昭和３７年測量士問題解答

三角測量

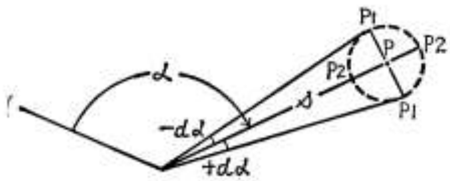
【問題 1】トラバースでは距離測定の精度と夾角の観測の精度とがつりあっていることが望ましい。いま，距離の誤差が 150m につき±５ｍｍであるとすれば，これに相応する夾角の観測の誤差はどのくらいか。秒位まで求めよ。（昭 37 年士）

解答

距離の誤差を角度の誤差に直すと

σＤ＝5ｍｍ/150ｍ＝5ｍｍ/150,000ｍｍ＝0.000033×2“×10⁵

＝6.7“



（斉藤）

【問題 2】あらかじめ鋼巻尺で測定された基線ノ召から出発して検基線 EF に閉合する図のような三角鎖の観測を行ない，観測角を調整して，次のような値を得た。

α１＝42°　53'30″

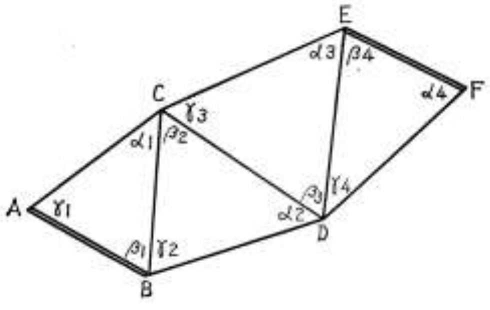
α２＝49°　18’0″

α３＝51°　42' 0”

α４＝65°　50' 0″

β１＝76°　45'30”

β２＝52°　16'30″



β３＝77°　34‘30“　　β４＝79°　58’30”

γ 1＝60°　21‘0“　γ 2＝78°　25’30”　γ 3＝50°　43‘30“　γ 4＝34°　11’30”

そこでＥＦの辺長を概算して検基線と比較してみることにした。
（１）ＥＦを求める計算式を記せ。
（２）EFの概算長はいくらか。センチメートルまで求めよ。
（３）検基線との閉合差はいくらか。ただし，基線の長さは次のとおりである。

AB＝99,700m　　　　ＥＦ＝100,040m

（昭 37.土）

（解説）

問題に与えられた三角形の内角は，三角形の閉合条件を満足するよりに調整された最確値とみなされるが，これらの角と与えられた２つの基線を使って，辺の条件式から計算しても満足しないので，距離の閉合誤差を生じることは当然である。

（１）

$$\frac{AB}{\sin\alpha_1}=\frac{BC}{\sin\gamma_1}$$

$$\mathrm{BC}=\frac{AB\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1}$$

$$\frac{BC}{\sin\alpha_2}=\frac{CD}{\sin\gamma_2}$$

$$\mathrm{CD}=\frac{BC\sin\gamma_2}{\sin\alpha_2}=\frac{AB\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1}\frac{\sin\gamma_2}{\sin\alpha_2}$$

$$\frac{CD}{\sin\alpha_3}=\frac{DE}{\sin\gamma_3}$$

$$\mathrm{DE}=\frac{CD\sin\gamma_3}{\sin\alpha_3}=\frac{AB\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1}\frac{\sin\gamma_2}{\sin\alpha_2}\frac{\sin\gamma_3}{\sin\alpha_3}$$

$$\frac{DE}{\sin\alpha_4}=\frac{EF}{\sin\gamma_4}$$

$$\mathrm{EF}=\frac{DE\sin\gamma_4}{\sin\alpha_4}=\frac{AB\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1}\frac{\sin\gamma_2}{\sin\alpha_2}\frac{\sin\gamma_3}{\sin\alpha_3}\frac{\sin\gamma_4}{\sin\alpha_4}$$

(2)EF の概算長

		AB＝	99.7
α_1＝	42°　53'30″	γ_1＝	60°　21‘0“
sin α_1＝	0.681255	sin γ_1＝	0.869672
α_2＝	49°　18’0″	γ_2＝	78°　25’30”
sin α_2＝	0.75879	sin γ_2＝	0.979983

