

デカルト、ライプニッツ、ダランベール

と私（運動量と運動エネルギーの違いをどう実感するか）

宮崎工業高等学校 機械科 馬場 弘教

1. はじめに

タイトルについてであります。デカルト、ライプニッツ、ダランベールの3人は天才中の天才。ところが、その3人に並記した私は、工業高校の授業のための教材研究にも苦労しています。私は授業でも刺激的なタイトルで導入を図ることがあります。生徒と同じに考えたわけではありませんが、ここまでお読みいただけましたら最後までおつきあい下さいませ。理科や工業科の先生以外にも興味を持てるはずです。お読みいただけましたらきっと感想や意見を私に述べたくなるはずです。私もそれをお待ちしています。

2. 私の疑問

さて、本題に入ります。運動量と運動エネルギーはともに、運動している物体の勢いとか激しさあるいは止めにくさ等の概念を表わす物理量として導入されました。運動量はデカルトにより、運動エネルギーはライプニッツにより導入されました。私が高校生の際はこの両者の違いについてはなにも疑問を持たずに、そのままどちらも分りやすい常識的のものとしてスンナリと受入れていました。ところが教職についてこの両者を似たものだとする自分の説明に、何かスッキリしないもやもやした気分がひっかかるものをずっと感じていました。

運動量 $= m v$ 運動エネルギー $= m v^2 / 2$ でどちらも質量 m については1次、ところが速度 v については1次と2次の違いがある。両者とも同じような概念の物理量と思っていたのは実は間違いではないか。かなりの本質的違いがあるのではないかと感ずるようになり、3年前機械設計の授業でいつものようにこの部分について指導した後、この疑問を追求してみなければと強く感じ、以下の考察を試みてみました。

考えを進める前に運動量と運動エネルギーの違いについて整理してみますと、質量 m の物体が速度 v_1 で運動していてこれに外部から力 F を加えて速度を変化させ速度が v_2 になったとする。このとき速度の変化をもたせた力の効果を運動量および運動エネルギーの差として表わすと

$$F s = m (v_2^2 - v_1^2) / 2 \quad \dots\dots\dots ①$$

$$F t = m (v_2 - v_1) \quad \dots\dots\dots ② \text{となります。}$$

運動量と運動エネルギーの違いを考えるには、上の①②式について考えていくのが最も都合がよさそうです。

①式は、「力の距離的效果は運動エネルギーの差として表わされる」ことを示しており、
②式は、「力の時間的效果は運動量の差として表わされる」ことを示していますが、
この違いはなかなか実感しにくいと思います。

3. 運動量と運動エネルギーの違いを実感としてつかむには

①②式が上記の意味を表わしていることは式を十分に考えれば理解されるのでありますが、私にはこの意味を実感として理解するのに少しばかりの時間が必要でした。つまり実験的な以下の計算が必要でした。これによりはじめて実感として両者の違いを理解することができたのであります。

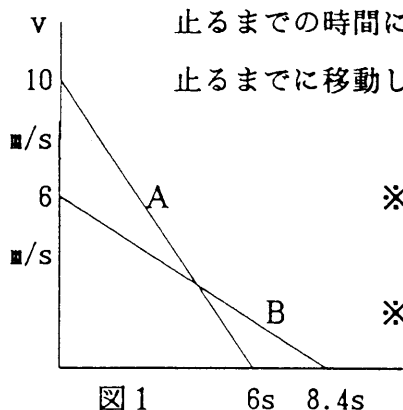
【問題】 物体Aは質量60kgで速度10m/s、物体Bは質量140kgで速度6m/sで運動しているとき、止めにくさについて比較しなさい。

止めにくさの比較結果

比較項目	物 体 A	物 体 B
①質量 [Kg]	60	140
②速度 [m/s]	10	6
③運動方向と逆に加えた力 [N]	100	100
④運動量 [Kg・m/s] ①×②	600	840
⑤運動エネルギー [Kg・m ² /s ² =J] ①×② ² /2	3000	2520
⑥加えた力による加速度 [m/s ²] ③/①	1.667	0.714
⑦止るまでの所要時間 [s] ④/③	6	8.4
⑧止るまでに移動した距離 [m] ⑤/③	30	25.2
⑨加えた力が止るまでにした仕事 [J] ③×⑧=⑤	3000	2520

