離散数学　期末考査

実施：平成 21 年 7 月 29 日
担当：宮本　俊幸

問 1

$A = \{1, 2, \cdots, 8, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $D = \{3, 4, 5\}$, $E = \{3, 5\}$ とする．次の各条件について，X にあてはまる集合を A, B, C, D, E から選べ．

(1) X と B は互いに素である．
(2) $X \subseteq D$ であるが，$X \not\subseteq B$ である．
(3) $X \subseteq A$ であるが，$X \not\subseteq C$ である．
(4) $X \subseteq C$ であるが，$X \not\subseteq A$ である．

問 2

$A = \{1, 2\}$ とする．$2^A \times A$ の要素をすべて書け．

問 3

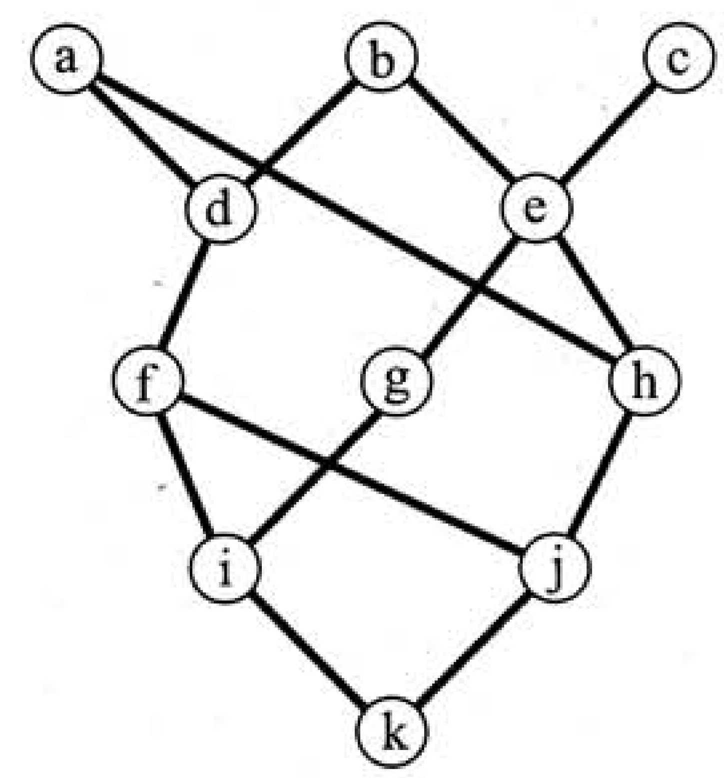
$W = \{1, 2, 3, 4\}$ とするとき，次の W 上の関係について考察せよ:

$$R_1 = \{(1,1), (2,1)\} \qquad R_4 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$$
$$R_2 = \{(1,1), (2,3), (4,1)\} \qquad R_5 = \{(1,3), (2,4)\}$$
$$R_3 = \{(3,4)\}$$

