

第6章 電気・磁気による出来事

6.1 電気と磁気というコト

電気とは何か

冬の日ソファで本を読んでいたあなたが、立ち上がってドアの取っ手をつかんだら、パチッと音がしたと思うほど手の痛みを感じる。あるいは、プラスチックの定規が何かをこすって髪の毛を引き付ける遊びをした思い出があるだろう。それが静電気のせいだということをあなたは知っている。

電気を制御できるほどヒトが電気の知識をもつようになったのは、ヒトの歴史上それほど昔のことではない。今ではヒトは、電気には+と-の2種あって、同種の電気は反発し正負の電気は引き合うということを知っている。しかも、現代の原子論は、1つの原子は高々100個余りの陽子と電子をもち、陽子が+、電子が-で同量の電気(電気素量 e)を帯びていることを教える。莫大な数の原子から成る物質がたいてい電氣的に中性なのは、陽子と電子の数が等しく、正負の電気が打ち消しあって総電気量が0だからだ。さらに素粒子論によれば、電気は陽子や電子などの素粒子を特徴づける指標であって、0ではない+や-の指標をもつ素粒子の間に電氣的な力が働くのである。電気を荷なうモノはあるが、電気はモノではない。

初め電氣的に中性であった2つの物体をこすると静電気が生じるのは、一方から他方へ電気の一部が移動して両者がそれぞれ正と負の電気を帯びるようになったのである。電気が移動すると言ったけれども、現実には電気を荷なう何モノが移動したのであろうか。第9章で話すように、陽子は原子核中に強く束縛されているのに対して、質量の小さい電子は原子やイオンなどにゆるく

拘束されている。外側の電子は特に小さなエネルギーをもらうだけで拘束から自由になって離脱しやすい。だから、摩擦によって2つの物体間を移動したのは電子なのだ。いくらかの電子の離脱した物体は、陽子の正電気を打ち消す電子が不足するから $+$ に帯電し、電子を受け取った物体は、電子が過剰になって $-$ に帯電するわけだ。

ところで電気の現象をみると、電気を通す導体と電気を通さない絶縁体があることに気付く。銅線で電池と豆電球をつなげば豆電球が灯る。台所にあるアルミ箔を使っても豆電球がつく。ところが、髪の毛で電池と豆電球をつないでも豆電球は灯らない。この差は、物質のミクロな構造がちがいで、電子が動きやすいかどうかがちがうからだ。第2章で軽くふれたように、固体の金属は原子の空間的な配列を組もうとする。原子の最も外側の電子が原子から離れてできた $+$ イオンが空間的な配列を組んで並び、原子から自由になった莫大な数の電子が金属全体を動きまわってこの配列構造を支えている。自由になった電子は金属内を動くことができ、電気の運び手になる。ただしこれらの「自由」電子は、 $+$ イオンとの相関によって金属原子を結合（金属結合）させるプレイヤーでもあって、金属内に束縛されていて、勝手に金属から逃げ出す自由はない。

他方絶縁体では、典型例の炭素（C）原子が結晶を組むダイヤモンドのように、自由に動ける電子がない。炭素Cは周期表で第4列に位置し（化学でいう4価）、一番外側にある4個の電子が対になる電子を求めて4本の結合手を出す。その炭素がエネルギーが最も低く空間的に配列するやり方は、どのC原子も近くの4個のC原子と組んで正四面体配列のダイヤモンド格子を形成することである。C原子が互いの電子を共有するこの結合（共

有結合)の仕方では、電子は自由にその配列から離れるわけにいかない。電気の運び手不在で絶縁体になるのである。周期表で同じく第4列(Cの下)に位置するケイ素(Si)も、その結晶はダイヤモンド型の構造をとる。純粋なSi(シリコン)の結晶は電気を通さない。他の絶縁体もこの典型例と同じように、自由に動ける電子がない、つまり電気の運び手がない。

すべての現実的事象を単純に2分することはできない。導体と絶縁体のあいだにも少し電気を通す物質があり、それを半導体と呼んでいる。温度や不純物の混入などの条件のちがいでさまざまな電氣的性質を示す半導体がつくれる。

シリコン・バレーという言葉を生みだしたSiの半導体は、周期表第5列(5価)あるいは第3列(3価)の元素を不純物として混入した結晶からつくられる。5価の混入原子があれば、正四面体の結晶を組むとき、1個の余分の電子は原子の結合にほとんど寄与せず半自由であり、電池につなげば電気の運び手となることができる。運び手の数が金属よりも少ないので金属ほどではないけれども電気を通すことになる。おもしろいのは3価の混入原子がある場合だ。正四面体の結晶を組むと電子が1個足りない。いわば電子の孔(ホール)ができているのだ。電池につなぐと、正四面体格子を組むのに参加していた他の電子がこの孔を埋めようとする動きが生じる。この孔埋めゲームに多くの電子が参加すれば、それらの電子が運び手になって電気を通すことになる。これを電子による孔埋めゲームと見る代わりに、孔が動きまわっていると見ることが可能である。実際その方が記述も簡単だ。電子の孔があるということは - 電気の不足だから、孔は + の電気の運び手ということになる。これを正孔と呼ぶ。こうして、5価の元素を混入した場合と3価の元素を混入した場合とで、運び手の

運ぶ電気は符号が逆（- と +）になる。このシリコン半導体を組み合わせると、電流の流れ方にとってもおもしろいことが生じて、ダイオードやトランジスターなどのしかけをつくることが出来る。それから電気回路を組み立てれば電脳（コンピューター）まで作りだせる。今経済活動で最重要な生産物となっている半導体とはそういうものである。