比較した結果は上の表の通りですが、要約しますと

運動量については	物体A < 物体B
運動エネルギーについては	物体A > 物体B
止るまでの時間については	物体A < 物体B
止るまでに移動した距離で比較すれば	物体A > 物体B



※表及び左のグラフにより物体A, Bの止めにくさの違いが
実感として感じられると思います。

※距離は面積によって求められます。

t ※時間上では物体Bが距離上では物体Aが止めにくい

図1 6s 8.4s

4, 図1以外で本題について考えるのに有益なグラフ(座標軸や変数のとりかたで多くのグラフが存在しますが、違いを実感することができるものとして以下のものを選びました)

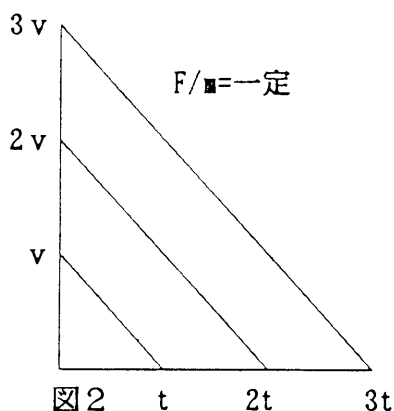


図2 t 2t 3t

止るまでの時間は初速に比例
止るまでの距離は初速²に比例

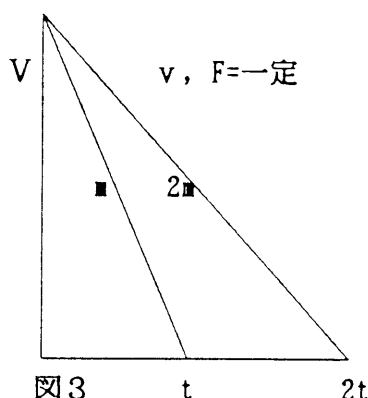


図3 t 2t

止るまでの時間は質量に比例
止るまでの距離は質量に比例

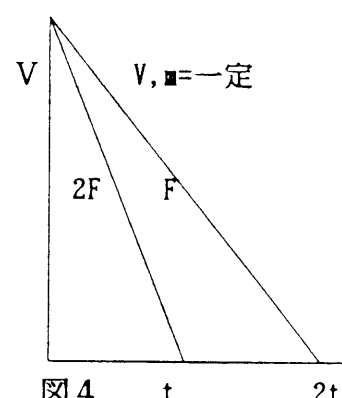


図4 t 2t

時間は力に反比例
距離は力に反比例

5, 以上の考察で得られた結論

(1) 運動量と運動エネルギーの違いを簡単に述べますと

運動量の大きな物体は止めるまでに長い時間を要する。
運動エネルギーの大きな物体は止めるまでに多くの距離を要する

2 物体の速度と質量の値により結果表および図 1 のように時間上と距離上とで、止めに
くさが逆転することがあります。前述の問題はじつはこれを実証するためのものでした。

(2) なぜ運動量と運動エネルギーの違いを考えるだけでこんなにも悩んだのでしょうか

$$F s = m (v_2^2 - v_1^2) / 2 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$F t = m (v_2 - v_1) \dots\dots\dots \textcircled{2}$ が成立することはどの物理の教科書にも記述されているものと思います。しかしこの両式を公式として活用するところまでの指導が弱かったのではないかと私自身の受けた教育や行なってきた授業の経験からしてこう思うのであります。

たしかに「運動量の変化は力積に等しい」は公式として活用されていますが、運動エネルギー変化の方は常識化してしまって公式としての認識がなかったのではないかと思います。公式として活用してみると表 1 の比較表も簡単に計算されます。公式を常識化するのも大事ですが、常識は反対に公式化する必要がありそうです。

「力の距離的效果（仕事）は運動エネルギーの差に等しく、力の時間的效果（力積）は運動量の変化に等しい」というように両者をセットとしてとらえることにより、
 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 式の持つ意味が明確となり応用発展にもつながりやすいことを実感しました。

