

数学解析 I 試験問題 (担当 石井)

平成 20 年 7 月 29 日 (火) 10:30-12:00

問題 [1] 単一閉曲線 $C: \{z = x + iy \mid x^2 + y^2 = b^2, y \geq 0\} \cup \{z = x \mid -b \leq x \leq b\}$ 上の線積分

$$\int_C \frac{e^i}{z^2 + a^2} dz$$

を計算せよ. ただし $a, b > 0, a \neq b$ とする.

問題 [2] 複素関数 $f(z) = u + iv$ ($z = x + iy$) で $u = e^{-y}(x \cos x - y \sin x)$ 、正則であるとき $f(z)$ を求めよ.

問題 [3]

(1) フーリエ級数に関するパーゼワルの等式を書け.
(2) 周期 2π の周期関数 $f(x) = x^2$ ($-\pi < x \leq \pi$) のフーリエ級数展開を求めよ.

(3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ の和を求めよ.

問題 [4]

(1) $e^{-a|x|}$ ($a > 0$) のフーリエ変換を求めよ.

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{x^2 + a^2} \right)^2 dx$ を求めよ.