$x(t) = \sum a_k e^{jk\omega_0 t}$

$e^{-jn\omega_0 t}$ をかけて積分

2009 年 2 月 10 日

信号とシステム　試験問題（担当：馬場口 登）

【１】以下の離散時間信号について問に答えよ。

$$x[n] = \cos(\Omega n + \phi) \qquad (\Omega \neq 0, n \text{ は整数})$$

(1) 周期的にならない条件を求めよ。

(2) 周期的になる場合の基本周期を式で表せ。またそのときの条件も示せ。

【２】離散時間信号に対する線形時不変システム L の入力信号、出力信号を各々 $x[n]$、$y[n]$ とし、L の入出力関係を $y[n] = L[x[n]]$ と表す。以下の問に答えよ。

(1) 線形時不変システムの定義を数式で示せ。

(2) インパルス応答 $h[n]$ とはどのようなものか説明し、$y[n]$ が $x[n]$ と $h[n]$ の畳込みで表されることを導出せよ。

(3) $x[n]$ が周期的であるとき（周期 N）、$y[n]$ も周期的であること（周期 N）を示せ。

$x = \sum a_k e^{j\omega t}$

$a_k = x e^{-j\omega t}$

【３】連続時間信号 $x(t)$ が周期的であるとき（周期 T）、$x(t)$ の周波数スペクトルが等間隔に並ぶインパルス列となることを証明せよ。

$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$

【４】連続時間信号 $x(t)$ のフーリエ変換が

$x = \int X(\omega) e^{j\omega t}$

$$X(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 1 \\ 0 & |\omega| > 1 \end{cases}$$

で与えられるとき、連続時間信号

$\int |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int |X(\omega)|^2 d\omega$

$$y(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

のエネルギーを求めよ。

$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x \, e^{-j\omega t} dt$

【５】本講義の感想を述べよ.（分量は任意とするが必ず記載すること）

$\omega = \text{rad}/s$