最初の話、静電気に戻ろう。摩擦によって物体が帯電するのは、ある数の電子が逃げて行って + 電気が過剰になったのであった。その + に帯電した物体 A を他の物体 B に近づけると A と B の間に引力が働くのはなぜだろうか。物体 B が導体であるか絶縁体であるかによって事情が異なる。B が導体ならば、A を近づけた側に近づいてきた + 電気に応じた数の電子が移動してその付近は負に帯電する。反対側は電子が不足して数の多い陽子の + 電気によって正に帯電することになる。B の両端の負と正の電気量は等しく、合計すれば 0 である。こうして、物体 B の A 側の負の電気は B の反対側の正の電気よりも A に近いから、正電気をもつ物体 A に引かれることになるのである。物体 B が絶縁体なら電子が移動することはない。それでも物体 A からの影響で、物体 B の中で電子と陽子を含む原子核が逆方向にずれようとする。これを分極と呼ぶ。分極が起きると、B の A 側の端では負の電気がまさり、反対側では正の電気がまさるという状態になる。こうして物体 B の A 側の負電気と物体 A の正電気が引き合うのである。物体 A が負の電気を帯びているときにも、正負が逆になるだけで同様のことが起きる。これが、電気を帯びたプラスチックが髪の毛を引きつけるしくみである。

静電気の現象を解釈して話は一巡し、電気について語ることのできる素材がある程度そろった。

クーロンの法則

電気を帯びたモノの間には力が働く。その力はどのようなものだろうか。C.A. de クーロンが観測によって得た結論は、「2つの物体 A と B の間の電気力は両者の電気量 q_A, q_B に比例し、AB 間の距離 r の 2 乗に反比例する」というものである。すなわち、電気力は重力 (??) と同じ形をした力だということだ。ただし、電気には正負の区別があって、同種の電気の間には斥力が働き、+ と - の間には引力が働くという点がちがう。クーロンの法則は、多くの場合比例定数に一工夫して次の形に書かれる。

$$\text{電気力 } F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_A q_B}{r^2}. \quad (6.1)$$

ここで、 ε (イプシロン) は空間を満たしている物質の誘電率と呼ばれる量で、物質ごとに異なる値をとる。ということは、電気力の強さは 2 つの荷電物体間をどういう物質が満たしているかによって異なるということである。真空も固有の値の誘電率をもつ。それを ε_0 と書くことにしよう。

(6.1) 式で表わされる電気力はマクロな現象の観測によって導かれたのであるが、そもそも電気を荷なう素粒子間の電気力がこの形をしているのである。原子が形成されるのは、- 電気をもつ電子が + の電気をもつ原子核からの電気力によって引かれ拘束されるからだし、原子が集合してさまざまな結合の仕方では物質を構成するものこの電気の力による。電気力は自然界でもっとも基本的な力の 1 つなのである。素粒子論では、素粒子間の力は媒介する粒子をバーチャルにやり取りして生み出される、と記述する。そして、電気力の $1/r^2$ という形を、媒介する粒子が光(光子)で、その質量が 0 だからだと説明する。

クーロンは磁石の間に働く力も調べて、磁気についても (6.1) と同じ形の力が働くことを見出した。磁石は両端に N 極と S 極

をもつ。誰でも知っているように、N 極どうしあるいは S 極どうしの間には斥力が働き、N 極と S 極の間には引力が働く。すなわち、2 つの磁極間の力は、磁気量 m_A, m_B に比例し、距離 r の 2 乗に反比例する。

$$\text{磁気力 } F = \frac{1}{4\pi\mu} \frac{m_A m_B}{r^2}. \quad (6.2)$$

ここで μ (ミュー) は透磁率と呼ばれる量で、2 つの磁気量の間の空間を満たしている物質の磁氣的性質を表わす。物質はそれぞれ異なる透磁率をもち、磁気力の強さは 2 つの磁極の間を満たしている物質によってちがうのである。真空の透磁率を μ_0 と表わすことにしよう。

電気と磁気は、その力が同形であることから推測されるように、相似な性質をもつ。しかし重大な違いが 1 つある。電気はそれを荷なう素粒子があるのに対して、磁気を荷なう素粒子は発見されていない。物質を細分していくと、その先を言わないとして、+ 電気を荷なう陽子のいる原子核と - 電気を荷なう電子に行きつく。ところが、磁気を帯びた棒磁石を切断するとまた 2 つの棒磁石になり、2 つはそれぞれ N と S の対の磁極をもつ。さらに続けていくと最後には原子核と電子に行きつき、単独の N 極あるいは S 極を見出せない。素粒子論は単独の N 極あるいは S 極をもつ素粒子が存在する可能性を否定しないが、現在のところ見つからない。それでは磁石の磁気はどうして生じるのか。ヒトのしている磁気は電氣的に生じるのである。磁石の磁気は、その素材原子中の電子のもつスピンという角運動量と電子の運動に基づいている。

電場と磁場

上の話から電気も磁気も素朴なモノとは言い難い。ところが、磁針はあなたが方角を見失ったとき南北の方位を教えてくれる。あなたのいる場所がどのような磁気の力を受けるか、情報を書き込まれているかのようだ。実際に、広げた紙の上に鉄粉を撒いて紙の裏側に磁石を置くと、2つの磁極の間を結ぶように鉄粉が模様を描く。その模様は紙の面上での磁気的な力の向きを示している。そういう紙を何枚も想像してみれば、その空間全体にそういう磁気的な場が出来ていると思われる。鉄粉を取り除いても同じことだろう。眼には見えないけれど、その空間は磁気的な場になっているのだ。だから、そこに磁針を持ってくると先ほどの模様の線の方向を指す。紙の裏に何があるか知らなくても、磁気的な場が存在していると主張できる。分かりやすい磁気を先に考えたけれども、磁気力と相似な電気力を生じる電気についても、空間に荷電粒子を置くとそれぞれの場所で働く電気力が定まっているとしたら、電気的な場がそこにあるのだ。

