3. 終点の直前の手番とその直前に繋がる手番では上で述べたとおりプレイヤーが行動するとして、さらに**その直前に繋がる手番**におけるプレイヤーの最適な選択を求める
- 4. 3.を最初の意思決定点(根)まで続ける

17

サブゲーム

- サブゲーム(部分ゲーム): **ある手番から先の部分だけを切り取ったときに、それ自体がゲームの形をしているもの**
- 元のゲーム自体もサブゲームと呼ぶ



18

展開形ゲームにおける戦略

- 展開形ゲームにおける各プレイヤーの戦略: そのプレイヤーの**すべての意思決定点における選択を列挙したもの**
- 前ページのゲームにおいてはプレイヤー2の意思決定点は2つ ⇒ 戦略の組: $(x, (y_a, y_b))$
 - x : プレイヤー1の戦略 (「a1」or「b1」)
 - y_a : 左側(プレイヤー1が「a1」を選んだ場合)のサブゲームにおけるプレイヤー2の選択 (「a2」or「b2」)
 - y_b : 右側(プレイヤー1が「b1」を選んだ場合)のサブゲームにおけるプレイヤー2の選択 (「a2」or「b2」)
- バックワード・インダクションの解も、戦略の組で表現

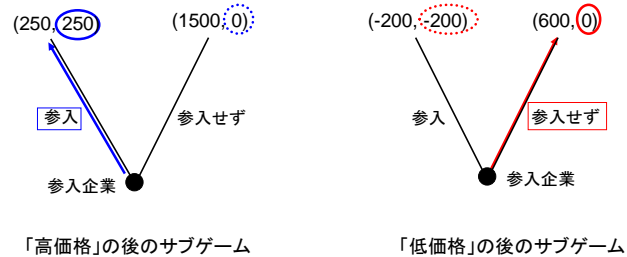
19

参入阻止ゲームにおけるバックワード・インダクションの解の求め方

- 終点の直前のサブゲーム(第2段階のゲーム)では、参入企業の手番
 - 既存企業が「高価格」を選択した後のサブゲーム: 「参入する」or「参入しない」
 - 既存企業が「低価格」を選択した後のサブゲーム: 「参入する」or「参入しない」
- ⇒ それぞれのサブゲームでの参入企業の最適な選択枝(利得が大きくなる方)を求める
- 参入企業の手番の直前(第1段階のゲーム)では、既存企業の手番
 - 「高価格」or「低価格」
- ⇒ その後のサブゲームで参入企業が選ぶ「最適な選択」を考慮に入れて、既存企業の最適な選択枝を求める

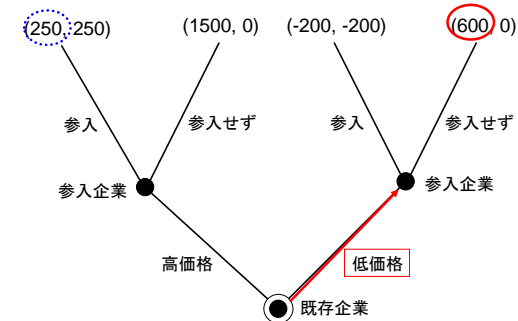
20

参入阻止ゲームにおけるバックワード・インダクションの解: 第2段階



21

参入阻止ゲームにおけるバックワード・インダクションの解: 第1段階



22

参入阻止ゲームにおけるバックワード・インダクションの解

- 戦略の組の表し方: $(x, (y_a, y_b))$

既存企業の戦略 参入企業の戦略

- 既存企業の戦略: 「高価格」or「低価格」
- 参入企業の戦略: 以下の4通り
 - 「参入」, 「参入」
 - 「参入」, 「参入せず」
 - 「参入せず」, 「参入」
 - 「参入せず」, 「参入せず」