6. 表題（ライブニッツ・・・・・と私）について

私は生じた疑問は他人に質問し教えてもらったり、ともに考えることで解決を見出すことが多い。今回の運動量と運動エネルギーの違いについての疑問は内容的には古典的であり程度も高くなく、機械科の先生に質問するならともかくも他科の（物理の担当）先生に尋ねるのには、笑われそうでした。

そこで自分でこの問題について考えざるをえませんでした。考察の結果、教材の疑問点について不十分ながらも一応自分なりに納得のいく結論が得られました。この段階で恐る恐る前任校および現任校の物理の先生に現在まで 6 人に質問致しました。どなたも質問を真剣に受け止めてくださいました。

このなかで、

(1) 以外とおもしろいテーマであること、とくにその違いを具体的に実感することは難

しいこと。

(2)両者を別々に指導しているが対比（あるいはセットとして）させた指導が十分でないこと。この違いの指導は教育上重要であること。

(3) $F s = m (v_2^2 - v_1^2) / 2$ の公式的活用の有効性の指導が十分でなかったことなどがわかってまいりました。

ここで6人の先生との問答の中でぜひ紹介しなければならないものが2つあります。ひとつは、そのうちの一人の先生からおもしろい資料をいただいたことです。その資料には、運動量と運動エネルギーの違いについての問題はデカルト、ライブニッツの時代の学問的な論争テーマであったこと、そしてそれをダランベールが裁定したことを紹介しています。この資料は当時大分県立佐伯鶴城高校、現日出高校の有井先生の書かれたもので「科学史を活かした物理教育を考える」というタイトルのものでした。その中から関連する部分を抜粋し末尾に紹介します。当時の論争やダランベールの裁定の具体的な内容については不明ですが、有井先生が現在調査して下さいっており、これが判明しましたら連絡をいただけることになっています。

初歩的で質問することも恥かしいと思われた疑問をとおして、天才の活躍した時代の科学者の思考に触れることが出来たような思いがし、ひとり勝手に感動を覚えたという次第です。「ダランベールの思考されたものと私のものはどう違うのだろうか」と天才と肩を並べたような気分を感じることが出来たというわけです。

もう一つは私の質問にすぐさま「やっと得た私の結論」とほぼ同じことを答えられた先生がいらっしゃいました。つまり「力の時間的効果及び距離的効果の違い」と端的に答えられたのです。私にはその内容を確認する必要を感じないほど明快な表現でしたので、これには少々（いやかなり）驚きました。私はしばらく間を置き

①既に考えたことがあり、この結論を持っておられたのですか？

②それとも短時間で考えて結論を出されたのですか？

③それとも知識として持っておられたのですか？と再質問を致しました。

この先生との問答は他にも数点あり、天才と同じ考えにたどりついたという私のささ

やかな満足感がイッキにフッ飛びそうでしたのでスリリングでした。

その方は「①②③どの形なのかははっきりしないが知識として知っていることは間違いない。論争および裁定については本か何かで読んだような気がする。授業のなかで両者の違いを先程言ったように説明している」と話されました。

7. どちらが大事だろうかについての私の意見

私は運動量と運動エネルギーのどちらが重要で役に立つかと言えば後者の運動エネルギーの方でないかと思う。どちらもそれぞれ有用で、大事さを比較するのはナンセンスそのものでありますが、私流（狭い料簡で）にちょっとだけ言わせていただければ、

理科1の教科書は（生活に関連した科目のように見受けます）運動エネルギーのみを記述しています。自動車をブレーキをかけて止めるときに感ずる止めにくさ等、我々が生活の中で考える「運動」は、エネルギーや仕事の概念を含むものが多いのではと思うからであります。

一方、物理の教科書は運動量の記述に多くを費やしています。ニュートンの運動の法則に関わる「運動」は運動量が密接に関連する（ $F t = m (v_2 - v_1)$ の式は $F = m a$ の変形した形）ので、「物理」の教科書では運動量が重要視されるものと思います。

いずれにせよ、両者とも「運動量保存の法則」や「エネルギー保存の法則」等の自然科学の大事な考え方につながっていくので教育上極めて重要な位置をしめています

なお運動量保存の法則や運動エネルギー保存の法則の違い等についても興味深いものがありますが、本論文ではこれについては対象としていません。

----- の各先生方にお尋ね致しました。問答では有意義で楽しい時間を持つことができ、私の思考もより深まりました。有難うございました。