

経済数学の基礎 1

crimsonbach

2006 年 7 月 23 日

このシリーズでは、経済学で使われる数学の定理をいくつか紹介することを目的とするが、いわゆる最適化問題がその中心となる。第 1 回目は、平均値定理について、簡単に復習する。

1 変数関数のとき

その 1 $f: R \rightarrow R$ が微分可能ならば、任意の $y \in R$ に対して、

$$f(x) - f(y) = (x - y)f'(tx + (1 - t)y).$$

となる $t(0 \leq t \leq 1)$ が存在する。

その 2 $f: R \rightarrow R$ が 2 回微分可能ならば、任意の x, y に対して、

$$f(x) - f(y) = (x - y)f'(x) + \frac{1}{2}(x - y)^2 f''(tx + (1 - t)y).$$

となる $t(0 \leq t \leq 1)$ が存在する。

多変数関数のとき

平均値定理 1 $f: R^n \rightarrow R$ が微分可能ならば、任意の $x, y \in R^n$ に対して、

$$f(x) - f(y) = (x - y)^T \nabla f(tx + (1 - t)y).$$

となる $t(0 \leq t \leq 1)$ が存在する。

平均値定理 2 $f: R^n \rightarrow R$ が 2 回微分可能ならば、任意の x, y に対して、

$$f(x) - f(y) = (x - y)^T \nabla f(x) + \frac{1}{2}(x - y)^T \nabla^2 f(tx + (1 - t)y)(x - y).$$

となる $t(0 \leq t \leq 1)$ が存在する。