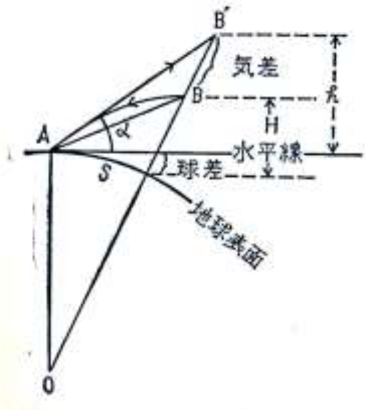
昭和４０年測量士問題解答

三角測量

【問題 1】(昭和 40 年士) 水平角観測において，標高が与えられた三角点から，他の三角点に対する鉛直角をトランシットを用いて観測し，標高を求める場合，その標高が気差により通常低く，球差（地球の曲率による誤差）により高くなるように，観測を補正する，という説明は正しいかどうかを答えよ。

(昭 40 年士)

(解答)

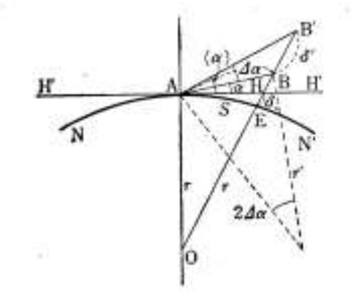


図より、気差によって高く見え、球差によって低くなる。

$$\mathrm{H} = \mathrm{s}\tan\alpha + \frac{s^2}{2r} - \frac{ks^2}{2r}$$

(解説)

問題の説明は正しい。



第 3・9 図

第3・9図においてNN'は球面距離，H'H'は視水平面，δは球差，δ'は気差すなわち折光差または濛気差ともいう.

いま　AH²＝δ(δ+2r)

〔∵AH^2＝HE･(HE+r+r)〕

AH≒AE＝Sとすると

S^2＝δ(δ+2r)

$$\therefore \delta = \frac{S^2}{\delta + 2r} = \frac{S^2}{2r}(1 + \frac{\delta}{2r})^{-1}$$

$$\delta \approx \frac{S^2}{2r}$$

これが球差である。

また、実際にはδ’があるから，これを考慮すると

∠B’AH＝(α)，∠BAH＝α

$$\therefore \mathrm{BH} = \mathrm{S} \tan \alpha$$

$$\mathrm{B'H} = \mathrm{S} \tan(\alpha)$$

$$\therefore \delta' = \mathrm{BB'} = \mathrm{B'H} = \mathrm{S}\tan(\alpha) - S \tan \alpha$$

…①

また、(α)＝α+Δαなので

$$\tan(\alpha) = \tan(\alpha + \Delta\alpha) = \frac{\tan\alpha + \tan\Delta\alpha}{1 - \tan\alpha\tan\Delta\alpha} = (\tan\alpha + tan\Delta\alpha)(1 - \tan\alpha\tan\Delta\alpha)^{-1}$$

$$= (\tan\alpha + tan\Delta\alpha)(1 + \tan\alpha\tan\Delta\alpha + tan^2\alpha\, tan^2\Delta\alpha + \cdots.)$$

$$\approx (\tan\alpha + \tan\Delta\alpha)(1 + \tan\alpha\tan\Delta\alpha)$$

$$\approx (\tan\alpha + \Delta\alpha)(1 + \Delta\alpha\tan\alpha) \approx \tan\alpha + \Delta\alpha$$

これを①に代入すると

$$\delta' = \mathrm{S}(\tan\alpha + \Delta\alpha) - S\tan\alpha = S\,\Delta\alpha$$

…②

気差は地表に対して弧形なので、その半径をr‘とすると

$\mathrm{r} = \mathrm{kr}'$, $\frac{AB}{r'} = 2\Delta\alpha$(接線と弦とのなす角は中心角の 1/2 なので)