どの関係が，(1) 反射的か，(2) 対称的か，(3) 反対称的か，(4) 推移的か，各々決定せよ．

問 4

半順序集合 (S, R) のハッセ図を図に示す．また，$A = \{\mathrm{g}, \mathrm{h}\}$ とする．以下の各集合を外延的に記述せよ．

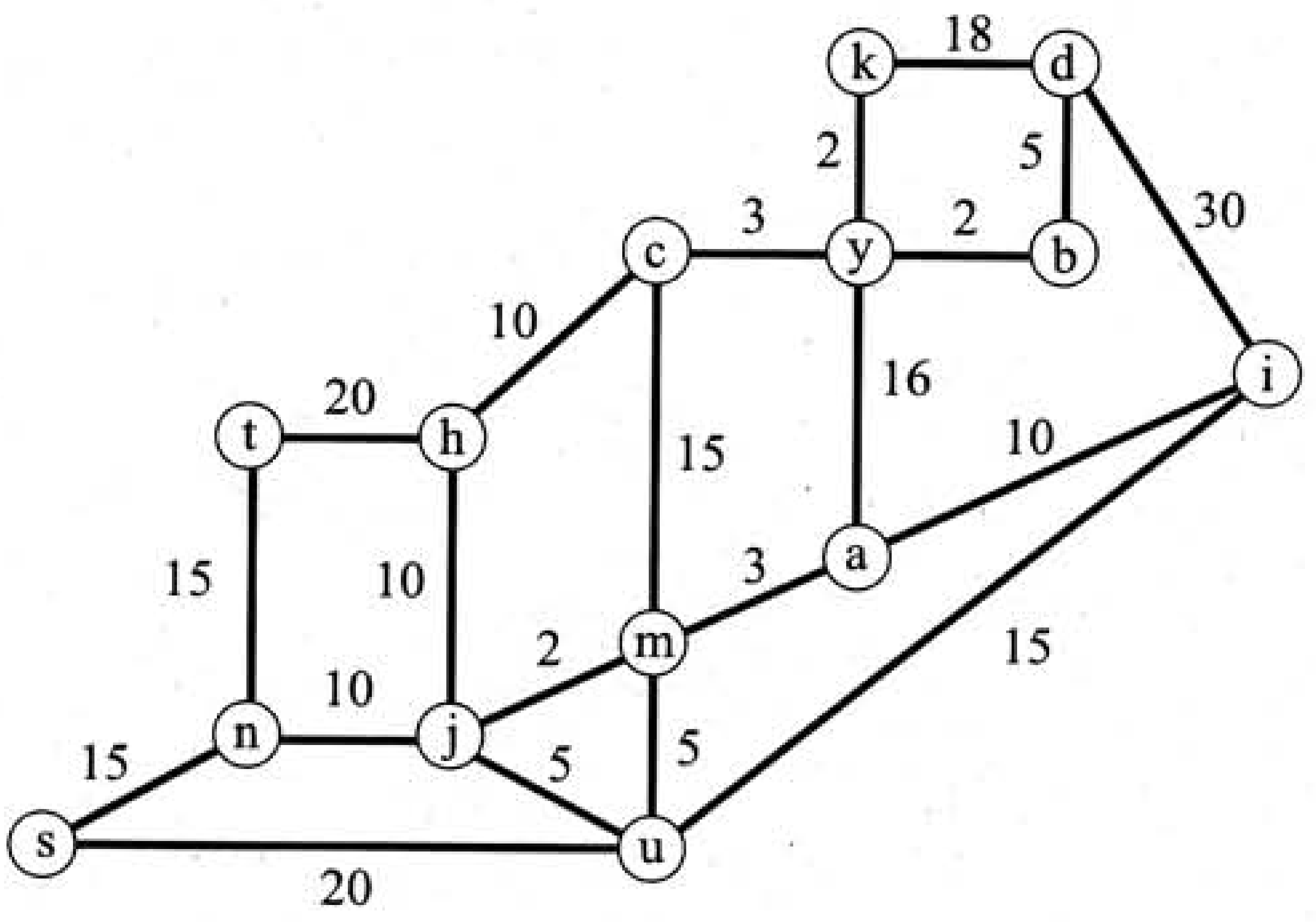


(1) $\{\sup A\}$
(2) $\{s \in S : \mathrm{h} R s\}$
(3) $\{s \in S : s$ は A の下界 $\}$
(4) $\{s \in S : \mathrm{f} \not{R} s \wedge s \not{R} \mathrm{f}\}$
(5) $\{s \in S : \exists t \in A : t R s\}$
(6) $\{\max\{s \in S : \forall t \in A : t \not{R} s\}\}$

裏面につづく

問 5

図に示す重み付き無向グラフ $G = (V, E)$ について以下の各問いに答えよ．



(1) deg(y) を求めよ．

(2) 各系列が歩道，小道，道，回路，閉路のいずれになるか答えよ．

(a) k, d, b, y

(b) n, j, m, a, y, k, d, i, a

(c) s, n, j, m, u, j, n, t, h, c, y, a

(d) u, m, c, y, a, i

(e) t, n, j, m, c, h, j, u, i, d, b, y, c, h, t

(3) このグラフをオイラーグラフにするためには，辺を最低何本追加する必要があるか答えよ．

(4) このグラフのクリーク（最大完全部分グラフ）を構成する頂点集合を答えよ．

(5) 阪急電鉄の駅（頂点 s, n, j, t, h, m, a, i, y, k, u）によって誘導される部分グラフを図示せよ．

(6) 三宮駅（頂点 s）から大学（頂点 d）までの最短路を求め，その長さ（辺重み和）を答えよ．

(7) 最小全域木を求め，その辺重み和を答えよ．

(8) 写像 $f : V \to 2^V$ を次式で定義する

$$f(v) = \{u \in V : d(u, v) \leq 20\}$$

$f(\mathrm{m})$, $f(\mathrm{s}) \cap f(\mathrm{u})$ を求めよ．