

n が奇数のとき、 $n = 2m + 1$ とおくと、

$$a_n = a_{2m+1} = {}_{2m+1}C_0 + {}_{2m}C_1 + \cdots + {}_{m+1}C_m$$

$$a_{n-1} = a_{2m} = {}_{2m}C_0 + {}_{2m-1}C_1 + \cdots + {}_mC_m$$

$$a_{n+1} = {}_{2m+2}C_0 + {}_{2m+1}C_1 + \cdots + {}_{m+1}C_{m+1}$$

$$\text{ゆえに、 } a_n + a_{n-1} = ({}_{2m+1}C_0 + {}_{2m}C_1 + \cdots + {}_{m+1}C_m) + ({}_{2m}C_0 + {}_{2m-1}C_1 + \cdots + {}_{m+1}C_{m-1} + {}_mC_m)$$

$$= {}_{2m+1}C_0 + ({}_{2m}C_1 + {}_{2m}C_0) + \cdots + ({}_{m+1}C_m + {}_{m+1}C_{m-1}) + {}_mC_m$$

$$= {}_{2m+1}C_0 + ({}_{2m+1}C_1 + \cdots + {}_{m+2}C_m) + {}_mC_m$$

$$= {}_{2m+2}C_0 + {}_{2m+1}C_1 + \cdots + {}_{m+2}C_m + {}_{m+1}C_{m+1} = a_{n+1}$$

以上より①が示された。よって性質が証明された。

(参考文献) 大学入試問題で語る数論の世界

2007年中央大学(法学部)