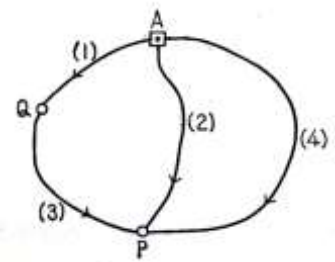


昭和39年測量士問題解答

水準測量

【問題1】(昭和39年士) P、Q点の標高を求めるために、図のようにA点から水準測量を行なって次の値を得た。A点の標高を17.533mとして、Q点の標高を求める下記の計算の空欄をうめよ。



線号	比高	距離
(1)	+4.250m	2 km
(2)	-8.537	4
(3)	-12.781	6
(4)	-8.557	12

解

(1) 条件方程式法

条件方程式

$$h_4' - h_2' = 0$$

$$h_4' - h_3' - h_1' = 0$$

最確値 $h_i' = h_i + v_i$

$$(h_4 + v_4) - (h_2 + v_2) = 0$$

$$(h_4 + v_4) - (h_3 + v_3) - (h_1 + v_1) = 0$$

又は

$$v_2 - v_4 = h_4 - h_2 = t_1 = -20\text{mm}$$

$$v_1 + v_3 - v_4 = -h_1 - h_3 + h_4 = t_2 = -26\text{mm} \dots \text{①}$$

重量 P

$$p_1 : p_2 : p_3 : p_4 = 1/2 : 1/4 : 1/6 : 1/12$$

K: ラグランジェの未定係数

$$E = \sum p v v - 2K(\text{条件式})$$

$$= p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + p_4 v_4^2 - 2k_1(v_2 - v_4 + 20\text{mm}) - 2k_2(v_1 + v_3 - v_4 + 26\text{mm})$$

$$= 1/2 v_1^2 + 1/4 v_2^2 + 1/6 v_3^2 + 1/12 v_4^2 - 2k_1(v_2 - v_4 + 20\text{mm}) - 2k_2(v_1 + v_3 - v_4 + 26\text{mm}) = \min \dots \textcircled{2}$$

$$\partial E / \partial v_1 = 1/2(2) v_1 - 2k_2 = 0 \Rightarrow v_1 = 2k_2$$

$$\partial E / \partial v_2 = 1/4(2)v_2 - 2k_1 = 0 \Rightarrow 1/4 v_2 = k_1 \Rightarrow v_2 = 4k_1$$

$$\partial E / \partial v_3 = 1/6(2)v_3 - 2k_2 = 0 \Rightarrow 1/6 v_3 = k_2 \Rightarrow v_3 = 6k_2$$

$$\partial E / \partial v_4 = 1/12(2)v_4 + 2k_1 + 2k_2 = 0 \Rightarrow 1/12 v_4 = -k_1 - k_2 \Rightarrow v_4 = -12k_1 - 12k_2 \dots \textcircled{3}$$

①に代入すると、相関方程式は

$$v_2 - v_4 = (4k_1) - (-12k_1 - 12k_2) = 16k_1 + 12k_2 = -20\text{mm}$$

$$v_1 + v_3 - v_4 = (2k_2) + (6k_2) - (-12k_1 - 12k_2) = 12k_1 + 20k_2 = -26\text{mm}$$

又は

$$16k_1 + 12k_2 = -20\text{mm}$$

$$12k_1 + 20k_2 = -26\text{mm} \dots \textcircled{4}$$

$$\therefore k_1 = -0.5\text{mm}, k_2 = -1\text{mm}$$

補正値を求めると

$$v_1 = 2k_2 = -2\text{mm}$$

$$v_2 = 4k_1 = -2\text{mm}$$

$$v_3 = 6k_2 = -6\text{mm}$$

$$v_4 = -12k_1 - 12k_2 = 6 + 12 = 18\text{mm}$$

$$H_P = H_A + (2) = 17.533\text{m} + (-8.537\text{m} - 2\text{mm}) = 8.994\text{m}$$

$$H_P = H_A + (4) = 17.533\text{m} + (-8.557\text{m} + 18\text{mm}) = 8.994\text{m}$$

$$H_Q = H_A + (1) = 17.533\text{m} + (4.250\text{m} - 2\text{mm}) = 21.781\text{m}$$

$$H_Q = H_A + (2) - (3) = 17.533\text{m} + (-8.537\text{m}) - 2\text{mm} - (-12.781\text{m} - 6\text{mm}) = 21.781\text{m}$$

(斉藤の解答、未定係数 K, L の 2 つ (3 つ)、P の標高 8.994m、Q の標高 21.781m)

