戦略的行動と経済取引
（ゲーム理論入門）

8. オークション

さまざまなオークション

- オークションという取引形態：経済活動のいたるところで見られる
- シングルオークション（single auction）：買い手か売り手のどちらか一方のみが価格を提示するオークション
  - 通常、売り手が買い手を決める
  - 逆オークション（reverse auction）：買い手が売り手を決める
    - 政府調達や公共工事
- ダブルオークション（double auction）：売り手と買い手の双方が価格を提示するオークション
    - 証券取引所での株式売買

オークションの種類

- 公開入札方式（open bid auction）：入札者（買い手）は相互に提示価格を知ることができる
  - 競売（イギリス式オークション　English auction）
  - オランダ式オークション（Dutch auction）
- 封印入札方式（sealed bid auction）：入札者（買い手）が相互に提示価格を知ることはできない
  - 競争入札（ファーストプライス・オークション　first-price auction）
  - セカンドプライス・オークション（second-price auction）

オークションの種類：公開入札方式

- 競売
  - 競り人（auctioneer）が最初に低めの値段を設定し、
  - その値段以上で商品を買う意思のある買い手はそれよりも高い値段を付け、新しい値段以上で買う意思のある買い手はさらに高い値段を付ける、ということを繰り返す
  - ⇒ 最後に値段を付けた買い手が商品を落札し、その値段を支払う
    - 最も広く行われているオークションの形式
- オランダ式オークション
  - 競り人が最初に高めの値段を設定し、徐々に値段を下げていく
  - ⇒ 最初に買う意思を表明した買い手が商品を落札し、そのときの値段を支払う
    - 例：オランダのチューリップの競り売りやバナナの叩き売り

オークションの種類：封印入札方式

- 競争入札
  - 買い手は、入札額を他の人にはわからないように紙に書いて、競り人に差し出す
  - ⇒ 最終的に最も高い価格を入札した買い手に商品が販売され、支払額も最も高い価格に設定される
    - 例：国有地の不動産売却
- セカンドプライス・オークション
  - 競争入札と同様、最終的に最も高い価格を入札した買い手に販売されるが、支払額は2番目に高い入札額に設定される
    - 現実に用いられることはあまりないが、理論的に興味深い方法

5

オークションにおける戦略的関係

- 買い手：なるべく　商品を競り落としたい
  - ⇒　買い手がどのようにふるまうかが問題
  - 他の買い手の入札額：買い手の商品に対する評価に依存・・・一般に私的情報
- 売り手：儲けを　にしたい
  - ⇒ どの形式のオークションに商品を出品すればよいか？
  - やはり、　の商品に対する評価に依存

6

オークションのゲーム表現

- 1つの商品に対して買い手は2人（買い手1＆買い手2）
- 商品の価値
  - 買い手1：V_1、買い手2：V_2
  - 売り手：0 （売り手にとっては無価値）
- 完全情報のケース：V_1とV_2の値を全ての個人が知っている
- 不完全情報のケース
  - 売り手はV_1とV_2の値を知らない
  - 買い手は自分の評価額 V_i を知っているが、他人の評価額 V_j を知らない

7

完全情報のケース

- 売り手：V_1とV_2の高い方を選んで、より　支払う意思のある人と直接交渉
- $V_1 > V_2$とする
  - 売り手は、買い手1に対して「V_1で買うか、さもなくば交渉決裂」という最後通牒
  - ⇒ 買い手1は受け入れる
- 取引から生じる余剰（利益）＝　⇒ すべて　のものになる
- $V_1 < V_2$のときは逆の結果
- ⇒ まとめると

商品の取引価格＝　$\{V_1, V_2\}$
余剰＝　$\{V_1, V_2\}$
⇒ すべて　が受け取る

8

競売

- 以下では不完全情報を仮定
- 競り人が商品の価格pを次第に吊り上げ
- ⇒買い手i（i=1,2）はp　V_i である限り、競売に残る
  - 降りた場合の利得＝
  - 降りなかった場合の利得：
    - 相手が降りなければ競売は続く⇒ とりあえずの利得は
    - 相手が降りれば、　（V_i まで支払う意思があるが、実際の支払額はp）
- この戦略は、他の買い手の戦略に依存　⇒ 弱支配戦略

9

競売：ナッシュ均衡

- 競売をゲームとして見た場合のナッシュ均衡：

買い手1：p＜　である限り、競売に残る
買い手2：p＜　である限り、競売に残る

- 結果：p＝　$\{V_1,V_2\}$ となった瞬間に、評価額の　方の買い手が競売から降りる
- 取引から生じる余剰＝落札者の評価額＝　$\{V_1,V_2\}$
- 売り手の受取額＝p＝　$\{V_1,V_2\}$
  - 買い手の情報を知らないために売り手は余剰の全てを獲得
- 買い手（落札者）の受取額＝　$\{V_1,V_2\}$ー　n $\{V_1,V_2\}$

10

セカンドプライス・オークション

- 最高の入札額の提示者が、第2位の入札額を払って商品を受け取る
- p_i：買い手iの入札額
- 買い手1が落札した場合（p_1＞p_2 ）、支払う金額は
- ⇒　＜V_1 のときにのみ落札したい
  - p_2＜V_1 のときに利得
  - p_2＞V_1 のとき、落札すると利得は
  - 買い手1の利得は自分の入札価格に依存

