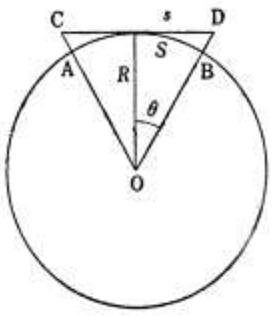
昭和３１年測量士問題解答

三角測量

【問題１】地球を球体とみなし，この球面上の１点において
球面に接する平面上の距離と，これに対応する球面上の距離との差は，球面距
離 20 km に対しいくらとなるか．ただし，地球の半径は 6 370 km とし，かつ球面距離は
接点から両側におのおの 10km ずつとるものとする。
（昭和３１年士）



第 1.1 図

解

S=Rθ

$$s = R\tan\theta = R\left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \cdots\right)$$

$$\Delta s = s - S = R\left(\theta + \frac{\theta^3}{3} + \cdots\right) - R\theta \fallingdotseq \frac{R\theta^3}{3}$$

また、θ＝S/R をこれに代入して

$$\Delta s = \frac{R\theta^3}{3} = \frac{R}{3}\left(\frac{S}{R}\right)^3 = \frac{S^3}{3R^2} = \frac{(10km)^3}{3\times(6370km)^2} = 0.00000821km = 0.00821m = 8.2mm$$

答え　左右 10ｋｍでは 2Δs＝16.4ｍｍ

(加藤)

基準点測量

【問題 2】トランシットに関する器械的誤差五つを列挙し，これらが水平角観測におよぼす影響を消去する方法について簡単に述べよ．　（昭 31 士）

〔解説〕トラッシットのおもなる器械的誤差は次のようなものである．

（１）鉛直軸誤差，（２）水平軸誤差，(3、）視準軸誤差，（４）偏心誤差（鉛直軸と目盛盤の中心が不一致の場合)，（５）水平目盛盤の目盛誤差，（６）外心誤差，（７）視準線が光軸と一致しないために生ずる誤差･

（１）鉛直軸誤差はどんな観測法を用いても消去できないので器械の調整を十分行

い，絶えず水平盤水準器の気泡の移動に注意し，常に誤差の影響を小さくするように留意する．

（２）水平軸誤差は望遠鏡正位および反位の読定値の平均をとればよい．

（３）視準軸誤差は（２）と同様に正位，反位の読定値の平均をとればよい．

（４）偏心誤差は２個の相対するバーニヤの読定値の平均をとれば消去することができる．もし遊標１個のときは望遠鏡正，反で観測した値の平均をとればよい．

（５）目盛盤の誤差は全目盛盤の目盛を使用するようにする．そのため観測対回数を増せばある程度小さくすることができる．

（６）外心誤差（視準線が回転軸の中心と一致しない誤差）は，望遠鏡正位および反位で観測し，その平均値を用いればよい．

（７）視準線が光軸と一致しないときの誤差は，一対回の観測途中において視度の調整を行わなければ影響はない．ゆえに目標の視準点までの距離は努めて等しい距離のものを組合せるようにする．もし視度を変えた場合は望遠鏡正位および反位で観測しその平均を用いればよい．

以上のうちから五つ選べばよい．

【問題 3】標石Ｐ（座標値既知）をさがしに行って見たところ，地中に埋っていて発見できなかった．この点を見出すために，Ｐに近いと思われるＰ’にトランシットをすえて，その座標を求めた．Ｐ´を基準として，どの方向へどれだけ離れたところをさがせばよいか．この場合，Ｐ'から既知点Ａが見えるものとし，かつ，次の数値が既知であるものとする．

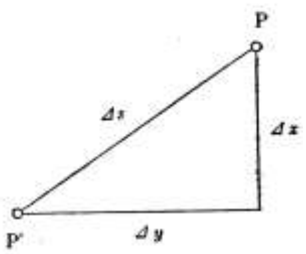
P　x ＝+2,353.53ｍ

　y＝+1,862.84ｍ

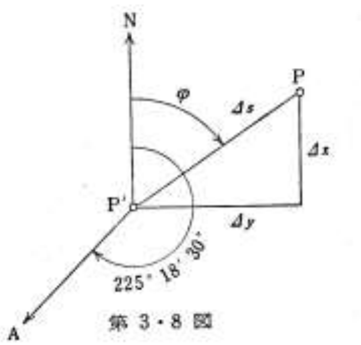
P’　x＝+2,351.41ｍ

　y=+1,859.60m

Ｐ’からＡへの方向角　225°18’30″　（昭 31.土）



第 3・7 図



第 3・8 図

〔解説〕問題はＦにおいて前に述べた三点法を行い，Ｐ”の座標値ｘとｙを得たのであるから，P’の座標を，求めるＰ点の座標と比較すれば両点の座標差がわかる．問題は P’からどの方向に何メートルの位置にＰがあるかと