また近似的に AB=AH＝S とおけるから

$\frac{S}{r'} = 2\Delta\alpha$,　$\Delta\alpha = \frac{S}{2r'}$　　…③

r=kr’なので、r’=r/k を③に代入すると

$$\Delta\alpha = \frac{S}{2r'} = \frac{S}{2\frac{r}{k}} = S\frac{k}{2r}$$

これを②の代入すると

$$\delta' = \mathrm{S}\Delta\alpha = \frac{kS^2}{2r}$$

k を折光係数(現在は「光の屈折係数」)という。

実験値として、k＝0.13(1±0.25)とされるが、kはマイナスにはならず、通常δ‘だけ高く高度角を測定するので、これを差し引く。

BE=B’H+HE−BB’
BE=hとすると

$$h = \mathrm{Stan}\ (\alpha) + \frac{S^2}{2r} - \frac{kS^2}{2r} = S\tan(\alpha) + \frac{(1-k)S^2}{2r} = Stan(\alpha) + K$$

.....④

④における K を両差という。

【問題 2】(昭和 40 年士)次の説明文の正否を答えよ。もしまちがっていれば，まちがいの部分にアンダーラインを引いて訂正せよ。

(1)既知点から他の既知点に結合するトランシットによるトラバース測量において，各夾角を等しい重さで観測し，方向角の閉合誤差を各夾角に等分に配布して求められた各測線(各多角辺)の方向角の平均二乗誤差は，みな等しい。ただし，誤差は観測夾角の偶然誤差のみとする。

⇒みな等しい⇒等しくない。各測点の重量は等しくても、方向角の重量は等しくない。

(2)長い路線の精密な直接水準測量では，同一区間についての往復測定値の算術平均値をこの区間の標高差とする。この場合，信頼度の高い標高差をうるためには，往復測定値の較差をできるだけ小さくすることが望ましいので，各区間ごとに往測定終了後ただちに復測定を行なう。

⇒直ちに⇒気象条件が違うような時間的間隔を置いて

(3)精密な直接水準測量における1区間の往復測定値の較差の制限は，一般にある程度の再測率をみこんで規定されている。このため長い路線を多くの区間に分けて測量した場合，その再測を行なった回数がきわめて少ないというだけで，観測精度がよいと判定できない。→〇　(昭 40.士)

【問題 3】三角形ABCにおいて，∠A、∠B のみを観測した。 ∠A，∠B の重みをそれぞれ1とする場合，∠Cの重みもまた1である。ということは正しいかどうか。 (昭和 40 年士)

(解説)

A+B+C＝180°

C＝180° −A−B

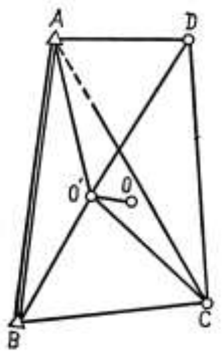
$\sigma_C^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2$

$1/p_c=1/p_a+1/p_b=1+1=2$

∴$p_c=1/2$ となり、$p_c＝1$ は正しくない。

【問題 4】(昭和40年、士)既設の基準点 A,B を用い，基準点C，D,O を新設することを計画したが，O点は A,B,C,D 点のいずれからも視通(見通し)がない

ので、まずC,D点と補助点 O'を定め、次に O'O の水平距離および
方向角を用いて O 点を決定することにした。
(注)C−−−.....A の記号はCから A に対して観測を行なったことを示し,
A からCは観測しない。
図に示す A,B 点を与点とする三角網の調整を行なうために必要な
条件式について，次の文中[ ]内に，下に列挙された字句の中から,
最も適当なものを選んで，その記号を記入せよ。



(1)三角形の内角の和が 180° である角条件式は[ニ 4個]必要である。
(2)有心四辺形ABCDおよび有心三角形 ABC について，0'点を中心
とする辺条件式が，それぞれ[イ 1]ずつでき，四辺形AO'CDについて
[ト も、1個できる]から，これらのなかで〔リ 任意に選んだ2個]が必要な辺条件式である。