既存企業が「高価格」の場合 既存企業が「低価格」の場合

23

参入阻止ゲームにおけるバックワード・インダクションの解

- 第2段階のゲームにおける参入企業の最適な選択:
 - 既存企業が「高価格」を選択していれば、「参入」
 - 既存企業が「低価格」を選択していれば、「参入せず」
- 第1段階のゲームにおける既存企業の最適な選択:
 - 「低価格」を選択
- バックワード・インダクションの解:

(「低価格」, (「参入」, 「参入せず」))
- ゲームの結果 (≠ゲームの解):

既存企業が「低価格」を選択し、それに対して参入企業は「参入せず」を選択

24

ナッシュ均衡

- ・ 参入阻止ゲームを戦略形表現で書き直し、このゲームのナッシュ均衡を求める
- ・ 8つの戦略の組 (2 × 4)
 - 既存企業の戦略: 「高価格」or「低価格」
 - 参入企業の戦略:
 - ・ (「参入」, 「参入」)
 - ・ (「参入」, 「参入せず」)
 - ・ (「参入せず」, 「参入」)
 - ・ (「参入せず」, 「参入せず」)

既存企業が
「高価格」の場合

既存企業が
「低価格」の場合

25

参入阻止ゲームのナッシュ均衡

		参入企業			
		参入, 参入	参入, 不参入	不参入, 参入	不参入, 不参入
既存企業	高価格	(250, 250)	250, 250	(1500, 0)	(1500, 0)
	低価格	(-200, -200)	(600, 0)	(-200, -200)	600, 0



ナッシュ均衡は
 (「高価格」, (「参入」, 「参入」)) と (「低価格」, (「参入」, 「参入せず」))
 の2つ

26

展開形ゲームにおけるナッシュ均衡の妥当性

- ・ 2つのナッシュ均衡のうち、(「高価格」, (「参入」, 「参入」)) という戦略の組は果たして妥当なものか？
 - 「高価格でも低価格でも常に参入を選ぶ」という戦略を参入企業は表明
⇒ しかし、「低価格」を既存企業が選んだ場合に実際に参入企業は参入するだろうか？
 - 既存企業が「低価格」を選ぶ ⇒ 参入企業は「参入しない」方が望ましいので、実際には「参入しない」が選択されるはず
 - 参入企業の「低価格でも参入する」という戦略は、単なる空脅しの可能性
- ・ ⇒ この問題を解消するために、「サブゲーム完全均衡」という新たな均衡概念を導入

27

サブゲーム完全均衡

- ・ ある戦略の組が「サブゲーム完全均衡 (subgame perfect equilibrium)」:

そのゲームのすべてのサブゲームにおいて、
その戦略の組がナッシュ均衡になっている

- ・ 元のゲーム自体もサブゲームと呼ぶ ⇒ サブゲーム完全均衡は必ずナッシュ均衡
- ・ すべてのナッシュ均衡がサブゲーム完全均衡になっているとは限らない

28

サブゲーム完全均衡

- ・ 参入阻止ゲームのナッシュ均衡のうち、
- ・ (「高価格」, (「参入」, 「参入」)) はサブゲーム完全均衡ではない
 - 既存企業が「低価格」を選択した後のサブゲームで参入企業は「参入」を選択しているが、これはナッシュ均衡ではない(参入企業にとっての最適反応ではない)
- ・ もう一つのナッシュ均衡 (「低価格」, (「参入」, 「参入せず」)) は、サブゲーム完全均衡
 - バックワード・インダクションの解でもあった
- ・ バックワード・インダクションが可能なゲームでは、その解とサブゲーム完全均衡は一致