いうことである．

両点の座標差を求めると

$\Delta x = 2353.53 - 2351.41 = +2.12\text{m}$

$\Delta y = 1862.84 - 1859.60 = +3.24\text{m}$

$\Delta S = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$であるから，これを計算すると$\Delta S = 3.87\text{m}$

次に P’から P への方向角ϕを求める（第３・８図）．

$$\cos\varphi = \frac{\Delta x}{\Delta S} = \frac{2.12m}{3.87m} = 0.5478$$

$\phi = 56°47'$

第３・８図より∠ＡＰＰ（右回り）を求めると，360°－225°18’30″＋ϕ＝191° 28’40″を得た．そこでＰ’にトランシットをすえ，Ａを原方向（零方向）として右回りに 191°28’40″の方向に望遠鏡を向け，その方向線上でＰ’より 3.87m のところを掘れば，標石が発見できるはずである．

【問題 4】トラッシットに関する器械的誤差五つを列挙し，これらが水平角観測におよぼす影響を消去する方法について簡単に述べよ．　（昭 31 士）

〔解説〕トラッシットのおもなる器械的誤差は次のようなものである．

（１）鉛直軸誤差，（２）水平軸誤差，（3、）視準軸誤差，（４）偏心誤差（鉛直軸と目盛盤の中心が不一致の場合)，（５）水平目盛盤の目盛誤差，（６）外心誤差，（７）視準線が光軸と一致しないために生ずる誤差･

（１）鉛直軸誤差はどんな観測法を用いても消去できないので器械の調整を十分行い，絶えず水平盤水準器の気泡の移動に注意し，常に誤差の影響を小さくするように留意する．

（２）水平軸誤差は望遠鏡正位および反位の読定値の平均をとればよい．

（３）視準軸誤差は（２）と同様に正位，反位の読定値の平均をとればよい．

（４）偏心誤差は２個の相対するバーニヤの読定値の平均をとれば消去することができる．もし遊標１個のときは望遠鏡正，反で観測した値の平均をとればよい．

（５）目盛盤の誤差は全目盛盤の目盛を使用するようにする．そのため観測対回数を増せばある程度小さくすることができる．

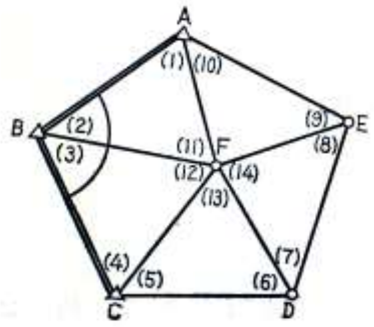
（６）外心誤差（視準線が回転軸の中心と一致しない誤差）は，望遠鏡正位および反位で観測し，その平均値を用いればよい．

（７）視準線が光軸と一致しないときの誤差は，一対回の観測途中において視度の調整を行わなければ影響はない．ゆえに目標の視準点までの距離は努めて等しい距離のものを組合せるようにする．もし視度を変えた場合は望遠鏡正位および反位で観測しその平均を用いればよい．

以上のうちから五つ選べばよい．

（池田）

【問題 5】次の図は既知三角点 A、B，Cに基づいて，３つの点D，E，Fを求めるための三角網である。この網を整正(平均)･するための条件式を作れ。ただし，∠ＡＢＣ＝αは既知角，(3)を除く(1)……(14)に観測角，(3)は間接にα-(2)として求めた角である。(昭 31.土)



(解説)

三角形の内角を測定した観測角は，14 個であって，基線は 2 個であるから，目のこでも判るが念のため，(6-32)式の公式に当てはめて計算すると次のようになる。

条件式の総個数＝A+(B-1)－2(P-2)＝14＋1－ 8 ＝ 7

内訳

角条件式の個数＝S-(P-1)＝10- 5＝5

辺条件式の個数＝S+S'+(B-2)-2(P-2)＝10- 8 ＝2

(1)……(14)を観測角とし，その補正角をδ1……δ14 とすれば

角の条件誤差方程式

1. δ1+δ2+δ11+(1)+(2)+(11)-180° ＝0
2. δ3+δ4+δ12+(3)+(4)+(12)-180° ＝0
3. δ5+δ6+δ13+(5)+(6)+(13)-180° =0
4. δ7+δ8+δ14+(7)+(8)+(14)-180° ＝0
5. δ9+δ10-δ11-δ12-δ13-δ14＋180° +(9)+(10)-(11)-(12)-(13)-(14)＝0

