

数学解析 I 試験問題 (担当 石井、都田)

平成 21 年 8 月 4 日 (火) 10:30 - 12:00

問題 [1] 次の積分を計算しなさい. $m > 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin mx}{x^4 + x^2 + 1} dx$$

問題 [2] 複素関数 $f(z) = u + iv$ ($z = x + iy$) で
 $u = 2x(1 - y)$ かつ正則であるとき、 $f(z)$ を求めなさい.

問題 [3]

- (1) フーリエ級数に関するパーゼバルの等式を書きなさい.
- (2) 周期 2π の周期関数 $f(x) = |x|$ ($-\pi < x \leq \pi$) のフーリエ級数展開を求めなさい.
- (3) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^4}$ の和を求めなさい.

問題 [4]

$$(1) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} & (|x| < a) \\ \frac{1}{2a} & (|x| = a) \\ 0 & (|x| > a) \end{cases} \quad \text{のフーリエ変換を求めなさい.}$$

ただし、 $a > 0$ とする.

- (2) $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx$ を求めなさい.