

$$\int \log x dx = x \log x - \int dx$$

$$= x \log x - x$$

数学解析Ⅱ試験問題

平成 21 年 2 月 6 日 (金) 10:30~12:00 (担当 石井)

問題 [1] 次の微分方程式を以下の手順で解きなさい。 $F_2 = y + \log x \rightarrow x \log x - x + x^2 + B$

$$(y + \log x)dx - xdy = 0$$

$f_2 = x \rightarrow F = xy + A$

- (1) 積分因子を求めなさい。
- (2) 上記の微分方程式の一般解を求めなさい。

問題 [2] 次の連立微分方程式の一般解を求めなさい。

$$\begin{cases} (D-2)x - (D-2)y = \sin t \\ (D^2+1)x + 2Dy = 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} D-2 & -(D-2) \\ D^2+1 & 2D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

問題 [3] 次の積分の値を以下の手順で求めなさい。

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t} dt$$

(1) 関数 $\frac{\sin^2 t}{t}$ をラプラス変換しなさい。 $\mathcal{L}\left[\frac{\sin^2 t}{t}\right] = \int_0^{\infty} \mathcal{L}[\sin^2 t](r) dr$

(2) (1) の結果から $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t} dt$ を求めなさい。 $\frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{s^2+4}}{|s|}$

問題 [4] 次の微分方程式を以下の手順で解きなさい。

$$tx' + (t-1)x = 0, \quad x'(0) = 1$$

(1) 上記の微分方程式のラプラス変換を行いなさい。

(2) 微分方程式の解を求めなさい。

$$-\frac{1}{2} e^{-2x}$$