

## 解析学A 試験問題 (7/9)

1 次の極限について調べよ.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{|x| + |y|}$$

2  $a, b$  を  $ab \neq 0$  であるような定数として,  $z = e^{x/4} \sin(ax + by)$  とする.

(1) 偏導関数  $z_x, z_y$  を求めよ.

(2) 恒等的に  $z_x + z_y = z_{xy}$  が成り立つような  $(a, b)$  の組をすべて求めよ.

3  $C^2$  関数  $g(x, y)$  と変数変換

$$\begin{cases} x = \sin(2s + t) \\ y = \cos(s - 3t) \end{cases}$$

を考える.

(1) この変数変換のヤコビアン  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(s, t)}$  を求めよ.

(2)  $g$  との合成を  $f(s, t) = g(\sin(2s + t), \cos(s - 3t))$  とするとき,  $f_s(0, 0), f_{st}(0, 0)$  を  $g$  の偏微分係数  $g_x(0, 1), g_y(0, 1), \dots$  を用いて表せ.

4  $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3x^2 - 3y^2 + 4$  の極値と鞍点を求めよ.