

計測基礎 試験問題

担当：伊藤、村上、藤田、毎田

(注1) 問題【1】～【3】は、緑色の解答用紙〔配点：約 55%（合計）〕に、問題【4】は、茶色の解答用紙〔配点：約 30%〕に、問題【5】は、青色の解答用紙〔配点：約 15%〕に、それぞれ解答を記入すること。

(注2) 問題文中で定義されていない記号や文字等を使用する場合は、必ず定義を記した後に解答すること。

(注3) 解答は、導出過程を明瞭に記載しつつ、かつ、要領よく記すこと。

【1】次の文章を読み、以下の各設問に答えよ。《解答用紙：緑色》

求める測定値 y が、互いに独立な n 個の計測変数 x_1, x_2, \dots, x_n の微分可能な関数 f として、 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ と表せるものとする。また、 y の誤差及び最大誤差を、それぞれ、 δy 及び Δy 、と記し、 x_i の誤差及び最大誤差を、それぞれ、 δx_i 及び Δx_i 、と書くことにする。

- (1) y の最大誤差と各 x_i の最大誤差との間に成立する関係式を求めよ。
- (2) 誤差 δx_i の分散を σ_i^2 と書くことにする。「統計学」で一般的に使用される「分散の定義」に従って、各分散 σ_i^2 を適切な式で表せ。
- (3) 誤差 δy の分散を σ_y^2 とするとき、 σ_y^2 と各 σ_i^2 との間に成立する関係式を導出せよ。

【2】次の各設問に答えよ。《解答用紙：緑色》

- (1) 2つの物理量 x, y の間に、 a 及び b を定数として、 $y = ax + b$ なる関係式が成立し、それらの物理量を n 回測定し、 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$) が得られたものとする。各測定の誤差が同一のガウス分布に従うものとして、 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$) から推定される定数 a 及び b を求めよ。
- (2) 次に、2つの物理量 x, y の間に成立する関係式は(1)と同一であるが、各測定の誤差については、
$$\frac{y_i - ax_i - b}{y_i} = 1 - a \left(\frac{x_i}{y_i} \right) - b \left(\frac{1}{y_i} \right)$$
 が同一のガウス分布に従う場合を考える。この場合に対して、 n 回の測定値の組 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$) から推定される定数 a 及び b を求めよ。

【3】次の各問に答えよ。《解答用紙：緑色》

- (1) ①移動平均による平滑化、または、②周波数領域法による雑音除去(低減化)のうち、いずれか一つを選び、その内容を説明せよ。
- (2) ③アナログーデジタル (A/D) 変換器 (一つの方式のみでよい) の動作原理、または、④アナログーデジタル変換における標本化定理のうち、いずれか一つを選択し、その内容を説明せよ。
- (3) デジタルーアナログ (D/A) 変換器の例を一つあげ、その動作原理を説明せよ。
- (4) 4端子法による抵抗測定方法を図示し、2端子法による測定方法と比較して、その特徴・利点を説明せよ。

【4】次の文章を読んで、下記の問いに答えよ。必要であれば、プランク定数 $h \cong 6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}$ を使用してよい。

《解答用紙：茶色》

(a) 物理実験では、宇宙からやって来る極微弱な光を観測したり、また、人間の生活に密着した音、光、熱、振動、あるいは位置など、さまざまな物理現象から生じる微少な信号を観測・測定する。

このような微少な信号を測定するためには、(b) それぞれの現象に固有の信号をできる限り高感度に生じさせる装置やセンサーを工夫し、製作する必要がある。しかし、装置やセンサーから得られる生の信号には、常に望まない不要な(c) 雑音が混ざっており、雑音が小さく、クリアな信号が得られることは極めて希である。そこで、(d) 如何にして雑音を減らし、本来の信号だけを取り出すかということが、物理実験の測定において極めて重要なこととなる。

- (1) 下線部(a)に関連して、極微弱な光を光電子増倍管やフォトダイオードなどの光検出器を使って検出する場合を考える。今、雑音としてショットノイズだけを考慮すると、検出される光の強度が増加するに従って信号のSN比は増加する。このことを、毎秒検出器に入ってくるフォトン数 n を用いて説明せよ。
- (2) 下線部(b)に関連して、波長 780 nm、1058 nm および 1560 nm の非常に微弱なレーザー光をシリコン ($E_g = 1.12 \text{ eV}$) のPINフォトダイオードを使って検出することを考えている。このとき、フォトダイオードで発生する微少な光電流をオペアンプで電圧信号に変換したい。このオペアンプを使った光電流増幅器のゲインが 10^6 [V/A] となるような回路を考え、その回路図を示せ。
- (3) 上記設問(2)において、これらのレーザー光をシリコンのPINフォトダイオードを使って検出する上で、もし何か重大な問題点があれば説明せよ。また問題がある場合には、その具体的な対策法について示せ。(注意：授業では特にやっていないので、一般的な知識を基に自分で考えること)
- (4) 下線部(c)の雑音について、ジョンソンノイズ、ホワイトノイズの中からどちらか一方について説明せよ。また、そのノイズを低減させるために有効な方法について説明せよ。ただし、ここではロックインアンプの使用は考えないものとする。
- (5) 下線(d)について、雑音に埋もれた微少な信号の検出を可能にする方法としてロックインアンプを使用する方法がある。このロックインアンプを使って 100 kHz に変調された微少な信号を検出する場合を考える。ロックインアンプ内に含まれるローパスフィルターの時定数を 10 秒 にしたとき、雑音除去能力は Q ($= \text{BPFの中心周波数} / \text{BPFの帯域}$) に換算していくらになるか。

【5】以下の問いに答えよ。《解答用紙：青色》

(A) コヒーレント時間が $100 \text{ } \mu\text{s}$ の波長 $0.6 \text{ } \mu\text{m}$ の連続発振レーザーを用いたドップラー速度計測について考える。計測物体の速度は、光速に比べて十分に遅い。

- (1) このレーザーのスペクトル幅はどの程度と考えられるか？
- (2) このときの計測速度精度はいかほどか？
- (3) $+30 \text{ MHz}$ のドップラーシフトの場合、計測物体の観測方向への速度はいくらか？

(B) 光を光子と考えた場合の、光子のエネルギーと運動量を求めよ。光の波長は $0.6 \text{ } \mu\text{m}$ 、プランク定数は $6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}$ とする。