行列法

$$G: \text{コファクタ、} G = W^{-1}$$

$$G = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

条件方程式

$$-v_1 + v_2 - v_3 + 0 = h_1 - h_2 + h_3 = t_1 = 6\text{mm}$$

$$0 - v_2 + 0 + v_4 = h_2 - h_4 = t_2 = 20\text{mm}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6mm \\ 20mm \end{bmatrix}$$

$$UV=t$$

相關方程式

$$UGU^TK = t$$

$$U \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} 6mm \\ 20mm \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -4 \\ -6 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} 6mm \\ 20mm \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & -4 \\ -4 & 16 \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} 6mm \\ 20mm \end{bmatrix}$$

$$K=1/44 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6mm \\ 20mm \end{bmatrix} = \frac{1}{44} \begin{bmatrix} 44 \\ 66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1mm \\ 1.5mm \end{bmatrix}$$

補正值

$$V=GU^TK =$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -4 \\ -6 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1mm \\ 1.5mm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2mm \\ -2mm \\ -6mm \\ 18mm \end{bmatrix}$$

$$H_P = H_A + (2) = 17.533m + (-8.537m - 2mm) = 8.994m$$

$$H_P = H_A + (4) = 17.533m + (-8.557m + 18mm) = 8.994m$$

$$H_Q = H_A + (1) = 17.533m + (4.250m - 2mm) = 21.781m$$

(2) 観測方程式法

未知数 x 、 y

$$x = x' + \Delta x, \quad y = y' + \Delta y \dots \textcircled{1}$$

$$h_2 = (2)$$

$$h_2' + v_2 = x' + \Delta x \Rightarrow v_2 = \Delta x \dots \textcircled{2}$$

$$h_1 = (1)$$

$$h_1' + v_1 = y' + \Delta y \rightarrow v_1 = \Delta y \dots \textcircled{3}$$

$$x - h_3 - y = 0, \quad (x' + \Delta x) - (h_3' + v_3) - (y' + \Delta y) = 0, \quad v_3 = \Delta x - \Delta y - (h_3' - h_2' + h_1') = \Delta x - \Delta y - (6mm) \dots$$

$$\textcircled{4}$$

$$h_4 - x = 0, \quad h_4' + v_4 - (x' + \Delta x) = 0, \quad v_4 = \Delta x - (h_4' - h_2') = \Delta x - (-20mm) \dots \textcircled{5}$$

重量 P

$$p_1:p_2:p_3:p_4=1/2 : 1/4 : 1/6 : 1/12=6 : 3 : 2 : 1$$

$$E=\sum p v v=p_1 v_1^2+p_2 v_2^2+p_3 v_3^2+p_4 v_4^2=6(\Delta y^2)+3(\Delta x^2)+2(\Delta x-\Delta y-(6\text{ mm}))^2$$

$$+(\Delta x-(-20\text{ mm}))^2=\text{min...}\textcircled{6}$$

$$\partial E/\partial \Delta x=6\Delta x+4(\Delta x-\Delta y-6\text{ mm})+2(\Delta x+20\text{ mm})=0$$

$$12\Delta x-4\Delta y=-16\text{ mm...}\textcircled{7}$$

$$\partial E/\partial \Delta y=12\Delta y-4(\Delta x-\Delta y-6\text{ mm})=0、-4\Delta x+16\Delta y=-24\text{ mm...}\textcircled{8}$$

正規方程式

$$3\Delta x-\Delta y=-4\text{ mm...}\textcircled{7}$$

$$+)-3\Delta x+12\Delta y=-18\text{ mm...}\textcircled{8}\times 3$$

$$11\Delta y=-22$$

$$\Delta y=-22/11=-2\text{ mm}$$

$$3\Delta x-(-2)=-4\text{ mm}$$

$$3\Delta x=-4-2=-6$$

$$\Delta x=-2\text{ mm}$$

$$v_1=\Delta y=-2\text{ mm}$$

$$v_2=\Delta x=-2\text{ mm}$$

$$v_3=\Delta x-\Delta y-(6\text{ mm})=-2-(-2)-6=-6\text{ mm}$$

$$v_4=\Delta x-(-20)=-2+20=18\text{ mm}$$

$$H_P=H_A+(2)=17.533\text{ m}+(-8.537\text{ m})-2\text{ mm}=8.994\text{ m}$$

$$H_P=H_A+(4)=17.533\text{ m}+(-8.557\text{ m})+18\text{ mm}=8.994\text{ m}$$

$$H_Q=H_A+(1)=17.533\text{ m}+4.250\text{ m}-2\text{ mm}=21.781\text{ m}$$

(斉藤)