α_3＝	51° 42' 0″	γ_3＝	50° 43‘30“
sin α_3＝	0.78543	sin γ_3＝	0.774771
α_4＝	65° 50' 0″	γ_4＝	34° 11’30”
sin α_4＝	0.912908	sin γ_4＝	0.56254
V=	0.370651	U=	37.03362
		E‘F’=	99.91495

(３)閉合誤差

$$E'F' - EF = 99.91 - 100.04 = -0.13\text{m}$$

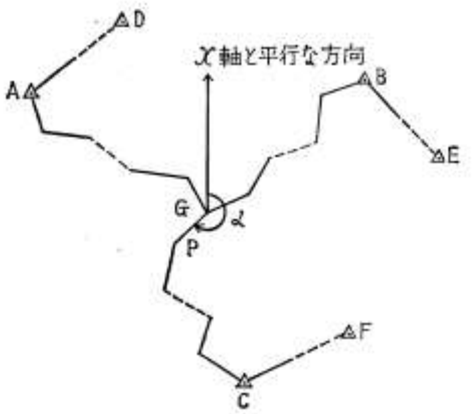
（斉藤）

水準測量

【問題 1】（昭和 37 年士）三角点Ａ、Ｂ、ＣからＧ点の座標を求めるため、図に示すよりなトラバース(多角測量)を行ない，次の結果を得た。

Ｇ点の方向角 α の最確値とＧ点の座標値(ｘ，ｙ)の最確値とを求めよ。

ただし，方向角の重量は各路線の角数に比例し，座標の重量は路線長に反比例するものとする。



Ａから求めたＧＰの方向角 α ＝246° 16’ 30″

Ｂから求めたＧＰの方向角 α ＝246° 16’ 40″

Ｃから求めたＧＰの方向角 α ＝264° 16’ 50″

上の方向角の最確値を得て，誤差配賦をした調整角を用いて求めた座標値

Ａから求めたＧ点の座標値 {x=+24,115.26m

y ＝+36,851.43m

Ｂから求めたＧ点の座標値 {x=+24,115.30m
y ＝+36,851.50m

Ｃから求めたＧ点の座標値 {x=+24,115.38m
y ＝+36,851.60ｍ

ＡからＧＰまでの夾角の数ｎ＝16
ＢからＧＰまでの夾角の数ｎ＝18
ＣからＧＰまでの夾角の数ｎ＝20
ＡからＧまでの路線長ＳＡ＝1.8ｋｍ
ＢからＧまでの路線長ＳＢ＝2.1ｋｍ
ＣからＧまでの路線長ＳＣ＝2.4ｋｍ
（解答）
重量ｐ＝1/σ^2：（σ^2：分散、σ：標準偏差）
方向角の重量＝ n_1： n_2： n_3＝16：18：20＝1：1.13：1.25

平均値α＝246° 16'+$\frac{1\times30''+1.13\times40''+1.25\times50''}{1+1.13+1.25} = 146^\circ\ 16' + \frac{137.7''}{3.38} = 146^\circ\ 16'40.7''$

座標の重量＝1/1.8：1/2.1：1/2.4＝1.33：1.14：1

ｘ＝+24,115ｍ+$\frac{1.33\times26cm+1.14\times30\text{cm}+1\times38cm}{1.33+1.14+1} = +24{,}115.0m\frac{106.78cm}{3.47}$=+24,115.308m

y＝+36,851.0ｍ+$\frac{1.33\times43cm+1.14\times50\text{cm}+1\times60cm}{1.33+1.14+1} = +36{,}851.0m\frac{174.19cm}{3.47}$=+36,851.502m

（斉藤）
（上の問題の続き）塚本
方向角の標準偏差
最確値 146° 16‘40.7“
v_A＝-10.7″、v_B=0.7“,v_C=-9.3“

$\sigma_\alpha{}^2=\frac{[pvv]}{(n-1)[p]} = \frac{1\times(-10.7'')^2+1.13\times(0.7)^2+1.25\times(9.3'')^2}{(3-1)\times3.38} = \frac{223.16}{6.72} = 33.01$

