

平成 22 年 2 月 18 日(木)

プラズマ物理基礎試験問題

【注意】以下の (1) もしくは (2) の選択肢で問いを選びなさい。

(1) 【1】(配点 48) と 【2】、【3】(配点 52) もしくは

(2) 【1】(配点 48) と 【4】、【5】(配点 52)

【問1】 次の語句を説明せよ。(説明のための用紙スペースは自由に使って良い)

- (ア) Debye 長 (Debye Distance)
- (イ) Larmor 半径 (Larmor Radius)
- (ウ) 波数 (Wave Number)
- (エ) 群速度 (Group Velocity)
- (オ) 位相速度 (Phase Velocity)
- (カ) プラズマの温度 (Plasma Temperature)
- (キ) イオン音波 (Ion Wave)
- (ク) 電子プラズマ波 (Electron Plasma Wave)

【問 2】 サイクロトロン運動を導出しなさい。

磁場および電場が存在する場合、粒子の運動は普通の旋回中心でも Larmor 運動にあらたな効果が加わる。E=0 とすると運動方程式は、

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

となる。z を B の方向に仮定しなさい。($\vec{B} = B\hat{z}$) 次に x、y、z 方向の上記運動方程式の成分を求めなさい。 $\dot{v}_x \left(= \frac{dv_x}{dt} \right)$, \dot{v}_y について解いて、さらにそれぞれを時間微分します。そうすると $\ddot{v}_x \left(= \frac{dv_x}{dt} \right)$, \ddot{v}_y の二次微分方程式を x、y 成分に対して求めることが出来ます。

この微分方程式の解は、

$$v_{x,y} = v_{\perp} \exp(\pm i\omega_c t + \delta_{x,y})$$

で表されます。此处で ω_c は、サイクロトロン周波数になります。 ω_c を求めなさい。

位相 δ は適当に選べば 0 にとることができるので $v_x = v_{\perp} \exp(i\omega_c t) = \dot{x}$ と

おけます。 $v_y = \frac{m}{qB} \dot{v}_x$ とおける。両方をそれぞれ積分して Larmor 半径を

求めなさい。

【問 3】 有限な電場がある場合は、粒子の運動は、

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

で表されます。 E (電界)は、 x - z 平面にとる。すると $E_y = 0$ となる。ここで z 成

分の v_z を導出しなさい。次に、 $\frac{dv_x}{dt}$, $\frac{dv_y}{dt}$ を求めなさい。

次に \ddot{v}_x , \ddot{v}_y を求めなさい。ここから v_x , v_y を求めてドリフトが起こることを説明しなさい。

【問 4】 電子プラズマ波の分散関係式を求めなさい。

まず、プラズマ振動を導きます。

運動方程式と連続の式は、

$$mn_e \left[\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial t} + (\vec{v}_e \cdot \nabla) \vec{v}_e \right] = -en_e \vec{E}$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \vec{v}_e) = 0$$

で与えられる。Poisson の方程式は、

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = 4\pi e(n_i - n_e) \text{ を与える。}$$

線形化を以下のようにとり、プラズマ振動を導出しなさい。

$$n_e = n_0 + n_1, \quad \vec{v}_e = \vec{v}_0 + \vec{v}_1, \quad \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$$

次に、線形化された運動方程式に圧力項 $\nabla P_e = 3k_B T_e \frac{\partial n_1}{\partial x} \hat{x}$ を右辺に追

加する事で電子プラズマ波の分散関係式を導きなさい。 \hat{x} は、x 方向の単位ベクトルを示す。

【問5】 電子プラズマ波の分散関係式をグラフで描きなさい。グラフは、縦軸、横軸は、手書きで良い。グラフの曲線上に一点Pを取り、そこから適宜接線や原点への線を引くことで、群速度、位相速度を示しなさい。またグラフから群速度が光速を超えないことを説明しなさい。