電磁理論 IA 試験問題（B 組）　(2009.7.31(金)1440-1610)　U2-312

[1] ベクトル解析に関する以下の問題に答えよ。

1) 任意のスカラー関数ϕの勾配で与えられるベクトル界 $\boldsymbol{A}$ は保存的であることを示せ。
2) 任意のベクトル関数 $\boldsymbol{B}=(B_x,B_y,B_z)$の回転で与えられるベクトル界 $\boldsymbol{A}$ はソレノイダルであることを示せ。
3) ベクトル界 $\boldsymbol{E}$ は直角座標系で $\boldsymbol{E}=(axy,byz,czx)$ (a,b,c は定数) と表され、点 A,B,C,D,E,F,G,H はそれぞれ(0,0,0) (1,0,0) (1,1,0) (0,1,0) (0,0,1) (1,0,1) (1,1,1) (0,1,1)を表わすものとする。

   ①点 A,B,C,D,E,F,G,H を頂点とする立方体を領域 V、その立方体の表面が形成する閉じた面を S とする。領域 V と閉じた面 S についてベクトル界 $\boldsymbol{E}$ がガウスの定理を満たすことを示せ。

   ②点 A,B,C,D を直線でつないでできる閉じた線 C とそれが囲む平面 S'について ベクトル界 $\boldsymbol{E}$ がストークスの定理を満たすことを確かめよ。

[2] 磁束密度が $\boldsymbol{B}=B_0\boldsymbol{i}_y$ ($B_0>0$)で表わされる均一な静磁界の中で、電荷、電流、磁気双極子に働く力に関する以下の問題に答えよ。直角座標系の基本ベクトルを $\boldsymbol{i}_x,\boldsymbol{i}_y,\boldsymbol{i}_z$ とする。

1) 電荷量 q (>0)の電荷が速度 $\boldsymbol{v}$ で運動している。この電荷に働く力 $\boldsymbol{F}_1$ を求めよ。
2) 断面積が S の棒状の領域を、大きさが I (>0)の電流が流れている。大きさが I、方向が電流の流れる方向で与えられるベクトルを $\boldsymbol{I}$ と表す。電流中に存在する電荷は均一に分布しており、その密度はρ (>0)であるとする。電流中の電荷の運動速度 $\boldsymbol{v}$ を求めよ。また、この電流の単位長さあたりに働く力 $\boldsymbol{F}_2$ を $\boldsymbol{I}$ を用いて表せ。
3) 点 A(0,0,0),B(a,0,0),C(a,b,0),D (0,b,0) ($0<a,b$)を頂点とする長方形に沿って A→B→C→D→A のように大きさ I (>0)のループ電流が流れている。このループ電流を磁気双極子とみなし、その磁気双極子能率を $\boldsymbol{m}$ とする。4 つの辺 AB,BC,CD,DA に働く力 $\boldsymbol{F}_{AB}$, $\boldsymbol{F}_{BC}$, $\boldsymbol{F}_{CD}$, $\boldsymbol{F}_{DA}$ をそれぞれ求め、このループ電流（磁気双極子）には $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{B}$ のトルクが働くことを示せ。

[3] 磁束密度が $\boldsymbol{B}=B_0\boldsymbol{i}_z$ ($B_0>0$)で表わされる均一な静磁界の中で、質量 m、電荷量 q(>0)の荷電粒子が、ある時刻に速度 $\boldsymbol{v}_0=(v_0,0,0)$ ($v_0>0$)で原点 (0,0,0)を通過した。

1) 原点通過後、荷電粒子は等速円運動を行う。その円軌道の中心座標、半径、および円運動の周期を求めよ。
2) 点 P(x_0,$-d$,0) ($x_0>0$, $d>0$) に設置した荷電粒子の検出器がこの荷電粒子を検出した。荷電粒子の比電荷 q/m を求めよ。