このような画期的なアイデアを提出したのはM. ファラデーである。ファラデーは、鉄粉の模様が描くような磁気的な力の働く方向を結ぶ線である磁力線、同様に空間中で電気的な力の働く方向を結ぶ線である電気力線を考案し、磁場と電場という概念を提出した。ある場所での電場(でんば)という物理量は、単位電気量 1C (クーロン) をそこに置いたときに働く力で定義される。 $q[\text{C}]$ の電気量を置いたとき働く力を F とすると、その場所の電場 E は次のように表わされる。

$$\text{電場 } E = \frac{F}{q}. \quad (6.3)$$

力はどの方向に働くかが問題になるベクトル量であるから、左辺の電場もベクトル量である。繰り返せば、電場 E は単位電荷あた

りに働く力の大きさと方向を表わす物理量である。

同様に、ある場所の磁場 H は、その場所に単位磁気量を置いたとき働く力の大きさと方向を表わす物理量として定義できる。その式は(6.3)式と相似なので省略しよう。ただし、磁場 H が今後の話題に登場する重要な物理量であることに変わりはない。

電場の定義(6.3)をクーロンの法則(6.1)と結合すれば、 $+Q[C]$ の電荷のまわりの空間に出来る電場 E を求めることができる。電荷 Q から距離 r のところに $+1[C]$ の電気量を置いたとき働く力を求めるには、(6.1)式で $q_A = Q$, $q_B = 1$ とすればよい。それが、電荷 Q から距離 r の場所の電場の強さ $E(r)$ である。

$$\text{電荷 } Q \text{ による電場 } E(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{Q}{\varepsilon}. \quad (6.4)$$

$+1[C]$ の電荷はどの場所でも中心の $+Q$ から遠ざかるような斥力を受けるから、電場は図6.1のように Q から四方八方へ出て行く電気力線で描ける。 Q から遠ざかれば電気力線がまばらになるが、それは電場が弱くなるということを意味する。

$+Q[C]$ の電荷のまわりの空間に出来る電場 E は、太陽や電灯から八方へ出て行く光線のイメージに似ている。あなたが電灯を灯した部屋にいて細かい図面でも見ているとすると、部屋の隅の暗い所ではよく見えないので電灯の近くに寄るだろう。電灯から出る光の明るさは電灯に近いほど明るい。電灯から四方八方へ出て行く光線を図に描いてみよう。電灯から遠ざかると光線がまばらになり、

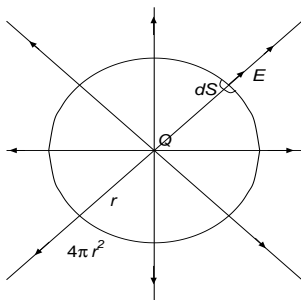


図 6.1: 電荷のつくる電場。

やってくる光の量が減ることが分かる。電灯から距離 r の場所の光の量は、電灯を中心に半径 r の球面に広がったと考えられるから、球面の表面積 $4\pi r^2$ で等分されたであろう。電灯からの距離が2倍になれば光量が $1/4$ に減る、というあなたの聞いたことのある話はそういうことなのだ。今考えている電場（電気力線）は光量（光線）とそっくり同じ話である。中心にある電荷 Q による電場の強さは、距離 r のところで球の表面積で等分されたもののなのだ。(6.4) 式はごく丁寧にその $1/(4\pi r^2)$ をもっている。これを種明かしすれば、クーロンの法則を (6.1) 式に書き表わすときに比例定数に $1/4\pi$ をあらかじめ潜ませておいたからである。

こうして、光の場合光線を描くのが有用のように、電場を表現するのに電気力線を描くのが適切であることが理解できる。電場の向きは、+ の電気から出て - の電気に入る方向だということに注意しよう。同様に、磁場についても磁力線を描くことが有用である。磁場の向きは、N 極から出て S 極に入る方向である。

(6.4) 式は、電場の概念を使ってクーロンの法則 (6.1) を書き換えたものである。電磁気学は、この式をさらに一般的な表現に書き換えていく。(6.4) 式の右辺の分母にある $4\pi r^2$ を左辺に移して、 $E \times 4\pi r^2 = Q/\varepsilon$ としてみよう (図 6.1)。これを解釈すると、電場と球面の表面積をかけたものは、球面の中心にある電気量 Q を誘電率 ε で割ったものに等しい——というものである。球面を考えたけれども、風船のような任意の形の閉じた曲面を考えると、各部分で電場は表面を垂直に貫くとは限らない。しかし太陽からの光線が地面に当たるとき、冬の日射しのように低い角度から射し込めば単位面積あたりの光量が減る。冬の寒さはそのせいだ。電場の場合も、表面を垂直に貫く電場が問題なのだ。ある部分の表面 dS を垂直に貫く電場の強さを E_{\perp} と書いて、 $E_{\perp} \times dS$ を足

上げたものが、 $E \times 4\pi r^2$ なのだ。気取って一般の閉曲面での足し上げを $\oint E_{\perp} dS$ と書けば、

$$\text{閉曲面での電場の足し上げ} \quad \oint E_{\perp} dS = \frac{Q}{\epsilon}, \quad (6.5)$$

という関係式が得られる。この式はガウスの定理と呼ばれるものである。もう一度図 6.1 を眺め、球面を変形させた閉曲面を考えて、 E_{\perp} に表面積 dS をかけて足し上げたイメージしてみよう。

磁場は電場と相似であったから、同様の関係式が得られる。ただし、単独の磁極が見つからない、N 極と S 極が必ず対で存在しその和が 0 だから、磁場を生み出す源はないという式になる。

$$\text{閉曲面での磁場の足し上げ} \quad \oint H_{\perp} dS = 0. \quad (6.6)$$

電場と磁場に対するガウスの定理 (6.5) と (6.6) の 2 つが、電場と磁場が満たすべき一般的な法則ということになる。

電位

さて、電場 E は 1C(クーロン) の電気量に働く力で定義されるから、考えている空間の場所ごとに電場の強さつまり力が決まっているということは、それぞれの場所に対応するポテンシャル・エネルギーが決まっているということである。電場 E と 1[C] の電気量あたりのポテンシャル関数 V との間には、力とポテンシャル関数の間の関係式 (??) が成り立つことになる。

$$\text{電場と電位の関係} \quad E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}. \quad (6.7)$$