記号	字句
(イ)	1 個
(ロ)	2 個
(ハ)	3 個
(ニ)	4 個
(ホ)	5 個
(へ)	6 個

記号	字句
(ト)	も、1個できる。
(チ)	は、できない。
(リ)	任意に選んだ2個
(ヌ)	任意の1個を選び、これによって必然的に決まる他の1個を含めた2個

（昭和 40.士）

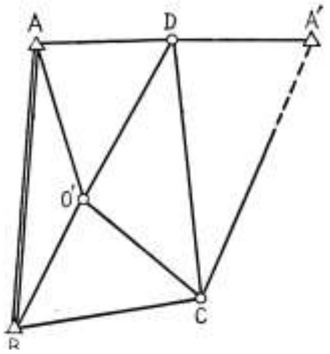
（解説）

これだけの問題については，O’と O との関係は考えなくともよいのである。

(1)については，(6-32)式によって角条件式の個数を求めてみると，S-(P-1)＝8-(5-1)＝4 個となるのである。

(2)については，(6-32)式によって辺条件式の個数を求めてみると，S+S’+(B-2)-2(P-2)＝8+1+(1-2)-2(5-2)＝2個となるので，これが調整に必要かつ充分な辺条件式の個数である。

ところで，図をみると O’を中心とする有心四辺形 ABCD において，例題2と同じように1つの辺条件式ができる。また，有心三角形ABCにおいて，AC 辺は片方向観測であるけれども，△AO’Cにおいて∠CAO’ は，補角を用いれば，有心四辺形の場合と同様に1つの辺条件式ができる。 さらに対角線を有する四辺形 A0’CD においても AC 辺は片方向であるが辺条件式には無関係であるから，
1つの辺条件式ができる。以上3つのうち2つを選べばよいし問題の文章は,以上のことを表現しているので，その意味になるように字句を用いればよいのである。見掛け上では3つの辺条件式ができるようであるが，実は3つのうちの一部が重複しているためである。というのは，図においてDC辺を軸にして，ADC平面を 180° 右に折り返せば，AD=DA’となる点をぶ点とすれば，辺条件式は，五辺形 ADA’CO’において，AD 辺から出発して DA’辺に閉合する辺条件式と，有心四辺形における辺条件式との2つに限られてしまうのである。



答え (1)：(二)、(2)：(イ)、(ト)、(リ)

（斉藤）

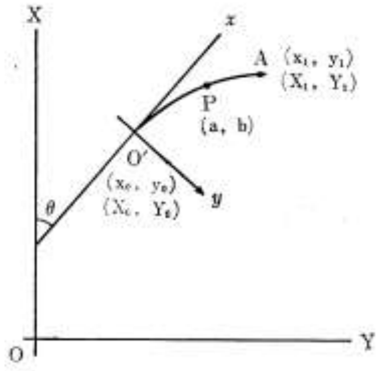
応用測量

【問題 1】

図の O’PA は緩和曲線である。緩和曲線の始点 O’において図のような平面直角座標系（x,y）を考える。この座標系における緩和曲線上の点Pの座標は（a,b）であった。

O’,A のx、y座標をそれぞれ（xo,yo），（x1, y1）、

また地図上に決めた平面直角座標系（X, Y）におけるそれらの値をそれぞれ（Xo,Yo），（X1,Y1）とするとき，P点のX. Y 座標値の計算式を求めよ。（昭和 40, 測量士）



（解答）（x、y）と（X‘,Y’）の関係は

x=X’cos θ +Y’sin θ

y=-X‘sin θ +Y’cos θ

逆の関係は

X’＝xcos θ -ysin θ

Y’＝xsin θ +ycos θ

ここで X’,Y’:O を O‘に平行移動させた座標系

O に移動させると

X=xcos θ -ysin θ +Xo

Y=ycos θ +xsin θ +Yo

P(a,b)を代入すると

X=acos θ -bsin θ +Xo

Y=bcos θ +asin θ +Yo

千葉