ただし(3)＝α-(2)　δ3＝-δ2

△ＡＥＦにおける三角形の角条件は

(9)+δ9+(10)+δ10+{360° -(11)-δ11-(12)-δ12-(13)-δ13-(14)-δ14}－180°
＝0

としたのである。この式の代わりに 5 角形の内角の和を 540° とした式で表わしてもよい。

なお，B 点において(3)を，また F 点において(15)を実測した場合は，それぞれ次の角の条件式がふえるのである。

(2)+δ2+(3)+δ3＝α

(11)+δ11+(12)+δ12+(13)+δ13+(14)+δ14+(15)+δ15＝360°

辺の条件式

6. $\frac{\sin\{1\}\sin[3]\sin[5]\sin[7]\sin[9]}{\sin[3]\sin[4]\sin[6]\sin[8]\sin[10]}=1$

7. $\frac{ABsin[1]\sin[12]}{BCsin[4]\sin[11]}=1$

ただし、最確値[i]=(i)+δi を表す。
（斉藤）

【問題 6】スタジア定数を決定するために，平らな場所で，トランシットから正しく 50.00m および 100.00m 離れた地点に標尺(箱尺)を鉛直に立てて，トランシットのスタジア線ではさんだ長さを読み取った．数回の読みの平均がそれぞれ 0.507m および 1.018m であったとすれば，このトランシットのスタジア定数はいくらか．また，このトランシットで同じように 120.00m 離れた点について測定したところ夾長 1.226 m を得た．この値も入れてスタジア定数を決めるにはどうしたらよいか．またスタジア定数はどれだけ違ってくるか。　(昭 31.土)

解

D=Kℓ+C

50＝0.507K+C

-)100＝1.018K+C

-50＝-0.511K

K=50/0.511＝97.847

50＝0.507(97.847)+C

C＝0.391

2 つの観測値から計算した式

D=97.847ℓ+0.391

3 つの観測値で計算した K,C

観測方程式 V=AX-B

D=Kℓ+C

50＝0.507K+C

100＝1.018K+C

120＝1.226K+C

$$\begin{bmatrix}50\\100\\120\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.507&1\\1.018&1\\1.226&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}K\\C\end{bmatrix}$$

B=AX

正規方程式

$$A^T AX = A^T B$$

NX=f

$$\begin{bmatrix} 0.507 & 1.018 & 1.226 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.507 & 1 \\ 1.018 & 1 \\ 1.226 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.507 & 1.018 & 1.226 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 100 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2.796 & 2.751 \\ 2.751 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 274.27 \\ 270 \end{bmatrix}$$

X=N⁻¹f

$$\begin{bmatrix} K \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.659 & -3.354 \\ -3.354 & 3.410 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 274.27 \\ 270 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 97.974 \\ 0.798 \end{bmatrix}$$

答え　最初の値と比べると K は 97.847-97.974＝-0.127 だけ大きく、
C は 0.391-0.794＝-0.401 だけ大きい。

地形測量

【問題 1】望遠鏡付アリダードの構造に関する下記の 1 から 7 までの条件が，それぞれ

（a）“高程測量に関係するもの”であるかどうか.

（b）“作業現場で調整できないもの”,であるかどうか.

また，それらの条件が満足されていないとき

（c）“望遠鏡正と望遠鏡反との観測値を平均することによってその誤差が消去できるもの”であるかどうかを検討し，下記の種別に該当するもりがあったならば，その相当欄に○印をつけよ.

1．定規の底面は平面であること.

2．視準線は水平軸に直交すること.

3． 定規縁は真直であること.

4．鉛直目盛盤および，バーニヤの目盛は正しいこと.

5．視準線が水平のとき，鉛直目盛盤の 0°　はバーニヤの指標に一致すること.

6．鉛直軸は定規の底面に正しく直交すること.

7．水平軸と鉛直軸とは直交すること.