空間の 1 点である方向 s へ向かう電場の強さ E_s は、そこでのポテンシャル関数 V の s 方向への変化率 (曲線 V の傾き) $-\frac{\partial V}{\partial s}$ で決まっているのである。 V は電気量 1[C] あたりのポテンシャル・

エネルギーを意味し、「電氣的な位置エネルギー」というのを略して電位という。電気力線の方角に沿って電位 V が大きく変化していれば、その方向の電場 E が強い。

上の関係から、電気力線は電位の高いところから低い方へ向かっていることになる。つまり、正電気は電位の高い方から低い方へ向かう力を受け、負電気には逆向きの力が働く。今もっぱら静電気を考えているが、電流が流れるときには電位の高い方から低い方へ流れることになる。日ごろ使う電圧という言葉は2点間の電位差のことで、その単位 V (ボルト) は電気量 $1[C]$ あたりのエネルギーを表わす ($1V=1J/C$)。電位の定義からして、電圧の値は供給可能なエネルギーの目安を与えるのである。

電場と電位の定義はただちに以下のような結論をもたらす。導体というのは、電気荷のない手である電子がその中で自由に動ける物質のことであった。すると電流の流れていない導体内部では電場が0 ($E=0$) ということになる。なぜなら、もし電場が0でないなら電荷の荷のない手は動かなければならないから。そして $E=0$ なのなら、(6.7) から導体内部で電位に傾きがあつてはならない、つまり電位が一定 ($V=一定$) だということになる。その導体の表面ぎりぎりをめぐる閉曲面を考えて電場についてのガウスの定理を適用すると、電場が0なのだから閉曲面内の電気量は0でなければならない。それゆえ、電気を帯びた導体のその電気は導体表面にはりついているわけだ。同じ理屈で、導体である金属で覆われた空間内部には外部の電場は侵入することができない。ためしに台所のアルミ箔で携帯電話を包んでみたらよい。その携帯電話に電話をかけても反応しないだろう。

ところで、平行に向かい合わせた金属板の両側にそれぞれ+と-の電気を導くと、+と-の電気は互いに引き合って蓄えられ

る。このコンデンサーは、それがどれだけ電気を蓄えることができるかの容量 C と2つの金属板間の電位差 V で決まるエネルギー $\frac{1}{2}CV^2$ を保持することになる。他方で平行板コンデンサーの間には電場が生じる。電場を中心に考えて、コンデンサーのエネルギーをこの電場 E で表現すると、電場の単位体積あたりのエネルギーが $\frac{1}{2}\epsilon E^2$ に相当することが分かる。電場のエネルギーは、物質の誘電率 ϵ に関係している、つまり金属板の間をどんな物質が満たしているかに関係する。もともと電気容量 C が使用する物質の誘電率 ϵ で決まっていたのである。コンデンサーの蓄えるエネルギーがコンデンサーの空間を満たす物質に依存していたのだ。ここから、電場や磁場がエネルギーを保持しているとする見方へ導かれる。

6.2 電流は磁気を生じ、磁気の変化は電流を生じる

電流

電磁気研究は、電池が発明されて持続する電流が得られるようになって飛躍的發展を遂げた。今日われわれにとってあたり前になってしまったけれど、最初わくわくするような発見が続いて電気の時代が始まったのである。

電池は化学反応のエネルギーで、陽極 (+) と陰極 (-) の間に電位差を生み出す。金属導線を陽極と陰極につなげば、導線中に電位の傾きが生じて、したがって電場が生じ、-電気をもつ電子は陰極から陽極に向かう力を受ける。結果として電池の陰極側で放出された電子は導線を陽極に向かい、電気が流れることになる。電池の中でも、イオンが移動して電流が流れ、引き続き化学反応が進んで陽極と陰極の間の電位差を保とうとする。この継起

によって、反応物質が残っている間電流が巡ることになる。

金属導線中では自由に動ける電子がこの運動に関与する。電位差がないときには、これらの電子は乱雑に運動し、全体として運動の方向性を持たない。つまり電流は流れない。ところが電位差があれば、電子はいつも陰極から陽極へ向かう方向に力を受ける。しかし、配列を組んでいる金属の陽イオンとの相互作用がじゃまをして、電子はどんどん加速されるのではなく、両端の電位差に応じてある平均的速度を得ることになる。導線の断面を1秒あたり何個の電子がどれだけの平均速度で通過するかが電流の大きさである。電子の平均速度は働く力の大きさに決まり、電場の強さ、つまり両端の電位差に比例することになる。言い換えると、流れる電流 I は電位差 V に比例する。よく知られたオームの法則と呼ばれているものだ。電子と陽イオンとの相互作用は電子の運動を妨げている。その妨害が大きければ流れる電流は少なくなり、妨害が小さければ電流は多くなる。それで $I = V/R$ の関係になる。電気抵抗 R というのはその妨害の強さのことである。金は電気抵抗が小さいけれど希少で高価なので、あなたの音響機器に使われたとしても送電線には使えない。それで比較的電気をよく通し安価な銅が送電線に使われるのだ。

電流が流れて供給される電気エネルギーがいくらになるかは、電流と電位の定義から自明である。電圧 V は1C(クーロン)の電気量あたりのエネルギーを示していて、電流 I は1秒あたりに何Cの電気量が流れるかを示しているのだから、1秒あたりの供給エネルギーすなわち電力は電圧 \times 電流、 VI である。単位で書けば、1W(ワット)=1J(ジュール)/1秒=1V(ボルト) \times 1A(アンペア)である。たとえば、家庭用100Vの電圧で使う60Wの電球には平均0.6Aの電流が流れる。

