

線形代数学 A 試験問題、7月24日(木曜3限, 担当: 原)

問題 1. 次の行列式の値を求めよ。

$$(1) \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 18 & 2 & 0 \\ 25 & -17 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} i & -1 & -1 \\ -i & 2 & 0 \\ 2 & i & 1 \end{vmatrix}$$

$$(5) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{4}{3} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{3}{2} & 4 \end{vmatrix}$$

$$(6) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ -1 & 9 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

問題 2. 空間 (\mathbf{R}^3) における次の3つの平面 α, β, γ の共有点の集合はどのようなになるか? (a) 直線になる, (b) 1点になる, (c) 空集合 (共有点はない) のうちから選べ. また, (a) のときは直線の方程式 (媒介変数を用いたものでよい), (b) のときは点の座標を求めよ.

$$(1) \begin{cases} \alpha: x + y + z = 2 \\ \beta: x + 3y + 2z = 3 \\ \gamma: -x + 3y + z = -1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \alpha: x - z = 5 \\ \beta: -x + y + 2z = -3 \\ \gamma: x + 2y - 2z = 6 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \alpha: 2x - y + 5z = -1 \\ \beta: y + z = 3 \\ \gamma: x + 3z = 1 \end{cases}$$

問題 3. 次の行列が正則か否かを判定し、正則のときは逆行列を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} -3 & -6 & 2 \\ 3 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

裏面にも問題があるので注意してください.

問題 4. 空間 (R^3) 上に 3 点 $A(1, 0, 3)$, $B(3, -1, 2)$, $C(-1, 5, 4)$ を考えるとき、以下の問に答えよ.

- (1) 3 点 A, B, C を通る平面の方程式を求めよ.
- (2) 三角形 ABC の面積を求めよ.
- (3) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ.

問題 5. A, B を n 次正方行列とすると、次のことが真か偽かをその理由もつけて答えよ.

- (1) A, B がともに正則ならば、その積 AB も正則である.
- (2) A, B がともに正則ならば、その和 $A + B$ も正則である.
- (3) A または B の階数が $n - 1$ 以下のとき、 AB の階数は $n - 1$ 以下である.
- (4) A, B がともに正則であるとき、 $\begin{vmatrix} A+B & A-B \\ A-B & A+B \end{vmatrix} \neq 0$