（昭 31，士）

解答

種別 条件番号	(a)	(b)	(c)
1		○	
2	○		○
3		○	
4	○	○	
5	○		○
6	○	○	
7	○		○

〔解説〕

1．（ａ）定規の底面は平面でなくても安定すれば高度角の測定には差支えないから，高低測量には関係しない．

（ｂ）現場で調整できない。

（ｃ）正と反の平均値をとっても誤差は消去できない．

2．（ａ）視準軸誤差があれば，視準軸は水平軸周に回転して円錐面を描くので，正しい高度角が得られない．ゆえに高程測量に関係する．

（ｂ）現場で調整できる．

（ｃ）消去できる．

3．（ａ）には関係がない．（ｂ）調整できない．（ｃ）関係がない．

4．（ａ）関係する．（ｂ）調整できない．（ｃ）消去できない．

5．（ａ）関係する．（ｂ）調整できる．（ｃ）正反の平均をとれば消去できる．もし正，反のどちらか一方だけで観測するときは，視準線が水平のときの目盛盤の 0° とバーニヤの指標との差を見出しておいて，観測した高度角に加減する．

6．（ａ）鉛直軸誤差は高程測量に関係する．（ｂ）調整できない．

（ｃ）消去できない．

7．（ａ）水平軸誤差があれば，視準軸は水平軸周に回転して斜平面を描くから正しい高度角は得られない．ゆえに高程測量に関係する．

（ｂ）調整できる．（ｃ）消去できる．

【問題 2】プロット（展開）された三つの既知点に基づきアリダードを用いて行５図解前方交会法および図解後方交会法において，示誤三角形の生ずる原因，およびこれが生じた場合の処理の方法を記せ．　　　　（昭 31.土）

〔解説〕示誤三角形の生ずる原因の大なるものは，後方交会法では平板標定の誤りであり，前方交会法においては操作の誤りによる．その処理法は，後方交会法はレーマンの法則によって真位置を推定して平板の標定をやり直し，交会法を繰返す．前方交会法では誤差の原因を探求して操作をやり直すより他に方法がない．ただし，どちらも示誤三角形の内接円の直径が０．４ｍｍ以下の場合は三角形の中心（内接円の中心）をもって求点とする．

なお前方，後方交会法とも次のものは示誤三角形を生ずる原因となるから列記する．

（１）与点のプロットの誤り．（２）目標の誤認.

（３）交会角の過小.　　　　　（４）原図紙の伸縮.

（５）平板標定の誤り　　　　　（６）測点または目標に偏心がある場合.

（７）求点から各与点に至る距離に著しく不同がある場合。

（８）与点と求点に著しい高さの差のある場合.

以上のほか全般的に技術の未熟，与点そのものの計算の誤りなどから示誤三角形を生ずることもある.

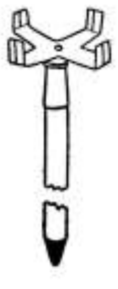
【問題 3】地形測量の二つの方法

（１）トランシットで図根測量を行い，細かい部分の測量は平板測量の方法によるもの.

（２）トランシットで図根測量を行い，同じくトランシットを用いて細かい部分の測量を行うもの（現地では野帳に記載し，後に室内で製図する).

を比較した下記の記述のうち，正しいものには０，不完全なものには△，誤っているものには×をつけよ.

（ａ）トランシットは精密な測量器械であり，平板とアリダードはきわめて簡単な測量器械である．それゆえ，いかなる場合にでも（１）よりも（２）がすぐれている.



第 7・7 図

（ｂ）雨，雪，風などの場合には，平板測量はトランシット測量より 4,天侯

障害をうけやすい．それゆえ，（１）よりも（２）がすぐれている．
（ｃ）トランシットによる作業の方が平板による作業よりも，現場での作業時間が短かくてすむ．それゆえ（１）よりも（２）がすぐれている．
（ｄ）トランシットを用いて精密測定しても最後には製図して地形図を作るのである．それゆえ（１）と（２）とは精度についての優劣はない．
（ｅ）トランシットによる作業は直接測定した点については高い精度であって乱現地できわめて多くの点を測定することは困難であり，脱落を生じやすいのに対して，平板による作業は細かい部分を見ながら測定描示することができる．それゆえ，（１）が（２）よりすぐれている．　　　　(昭 31.士)

〔解答〕

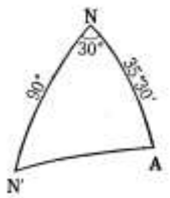
×（ａ）　△（ｂ）　△（ｃ）　○（ｄ）　○（ｅ）

【解説】本問題の（１）は平板測量の定法であり，（２）はオフセット法といわれる方法で，トランシットによる支距法である．両法の優劣については長く論議され，測量技術者もそれぞれ得意があって（２）も広く用いられたが，路線など特殊な場合を除いて（１）の方法に及ばないことは既に実験済みで，いま懲は常識である．