陽イオンと電子との相互作用が電子の運動を妨げて消費したエネルギーはどこへ行ったのだろうか。それは、陽イオンや電子の運動エネルギーになったのである。ところが第5章で、物質を構成するモノのエネルギーが熱であり、運動エネルギーが温度に比例することを見た。したがって、陽イオンや電子の運動エネルギーの増加は、導線の熱エネルギーの増加となり、導線の温度が上昇することになる。こうして、電気抵抗が0になる超伝導の場合を除いて、電気抵抗をもつ普通の導線に電流を流すと、供給された電気エネルギーの一部は熱エネルギーに変わる。これをジュール熱という。その熱量を求めると1秒あたり $VI = I^2R$ となり、電気抵抗の大きさ R に電流 I の2乗を掛けたものになる。送電線で逃げて行くこの熱は、電力会社にとって問題である。送電線を設置すればその電気抵抗は決まってしまうから、逃げていく熱を減らすには電流を小さくするのがよい。ところが、あなたの町が必要とする電力は供給しなければならない。電力は電圧 × 電流だったから、少ない電流で必要な電力を供給する解決策は電圧を高くするという方法である。高電圧にして送電する理由はこういうことなのだ。電気抵抗は悪いことばかりするのではない。もし電気抵抗の大きい細いタングステンの線をガラス管に入れて高熱を得れば、白熱して光を出す電球をつくることができる。

電池から電流が導線を巡って豆電球を灯したところで、回り道をしてきた話も一巡した。

(1) 電流は磁気を生じる

1820年 H.C. エルステッドは、電流の流れている導線の近くに置いた磁針が動くことを発見した。電流が磁場を生み出すという大発見である。磁針の指す方向は電流のまわりにどのような磁場が生じているかを教える。右手の親指を電流の方向に向けて残

りの4本の指を丸めたとき、4本の指のように電流をとり巻く円周状に磁場が生じるのだ。エルステッドの発見からすぐに J.B. ビオと F. サバールは、電流によって生じる磁場の強さを数式に表現した。ビオ＝サバールの法則と呼ばれ、電流が流れているとき、微小な長さの導線部分がそこから任意の方角と距離の場所に生み出す磁場の強さを記述したものである。バランスを欠くけれどもその式は省略する。代わりに、十分長い直線の導線に流れる大きさ I の電流が、電流から垂直に距離 r の場所につくる磁場の強さ H を示そう。

$$\text{電流 } I \text{ による磁場 } H = \frac{I}{2\pi r}. \quad (6.8)$$

電流 I によって生じる磁場を図にすると、図 6.2 のようになる。流れる電流 I が大きければ生じる磁場 H は強く、電流から遠ざかれば磁場は弱くなる—という順当な形をしている。

(6.8) 式の右辺にある $2\pi r$ を左辺に移すと、 $H \times 2\pi r = I$ と書き換えることができる。図 6.2 を見ながらこれを解釈すれば、1 単位の磁極が磁場 H_l から力を受けて円周 $2\pi r$ に沿って一周するときの仕事量が、円周のとり巻く電流 I に等しいということである。このことに注目した A.M. アンペールは、それを円周に限ることなく一

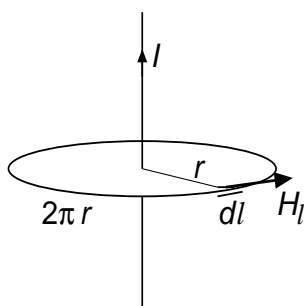


図 6.2: 電流のつくる磁場.

般化して、電流をとり巻く輪ゴムのような任意の形の閉じた曲線に対する表現を得た。閉曲線の微小部分 dl とそれに沿う磁場の強さ H_l を掛けて足し上げれば、一周する間に単位の磁極に対し

とする仕事量で、それが電流 I に等しいのである。

$$\oint H_l dl = I. \quad (6.9)$$

これが電流のつくる磁場についてのアンペールの法則である。アンペールの法則は、ビオ＝サバールの法則の別の表現と言える。これで電磁気学の3番目の法則を見終わった。電場と磁場を定義してクーロンの法則をガウスの定理(6.5)と(6.6)に表現したのに対応する。式の形も似ていなくもない。

電流が磁場を生じるという発見は、電磁気学とその応用に大きな発展をもたらした。これによって人工的に磁場を作り出せ、物質を磁化して磁石を作ることができるようになった。鉄の棒に導線をコイル状に密に巻いて電流を流せば、鉄の棒を貫く磁場ができる。その磁力線は、棒状のコイルの一端から外へ出て、他端に帰ってくるようになっていいる。これは棒磁石とそっくり同じである。この電流の流れているコイルは、事実棒磁石と等価で、その外側に同じ磁場を生じるのである。鉄の棒を貫きコイルの外を巡る磁力線がたどる道筋は閉曲線をなす。それにアンペールの法則を適用すると、コイルを出ていく磁場の強さは、コイルの単位長さあたりの巻き数と流れる電流の大きさに比例することが分かる。だから、コイルの巻き数と流す電流を変えて、望む強さの磁石を作ることができる。電磁石である。この磁石は、電流を流しているときだけ磁石になるのだから、とても有用な働きをする。

(2) 磁場の変化は電流を生じる

アンペールはまた、2つの導線を流れる電流の間に力が働くことを発見した。電流が流れれば磁場が生じるのだから、一方の電流によって生じた磁場が他方の電流に力を及ぼすと考えること

