

解析学A 試験問題 (6/4)

1 集合 A を

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1 + \frac{1}{n}} \mid n = 1, 2, 3, \dots \right\}$$

とするとき, A の上限, 下限, 最大値, 最小値を求めよ.

2 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} x \tan^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

により定義する. 以下の問いの (1), (3) には理由を付けて答えよ.

- (1) $f(x)$ は $x = 0$ で連続になるか?
- (2) $x \neq 0$ での導関数 $f'(x)$ を求めよ.
- (3) $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能か?

3 $y = e^{\sin^{-1} x}$ (即ち $y = \exp(\sin^{-1}(x))$) とする.

- (1) y' と y'' を求めよ.
- (2) n 次導関数の満たす関係式を

$$(1 - x^2)y^{(n+2)} + Axy^{(n+1)} + By^{(n)} = 0$$

と表したときの定数 A と B を求めよ.

4

- (1) $\tan x$ の Maclaurin 展開を漸近展開の形で書いて

$$\tan x = ? + o(x^3) \quad (x \rightarrow 0)$$

と表したときの ? の部分を求めよ.

- (2) 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + \cos x) - 2 \tan x}{2x - \sin x - \tan x}$$