σ_α＝5.7″
x,y の標準偏差
vx1＝5.26-5.308=-4.8cm、vx2＝5.30-5.308=-0.8cm、vx3＝5.38-5.308=7.2cm

$\sigma x^2=\frac{[pvv]}{(n-1)[p]} = \frac{1.33\times(-4.8cm)^2+1.14\times(-0.8)^2+1\times(7.2)^2}{(3-1)\times3.47} = \frac{83.21}{6.94} = 11.99$

σx＝3.5cm

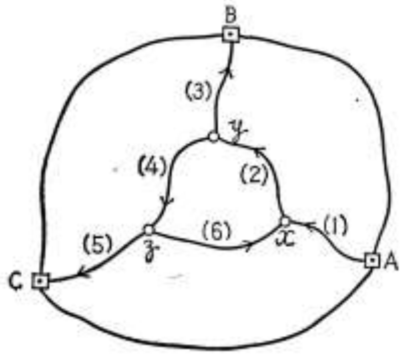
vy1＝1.43-1.502=-7.2cm、vy2＝1.50-1.502=-0.2cm、vy3＝1.60-1.502=9.8cm

$$\sigma y^2 = \frac{[pvv]}{(n-1)[p]} = \frac{1.33\times(-7.2cm)^2+1.14\times(-0.2)^2+1\times(9.8)^2}{(3-1)\times3.47} = \frac{165.03}{6.94} = 23.78$$

σy＝4.9cm

【問題 2】水準点 x 、 y 、 z の標高を決定するため 1 等水準点 A,B,C3 点から同一器械，同一観測者で図のような水準網の測定を行なって，次の値を得た。この水準網を調整するために必要な条件方程式を求めよ。

ただし,図において(1),(2)…(6)は各区間の水準路線を示し，その距離はほぼ等しく，矢印の方向に測定したものとする。



1 等水準点の標高	
A	3.799m
B	1.788
C	32.127

水準路線	測定値
(1)	+22.552m
(2)	-14.565
(3)	-9.974
(4)	+7.850
(5)	+12.527
(6)	+6.731

（昭和 37.土）

（解）

条件式

H_A+h1'+h2'+h3'=H_B

H_A+(h1+v1)+(h2+v2)+(h3+v3)=H_B

v1+v2+v3=H_B-H_A-h1-h2-h3=t1=-24mm...①

H_B-h3' +h4' +h5' =H_C

H_B-(h3+v3)+(h4+v4)+(h5+v5)=H_C

-v3+v4+v5=H_C-H_B+h3-h4-h5=t2=-12mm...②

H_A+h1' -h6' +ｈ5' ＝H_C

H_A+(h1+v1)-(h6+v6)+(h5+v5)=H_C

v1+v5-v6=H_C-HA-h1-h5+h6=t3=-20mm...③

又は

v1+v2+v3=-24mm...①

-v3+v4+v5=-12mm...②

v1+v5-v6=-20mm...③

行列では

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24mm \\ -12mm \\ -20mm \end{bmatrix}$$

UV=t

相関方程式

$\mathrm{UG}U^T K = t$

G=I なので

$\mathrm{U}U^T K = t$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24mm \\ -12mm \\ -20mm \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24mm \\ -12mm \\ -20mm \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -24mm \\ -12mm \\ -20mm \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -40mm \\ -28mm \\ -4mm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10mm \\ -7mm \\ -1mm \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -10mm \\ -7mm \\ -1mm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ -10 \\ -3 \\ -7 \\ -8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

点検

v1+v2+v3=-11-10-3＝-24mm…①

-v3+v4+v5=7＝3-7-8=-12mm…②

v1+v5-v6=-11-8-1=-20mm…③

標高

xの最確値x＝H_A+h1+ｖ1＝22.552ｍ-11ｍｍ＝26.340ｍ

yの最確値y＝H_B-h3+v3＝1.788+9.974-0.003＝11.759ｍ

zの最確値z＝H_C-ｈ5+v5＝32.127ｍ-12.527-0.008＝19.592ｍ　（斉藤）