ができる。実際に磁石のつくる磁場中に導線を置いて電流を流すと電流は力を受けることが観測される。運動する電気は磁場に感応するのである(この話は次の節でしょう)。こういう進展の中でファラデーは、電流が磁場を生じると逆の現象、すなわち磁場を利用して電流をつくりだすことができないかを追求した。電場と磁場のアイデアを提出したファラデーには、磁場が単なるコト以上のものであるという考えが強かったのであろう。そしてそれは成功した。

2つのコイルを近接して置き、一方のコイルに電流を流すとその瞬間他方のコイルにも電流が流れる。一方のコイルによって発生した磁場が他方のコイルに電流を流したのである。だから、電流を流して磁場をつくる代わりに、直接磁石をコイルに出し入れしても電流が流れる。ただし、スイッチを入れて一方のコイルに電流を流す瞬間だけ他方に電流が流れ、磁石の場合も出し入れするときだけその電流は流れるのである。磁石を静止させておいては電流は生じない。ということは、コイルを貫く磁場が時間的に変化するときそのコイルに電流が流れるのである。一般化して言えば、閉じた電気回路のなす面を貫く磁場が時間的に変化すると、回路に誘導起電力が生じ電流が流れるということである。これを電磁誘導という。

断面積が S で閉回路をなす1巻きのコイルを考えよう。図6.3のように、このコイルを磁石(または電磁石)の間に置いて回転させて、貫く磁場 H を変化させると、コイルに起電力(電圧)が生じる。ところで

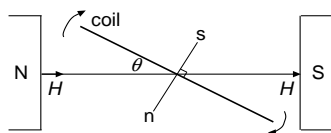


図 6.3: 電磁誘導.

生じる起電力は、コイルを鉄のような強い磁性を示す物体（強磁性体）に巻くと大きくなる。透磁率 μ の大きい強磁性体にコイルを巻く方が、芯に何も無い空気だけの場合よりも誘導起電力 V が大きいのである。そこで、磁場 H の代わりに磁束密度 $B = \mu H$ という量を考えた方がよいことになる。磁束密度は名のように単位断面積を貫く磁場の強さに比例する。磁束密度 μH にコイルの断面積 S をかけたものが誘導起電力の大小を決める——というのが観測の教えることだ。

この場合にも光線の例のように、磁場がコイルの断面を垂直に貫くか斜めに射し込むかが問題になる。コイルの面と磁場の向きとがなす角度を θ と書けば、 $\theta = 0$ の磁場は寄与せず垂直な $\theta = 90^\circ$ の磁場が寄与するのである。そこで $\sin \theta$ というファクターをかければよい。結局実験は、誘導起電力の大小を決めるのが $\mu H S \sin \theta$ だと教える。誘導起電力 V は、この量が短い時間にすばやく変化するほど大きいのである。その変化率は時間 t での微分で表わせるから、次のような関係にある。

$$\text{電磁誘導の起電力} \quad V = -\frac{d}{dt} \mu H S \sin \theta. \quad (6.10)$$

まだ起電力の向きがどちら向きかを言っていなかった。その規則は H.F.E. レンツが見つけ、レンツの法則と呼ばれる。コイルを貫く磁場を時間とともに変化させると誘導起電力が生じ、誘導電流が流れる。ところがその電流は磁場をつくり出してコイルを貫く磁場にフィードバックする。このフィードバックはもともと与えた磁場の変化を助長するだろうか、それとも妨げるだろうか。この場合、自然は「変化をきらう」と答える。外からコイルを貫く磁場が強まろうとすると、誘導電流は自身の生み出す磁場で外部磁場が増大するのを妨げるような方向に流れ、外からの磁場が弱まろうとするとその減少を妨げる方向に流れるのである。

図 6.3 で言えば、コイルが回転して磁場を受ける面が広くなりつつあるから、外部からの磁場 H の増加を打ち消すために、誘導電流による磁場が s から n の向きに生じる—ように誘導電流が流れるのである。誘導電流の向きが磁場の変化の正負と逆だということを (6.10) 式の - 符号が表わしている。電磁誘導の関係式 (6.10) が電磁気学の 4 番目の法則である。

発電機をつくる交流

あなたの家庭の大きな電気製品はすべてコンセントから電気をとっている。その電気は電磁誘導によって発電される交流である。その原理は上ですでに言ってしまった。鉄芯に巻いたコイルを磁石 (または電磁石) の磁極 N と S の間に置いてコイルを回転させると、コイルを貫く磁場が変化するため誘導電流が得られる。(6.10) 式によれば、磁石がつくる磁場 H の強さと鉄芯の透磁率 μ とコイルの断面積 S で発電機の性能が決まるのである。いやもう一つあった。コイルを何重にも巻くことである。誘導起電力 V はコイルの両端に発生する電圧のことであるから、何重にも巻けば電圧は巻き数 m に比例して大きくなる。あとはコイルをどのくらいの速さで回転させるかが微係数 $d \sin \theta / dt$ の大きさを左右する。日本では 1 秒間に 50 回転か 60 回転させる。それがあなたの知っている交流の周波数で、東日本で 50 ヘルツ (Hz) 西日本で 60Hz という値だ。周波数を ω と書けば、 m 巻きコイルの起電力は $(\omega m \mu H S) \cos \omega t$ と書ける。ここまで波形の関数を \sin で書いてきたから、時間を少しずらして起電力を $V_0 \sin \omega t$ と書くこともできる。起電力とそれによる誘導電流は、時間とともに $+$ - に変動する、つまり電流は行ったり来たりするのだ。向きが交替して入れ替わる電流という意味で、略して交流と言う。