11

セカンドプライス・オークション：ナッシュ均衡

- 弱支配戦略：p_i＝　（自分の評価額をそのまま入札額とする）
  - 買い手1：　＜V_1 のときにのみ落札したい
  - ⇒ 相手の戦略にかかわらずp_1＝　とすれば、それが可能
    - p_2＜V_1のとき、p_1　p_2なので落札できる
    - p_2＞V_1のとき、p_2　p_1なので落札しなくて済む
- ナッシュ均衡：p_1＝　&p_2＝
- 取引から生じる余剰＝落札者の評価額＝　$\{V_1,V_2\}$
- 売り手の受取額＝落札価格＝　$\{V_1,V_2\}$
- 買い手（落札者）の受取額＝　$\{V_1,V_2\}$ー　$\{V_1,V_2\}$

12

競売とセカンドプライス・オークション

- セカンドプライス・オークション
  - 売り手の受取額＝取引価格＝min $\{V_1,V_2\}$
  - 買い手（落札者）の受取額＝max $\{V_1,V_2\}$－min $\{V_1,V_2\}$
- ⇒ 　　の時と同じ結果
- n人のケースでの競売を考える
- ⇒ 最も高い評価額の買い手が最後まで残り、最後に脱落者が出る価格で落札
- 最後に脱落者が出る価格＝ 番目に高い評価額
- 競売とセカンドプライス・オークションは、同じような性質

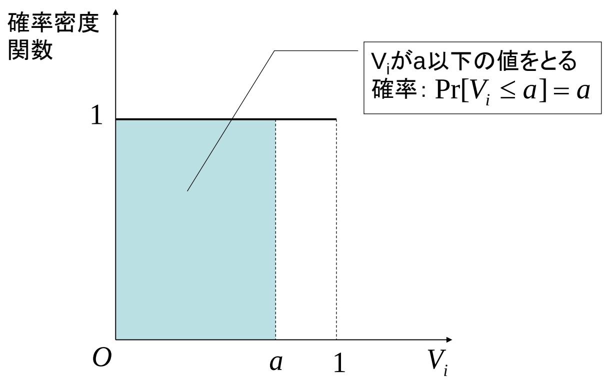
13

競争入札

- 最高の入札額の提示者が、その入札額を払って商品を受け取る
- 弱支配戦略は存在
  - 相手の入札額に依存して、自分の最適な入札額は変わってくる
- ⇒ 相手の戦略を　　する必要
- それぞれの買い手は、相手の正しい評価額を
- ただし、どの範囲内に評価額が入っているか（＝評価額の　）はわかっているものとする
- 仮定：買い手iは相手の評価額V_j が区間 [0,1] 上の一様分布に従うことを知っている

14

一様分布



15

競争入札

- 買い手iは「買い手jは評価額V_jよりもいくらか割り引いた入札額を提示するだろう」と考える
  - 勝者の呪い（winner’s curse：過度に高い額で入札して、かえって損をしてしまう）を避けようとする
- ⇒ 買い手iは、買い手jが　　　という入札額を提示すると予想する（0＜k＜1）
- 買い手i：入札額b_iがkV_jよりも　　ければ、商品を落札
- ⇒ 落札できる確率：$\Pr\left[V_j < \frac{b_i}{k}\right] =$

16

競争入札：最適戦略

- 買い手iの期待利得：

$$\underbrace{\frac{b_i}{k}}_{\text{落札　確率}}\times\underbrace{(V_i-b_i)}_{\text{落札　ときの利得}}+\underbrace{\left(1-\frac{b_i}{k}\right)}_{\text{落札　確率}}\times\underbrace{0}_{\text{落札　とき　の利得}}=$$

- 期待利得を最大化するように入札額b_iを決定
- ⇒ 買い手iの最適な入札額：b_i=

- 買い手jも同様に行動するだろう
- ⇒ 買い手jの割引率kに関する、買い手iの合理的な予想：k＝

17

競争入札：ナッシュ均衡

- 各買い手の評価額が区間 [0,1] 上の一様分布に従うことを売り手も知っているとする
- ⇒ 売り手から見ると、「自然」が各買い手に評価額V_1とV_2を独立に選んだ後で、オークションというゲームが始まる

- ナッシュ均衡：評価額がV_iならば、入札額を　　にする

- 取引から生じる余剰＝落札者の評価額＝　　{V_1,V_2}
- 売り手の受取額＝落札価格＝　　・　　{V_1,V_2}
- 買い手（落札者）の受取額＝　　{V_1,V_2}－　　・　　{V_1,V_2}＝　　・　　{V_1,V_2}

18

オークションの比較

- 売り手にとって、どのオークションの形式が望ましいか？

- 売り手の利益：
  - 競売＆セカンドプライス・オークション： min {V_1,V_2}
  - 競争入札（＆オランダ式オークション）：(1/2)・max {V_1,V_2}
- ⇒ 2人の買い手の評価額が近い（かけ離れている）ときには　者（　者）の利益の方が大きくなる

19

オークションの比較：収益同値性定理

- 売り手は買い手の正しい評価額を実際には知らない ⇒ 平均的にはどちらが得なのか？
- ⇒ いずれも期待利得は1/3となる
  - 詳しくは、梶井・松井『ミクロ経済学 戦略的アプローチ』を参照

- 収益同値性定理 (Vickrey, 1961)：
  - 競売、オランダ式、競争入札、セカンドプライスのいずれのオークションの形式も、売り手に　　の期待収益をもたらす（ある一定の条件の下で）
    - 個人の評価額の分布が独立
    - 商品は必ず売られる

20