いかに現場で角を高精度で測っても，これを内業によって製図する場合に精度が落ち，かつ野帳に記帳誤りがあっても発見できない．この点直接現地を目で見ながら描入する平板法に及ばない．特に複雑な地形，地物の多い場所ではなおのことである．

地図編集

【問題１】図において，Ｎを北極とする球面上の点Ａの経緯度は，東経 135°30’，北緯 35°30’とする．
いま東経 105°30’の赤道上の点 N を新極とすれば，NN‘を基準とするＡ点のN’に対する新座標はいくらであるか．　　　　(昭 31.士)



第 1・53 図

〔解説〕これは簡単な球面座標変換の問題で，球面三角形ＮＮ’Ａにおいて，∠ＮＮ’Ａと弧Ｎ’Ａを求めるとよい.弧ＮＡ＝35°30‘，∠Ｎ’ＮＡ＝135・30'－105°30‘＝30°，孤ＮＮ’=90°であるから，球面三角の余弦則によって

cos N‘A ＝cos N N’cos N A +sin N N‘sin N A cosN

＝cos90°　cos35°　30‘+sin90°　sin35°　30’cos30°

＝sin35°　30‘cos30°

N’A=59°　11‘

N’は球面三角の正弦則によって

$$\sin N' = \frac{sin\widehat{NA}\sin N}{\sin\widehat{N'A}} = \frac{\sin 35°30' \sin 30°}{\sin 59°11'} = \frac{0.290351}{0.858811} = 0.338085$$

N’=19°　46‘

真塩・森本

応用測量

【問題 1】面積が約 400 m^2の地域にトラバース（多角）測量を行い,その面積を 0.1m^2まで正確に測定しようとする．各測線の距離は，どの程度に正確に測定しなければならないか．ただし，トラバースの最短の辺長は約 20 m，辺数は 5 とし，水平角観測には誤差がないものとする．　　　　（昭 31　士）

［考え方］五角形であるから，これを 3 つの三角形に分解すれば，1 つの三角形の面積 A は，次の式で示される．

A=1/2bcsin θ

これを微分して，面積と測線長との誤差関係式を導く．

【解答】三角形の 2 辺とその夾角を，b、c および θ とすれば，三角形の面積 A は，次の式で示される．

これを微分して

$$\Delta A = 1/2\, c \sin\theta\, \Delta b + 1/2\, b \sin\theta \cdot \Delta c + 1/2\, b\, c \cos\theta\, \Delta\theta$$

$\sigma_A^2 = \frac{1}{4}(c \sin\theta)^2 \sigma_b^2 + \frac{1}{4}(b \sin\theta)^2 \sigma_c^2$

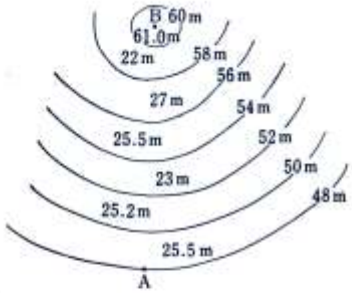
3 つの三角形より

$3\sigma_A^2 = \frac{3}{2}(b \sin\theta)^2 \sigma^2 = 1.5(20m \times 0.866)^2 \sigma^2 = 450\sigma^2$

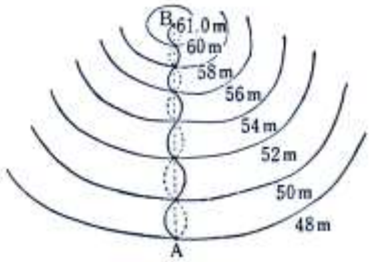
$\sigma = 0.1/\sqrt{450} = 0.0047$ m

【問題 2】第 5・1 図は縮尺 1/2000 の等高線図の一部である．図の A から B へ 1/15 の傾斜（こう配）で道路をつけようとする．計画路線を地図上に示す方法を説明し，概略の計画路線を図上に示せ．

ただし，路線はなるべく最短距離をとおり，カーブの曲率はなるべく大にとり，かつ，切取りと盛土は行わないものとする．　　　　（昭 31　士）


B 60m
61.0m
22m
58m
56m
27m
54m
25.5m
52m
23m
50m
25.2m
48m
25.5m
A

第 5・1 図


B
61.0m
60m
58m
56m
54m
52m
50m
48m
A

第 5・2 図