送電するとき高電圧にするとエネルギーの損失を少なくでき

るという話をした。しかし高電圧の危険を防ぐために、利用者のところでは電圧を落とす必要がある。この変電の方法も、ファラデーが最初に見つけた電磁誘導で行われる。四角いドーナツ型の鉄芯の向かい合った2辺にそれぞれコイルを巻き、一方のコイル(1次コイル)に高電圧の交流を流す。このコイルに流れる電流の大きさはいつも変化しているのだから、それによって生じる磁場もいつも変化している。その磁場を他方のコイル(2次コイル)に鉄芯で導けば常に誘導電流を生じることになる。それもやはり \sin 形をした交流である。ところで、1次コイルのつくる磁場は巻き数によっていたし、2次コイルに生じる誘導起電力も巻き数によっていた。だから、1次と2次のコイルの巻き数の比を調節すれば、2次コイル側に思い通りの電圧の交流をつくることができるのである。あなたはどこかで変電所を見かけたはずだ。近所の電柱の上の四角や円筒形の箱は変電器で、電圧を100Vに落してあなたの家へ配電するためのものだ。

先ほど電磁誘導は「変化をきろう」という言い方をしたけれども、自然はエネルギー保存則のような秩序を保ちながらしかも変転極まりないと言った方が正確だったろう。実は、もしレンツの法則と逆だったら、エネルギー保存則に反して奇妙なことになっていたのである。コイルに誘導電流が発生するとそれによる磁場が発生する。そのコイルはつまり電磁石になるのである。誘導電流によって生じる磁場が外から貫く磁場の増大あるいは減少を助ける向きだとしてみよう。図6.3で n 側に入ってくる磁場が生じ s 側から出て行く磁場が生じたとすると、コイルを電磁石と見たとき n 側が S 極で s 側が N 極ということになり、外の磁石がこのコイルの回転を助けることになる。回転させたコイルはさらに速く回転することになって運動エネルギーが増える。ところ

が誘導起電力は電気的なエネルギーを生み出すのだから、コイルの回転も速まって電気エネルギーも生み出すという夢のモーターになってしまう。われわれは、エネルギー総量は保存して何も無いところから生み出すことはできないという熱力学第1法則を受け入れたのであった。誘導電流は、電磁石になるコイルの回転にブレーキをかけるように流れなければならない。だから、電磁誘導で発電して電流を取り出すためには、誘導電流によるブレーキに打ち勝つように、外から仕事をしなければならない。外からの仕事が電気エネルギーに変わるのである。自転車のタイヤにつける発電機でランプを灯せばペダルが重くなるわけだ。

6.3 電磁気学の法則と電荷に働く力

マクスウェルの方程式

前の2つの節で電磁気の出来事の要点を話してきた。それらは、J.C. マクスウェルによって電磁気学の法則として体系的に整理された。マクスウェルの方程式と呼ばれ、今日では洗練された形式に表現されている。電磁気現象の重要な物理量である電場・磁場・電荷・電流の間の関係を、時間と空間の4次元時空の座標点で表現したもので4つの方程式から成る。それは、ここまで見てきた法則を拡張して別の数学的な表現に書き換えたものである。抽象度の強い表現になっているけれども、重要な法則から逃げ出すのはあなたの好むところではないだろうから、一目だけでも見ておこう。

4つの法則の2つは、電気と磁気に関するクーロンの法則を、空間に生じる電場・磁場の導入によって書き換えたガウスの定理(6.5)と(6.6)であった。それをさらに、電気と磁気を取り囲む閉

曲面をどんどん小さくしていった微分形式に表わすとマクスウェルの方程式の2つの式(6.11)と(6.12)になる。

3番目の法則、電流のまわりに磁場が生じるという現象を記述するアンペールの法則(6.8)で、電流をとり巻く閉曲線をしばってどんどん小さくして微分形式に表現したものが(6.13)である。ただしこのとき、— コンデンサーを含む回路を考えると、金属板の間の電場の時間的な変化が回路を一巡する電流と一致するのであるから— 電場 E の時間的な変化 $\partial(\varepsilon E)/\partial t$ を電流に加えるという拡張をする。

4番目の法則は、電磁誘導の法則(6.10)を書き換えたものである。電場と電位の関係式(6.7)では、電位のある道筋に沿う空間的な変化率がその方向の電場に等しかった。そこで、誘導起電力によって生じた電位差を電場で表現して、磁場の時間的な変化を電場の空間的な変化に結びつけたものがマクスウェル方程式の第4式(6.14)である。

これだけの説明ではあなたには不満だと思うけれども、とにかくマクスウェルの4つの方程式を額縁に入れて飾ってみよう。以下の式で、電場を E 、磁場を H 、誘電率を ε 、透磁率を μ と書くのはここまでの表記と変わらない。マクスウェル方程式では閉曲面・閉曲線を絞り込んで小さくしたので、電荷は単位体積あたりの電気量を意味する電荷密度 ρ 、電流は単位断面積を通過する電流密度 i で表現することになる。電場 E と磁場 H と電流密度 i は方向をもつベクトル量であるから、それぞれ (x, y, z) の3方向に沿う大きさ (E_x, E_y, E_z) , (H_x, H_y, H_z) , (i_x, i_y, i_z) で表示しなければならない。(6.13)式と(6.14)式は、3方向について3つの式から成るが、簡単のため x 方向の式だけを代表して示そう。出てくる記号 $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$, $\partial/\partial t$ は、 (x, y, z) の3方

向に沿う微分と時間 t での微分を表わしている。

マクスウェルの方程式

$$\frac{\partial}{\partial x}\varepsilon E_x + \frac{\partial}{\partial y}\varepsilon E_y + \frac{\partial}{\partial z}\varepsilon E_z = \rho, \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\mu H_x + \frac{\partial}{\partial y}\mu H_y + \frac{\partial}{\partial z}\mu H_z = 0, \quad (6.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}H_z - \frac{\partial}{\partial z}H_y = i_x + \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon E_x, \quad y, z \text{ 方向も}, \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}E_z - \frac{\partial}{\partial z}E_y = -\frac{\partial}{\partial t}\mu H_x. \quad y, z \text{ 方向も}. \quad (6.14)$$

