

Kuhn - Tucker の必要条件

crimsonbach

2005 年 1 月 23 日

次の制約のある最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{s.t.} & \quad g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m. \\ & \quad h_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, l. \end{aligned}$$

この最適化問題について、 $f: R^n \rightarrow R$ 、 $g_k: R^n \rightarrow R$, $k = 1, \dots, m$ 、 $h_j: R^n \rightarrow R$, $j = 1, \dots, l$ は全て微分可能関数とする。また、 x^* は正規条件をみたす実行可能解とする。 x^* がこの問題の最適解であるならば、 x^* について Kuhn-Tucker 条件をみたす (λ^*, μ^*) は存在する。

\bar{x} がこの問題の実行可能解とする。

$$B(\bar{x}) = \{k | g_k(\bar{x}) = 0\}$$

としたとき、 $\nabla g_k(\bar{x})$, $k \in B(\bar{x})$ 、 $\nabla h_j(\bar{x})$, $j = 1, \dots, l$ が 1 次独立ならば、 \bar{x} は正規条件 (Regular condition) を満たすという。

Kuhn-Tucker 条件を適用する場合、目的関数は凸関数でなければならないが、Kuhn-Tucker 条件を拡張した Kuhn-Tucker の必要条件では、目的関数は凸関数に限らない。