

## 線形代数学 A 小テスト問題

問題 1. 次の値を求めよ. ( $i = \sqrt{-1}$  である)

(1)  $(-\sqrt{3} + i)^8$       (2)  $(1 + i)^{18}$

問題 2. (1) 空間 ( $\mathbf{R}^3$ ) において、ベクトル  $\mathbf{n} = (1, -1, 2)$  に垂直で、 $(2, 0, -1)$  を通る平面の方程式を求めよ.

(2) 空間 ( $\mathbf{R}^3$ ) において、媒介変数  $t$  を用いて表される直線

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

が (1) の平面と共有点を持つか否かを判定し (理由も書くこと)、共有点を持つ場合には共有点の集合がどのようなになるかを書け.

問題 3. 次の連立 1 次方程式を解け.

(1)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$       (2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(3)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$       (4)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & -1 & -5 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

問題 4. 次のベクトルが一次独立か否かを判定せよ.

(1)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$       (2)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

問題 5. 次の行列が正則か否かを判定し、正則ならば逆行列を求めよ.

(1)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$       (2)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$