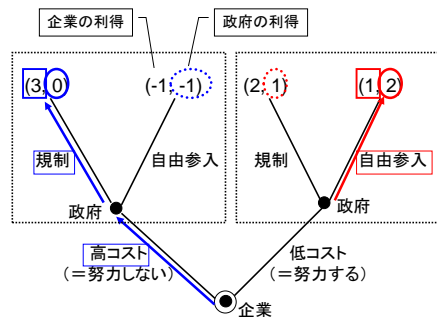
29

「裁量」vs「ルール」のゲーム(例2)におけるサブゲーム完全均衡

- ・ 「裁量」のケース：
 - 企業の競争力に応じて、政府が参入規制を行う(ことによって企業を保護する)か否かを選択
- ・ ⇒ 企業が先に意思決定、政府がその後に意思決定
- ・ 「ルール」のケース：
 - 政府が予め企業の選択とは独立に、参入規制を行うか否かを選択
- ・ ⇒ 政府が先に意思決定、企業がその後に意思決定

30

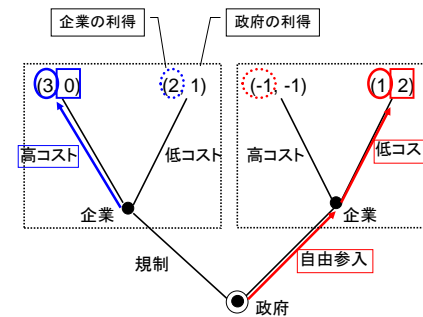
「裁量」のケースにおけるサブゲーム完全均衡



サブゲーム完全均衡:
(「高コスト」, (「規制」, 「自由参入」))

31

「ルール」のケースにおけるサブゲーム完全均衡



サブゲーム完全均衡:
(「自由参入」, (「高コスト」, 「低コスト」))

32

「裁量」vs「ルール」のゲーム(例2)におけるサブゲーム完全均衡

- 「裁量」のケース
 - 企業が先に意思決定、政府がその後に意思決定
- ⇒ 結果: 企業は努力せず「高コスト」を選択し、政府はそれを受けて「参入規制」を選択
 - 企業は保護の恩恵を受ける一方で、政府にとっては望ましくない結果
- 「ルール」のケース
 - 政府が先に意思決定、企業がその後に意思決定
- ⇒ 結果: 政府は「自由参入」を選択し、企業はそれを受けて「低コスト」の努力
 - 政府にとって望ましい結果を達成

33

先手と後手のどちらが有利になるか？

- 政府と企業のゲームでは、
 - 「裁量」のケース(企業が先手): 企業にとって望ましい結果
 - 「ルール」のケース(政府が先手): 政府にとって望ましい結果
- ⇒ 先手が有利となった
- しかし、常に先手が有利になるわけではない
- 後出しじゃんけんでは、後手が有利

34

「後出しじゃんけん」ゲームにおけるサブゲーム完全均衡

- このゲームの戦略の組: $(x, (y_a, y_b, y_c))$
 - x : プレイヤー1の戦略(「グー」or「チョキ」or「パー」)
 - y_a : プレイヤー1が「グー」を選んだ場合のサブゲームにおけるプレイヤー2の選択(「グー」or「チョキ」or「パー」)
 - y_b : プレイヤー1が「チョキ」を選んだ場合のサブゲームにおけるプレイヤー2の選択(「グー」or「チョキ」or「パー」)
 - y_c : プレイヤー1が「パー」を選んだ場合のサブゲームにおけるプレイヤー2の選択(「グー」or「チョキ」or「パー」)
- 問題: このゲームのサブゲーム完全均衡における
 1. 均衡戦略をすべて求めよ。(純粋戦略で)
 2. それぞれの均衡におけるゲームの結果を記述せよ。

35

「後出しじゃんけん」ゲームにおけるサブゲーム完全均衡: 解答

1. 以下の3つ:
 - (「グー」, (「パー」, 「グー」, 「チョキ」))
 - (「チョキ」, (「パー」, 「グー」, 「チョキ」))
 - (「パー」, (「パー」, 「グー」, 「チョキ」))
2. 常にプレイヤー2が勝つ
 - プレイヤー1が「グー」を出した場合、プレイヤー2は「パー」を出す
 - プレイヤー1が「チョキ」を出した場合、プレイヤー2は「グー」を出す
 - プレイヤー1が「パー」を出した場合、プレイヤー2は「チョキ」を出す

36