(6.11) 式は、電場は電荷によって生じ、その源から (x, y, z) の 3 方向に湧き出すような電気力線を描くということの意味する。

(6.12) 式は、単独の N 極や S 極がないから磁場には湧き出しの源がなく、磁力線は閉じた輪を描くようになることを意味する。

(6.13) 式は、電流が流れていればそれを取り巻くように磁場が生じること、また電流がなくても、電場が時間的に変化していれば電場に垂直に磁力線が走っていることを意味する。(6.14) 式は、磁場が時間的に変化すれば磁場に垂直に電気力線が走っていることを意味している。

マクスウェルの方程式は電場と磁場を中心に据えた法則である。第 1 節でふれたように、電磁場を中心に電磁気のエネルギーを考えると、電磁的なエネルギーは空間のそれぞれの場所で電場と磁場によって担われている。そして、そのエネルギーは空間をどんな物質が満たしているかに関係している。電場 E 、磁場 H 、誘電率 ε と透磁率 μ を用いて、単位体積あたりのエネルギーは次のように与えられる。

$$\text{電磁場のエネルギー} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2. \quad (6.15)$$

電磁場が時間的に変動するとき、それが空間を伝播するのが電磁波である。それは次章で見よう。ここでは、電磁波がエネルギーと運動量を運ぶことだけを述べておこう。

少々ややこしい方程式が、これまで見てきた現象の説明を要約したものになっていることを、理解していただけたらどうか。この額縁に入れた抽象画があなたに何がしかの感触を与えたことを願う。物理学者が美しいというマクスウェルの方程式は、続く2章で見るように、その後の物理学の発展を促した。マクスウェルは電磁波の存在を予言し、アインシュタインにとってもマクスウェルの方程式は導きの糸であった。

ローレンツ力

最初に電場や磁場を導入したときには力から始めたが、マクスウェルの方程式には力が顔を出さない。電磁気学の法則としてのマクスウェルの方程式は、電場と磁場はこういうものだという定義の色彩をもっている。それで、電磁気現象に現われる力をここで整理し直しておこう。

最初に、電場に対する式 (6.3) を少し書き換えておく。電場 E の場所に置かれた電気量 e の荷電粒子 (例えば陽子) の受ける力は、 E と e に比例する。

$$\text{電荷が電場から受ける力} \quad F = eE. \quad (6.16)$$

電子の場合には、負電荷 $-e$ をもつので、電場の向きと反対方向に eE の力が働く。単独の N 極あるいは S 極はないから、磁場に関して対応する式は要らない。

前節の初めに、2本の導線に流れる電流の間には力が働くことを話した。2つの電流の方向が同じならば引力で、逆方向なら斥力が働く。この本では単位のことを必要なときにしかふれていな

いけれども、実は電磁気の基本単位として A(アンペア) が採用されていて、1A という単位はアンペールの発見したこの力を測定して決められている。国際単位系では、電気量の C(クーロン) や電圧の V(ボルト) という単位は、基本単位 A を介して決められる。

この電流間の力は電流が流れている場所の磁場によるものだという事は既にふれた。強さ H の磁場が大きさ I の電流に及ぼす力 F は、その場所の透磁率を μ とすると、 $F = I \times \mu H$ である。力はベクトル量で方向が問題となるから、この式の \times 記号はその情報も含んでいる。第 2 章??, ??ページで出た力のモーメントや角運動量の定義の場合と同じである。ここでも磁場 H の向きが電流 I の向きと平行であれば $F = 0$ つまり力は働かない。 I と H が垂直なとき力 F はもっとも大きくなる。電流 I と磁場 H と力 F の方向を、 (x, y, z) の 3 方向に対応させて考えればよい。J.A. フレミングはそれを、左手の中指・人差し指・親指を直交するようにしたときの方向で指示した。

電流が磁場から受ける力をミクロに言えば、導線中を動いている電気の運び手である電子が磁場から力を受け、その力の総和が導線に働くのである。電流の大きさが導線の断面を通過する電子の数とその平均速度によっていることはすでにふれた。ここではむしろ、運動している 1 個の電荷が磁場から受ける力に注目しよう。電気量 e の荷電粒子が速度 v で飛んでいるとすると、 ev が電流の大きさに相当し、磁場の及ぼす力 F が $ev \times \mu H$ であることを H.A. ローレンツが導いた。

$$\text{運動する電荷が磁場から受ける力 } F = ev \times \mu H. \quad (6.17)$$

- 電荷をもつ電子であれば、働く力は逆向きになる。

最後に、(6.16) 式と (6.17) 式とをまとめて 1 つにしておこう。

$$\text{電荷が受ける力 } \boldsymbol{F} = e\boldsymbol{E} + e\boldsymbol{v} \times \mu\boldsymbol{H}. \quad (6.18)$$

これが、荷電粒子が電場と磁場から受ける力で、ローレンツ力と呼ばれるものである。以上で電磁気学の法則のまとめは完了したことになる。

われわれはこのローレンツ力の恩恵を受けて暮らしている。電流計などのメーター類は、電流が磁場から受ける力を計って電流の大きさを示す。電圧計は、電流計に電気抵抗を組み込んだものである。測った電流の大きさとその抵抗値を掛けた電圧の値を示すようにしてある。電気によって動力を得るということでは、洗濯機や冷蔵庫などの電気器具の電動モーターはすべてこの力によって動く。電動モーターの構造は発電機と同じだ。発電機の場合、誘導電流がコイルの回転を妨げる向きに流れたのだが、誘導電流と逆向きに外から電流を導けばコイルは回転し続ける。陽子や電子などの素粒子を加速する加速器もこのローレンツ力を利用する。かつてあなたが見ていたテレビの中でも、この力で電子が少しずつ角度を変えて飛んで行くようにし、ブラウン管に当たって映像情報を映していた。我が家ではブラウン管テレビがまだ現役なので例に出した。閑話休題。