

昭和38年測量士問題解答

三角測量

【問題1】 三角点 A,B,C で構成される三角形の各内角を観測して次の結果を得た。

$$A=42^{\circ} \ 38' \ 17''$$

$$B=60 \ 15 \ 24$$

$$C=77 \ 6 \ 31$$

各内角の最確値を求める式を誘導し、また、その値を求めよ。ただし、各観測値の重量は等しく、また、この三角形の球過量は無視できるものとする。

(昭38.土)

解

$$A+B+C=180^{\circ} \dots \textcircled{1}$$

$$(v_1+A_0)+(v_2+B_0)+(v_3+C_0)=180^{\circ}$$

条件方程式

$$v_1+v_2+v_3=180^{\circ}-(A_0+B_0+C_0)=-12'' \dots \textcircled{2}$$

A_0, B_0, C_0 : 近似値

最小二乗法の期待値

$$E=v_1^2+v_2^2+v_3^2-2k(v_1+v_2+v_3+12'')=\min \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_1}=2v_1-2k=0 \quad v_1=k$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_2}=2v_2-2k=0 \quad v_2=k$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_3}=2v_3-2k=0 \quad v_3=k \dots \textcircled{4}$$

これを②に代入すると

$$k+k+k=3k=-12''$$

$$k=-4'' \dots \textcircled{5}$$

これを④に代入すると

$$v_1=k=-4''$$

$$v_2=k=-4''$$

$$v_3=k=-4'' \dots \textcircled{6}$$

最確値

$$A=A_0+v_1=42^{\circ} \ 38' \ 13''$$

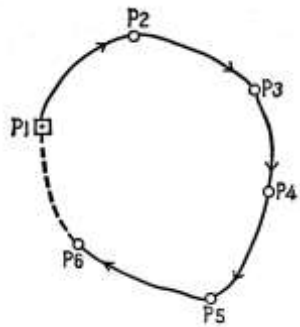
$$B=B_0+v_2=60^{\circ} \ 15' \ 20''$$

$$C=C_0+v_3=77^{\circ} \ 6' \ 27''$$

(齊藤)

水準測量

【問題 1】図は各点間の距離が等しい環状水準路線である。P1 点を高さの基準にとって矢印の方向に P6 点まで観測して表のような成果をた。この成果によって下記の問に答えよ。



点	高さ	
	観測値	最確値
P 1	0.000m	
P 2	+10.375	
P 3	+15.624	
P 4	+5.328	
P 5	-2.419	
P 6	-4.502	

(問 1-1) 水準路線上の相隣る 2 点間の観測比高の標準偏差（二乗平均誤差）は、±2.0 mmであると仮定し、この段階における P6 点の高さの二乗平均誤差を 0.1 mmの位まで求めよ。

(問 1-2) 次いで P6→P 1 の観測を実施してその比高 +4.508m を得た。各点の高さの最確値を上記観測成果表の該当欄に記入せよ

(問 1-3) 問 2 において P6 点の高さの二乗平均誤差を 0.1 mmの位まで求めよ。

ただし、2 地点間の比高の観測値の二乗平均誤差は、その水準路線の距離の平方根に比例するものとする。(昭和 38 土)

(解)

問 1-1

$$h=h1+h2+h3+h4+h5$$

$$\sigma_{p5}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_5^2 = 5\sigma^2 = 5 \times 4 = 20$$

$$\sigma_{p5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 4.47 \text{ m m}$$

問 1-2

$L_6' + L_6 = -4.502 + 4.508 = +0.006 \text{ m} / 6 \text{ 区間} \rightarrow 1 \text{ 区間} = -1 \text{ m m}$ 補正

点	観測値	補正值	最確値
P1	4.508		4.508
P2	10.375	-1	10.374
P3	15.624	-2	15.622
P4	5.328	-3	5.325
P5	-2.419	-4	-2.423
P6	-4.502	-5	-4.507

問 1-3

P6 の最確値 -4.507 m は、P1 から右回りに求めた値と、

P1 点から左回りに求めた値の重量平均と考えることができる。

距離の比を 5 : 1 とすると

$$\text{重量 } P_r : P_\ell = 1/5 : 1 = 1 : 5$$

$$\text{右回りの誤差 } \delta_r = +0.005 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

$$\text{左回りの誤差 } \delta_\ell = +0.001 \text{ m} = 1 \text{ mm}$$

最確値の標準偏差 m_o

$$m_o^2 = \frac{\sum p \delta^2}{(n-1) \sum p} = \frac{25+5}{(2-1)6} = 5$$

$$m_o = \sqrt{5} = 2.2 \text{ m m}$$

(斉藤)