

## 1 実験条件

実験日時 2010（平成 22）年 4 月 15 日木曜日 午後 1 時～午後 4 時半

天気 曇り

気圧・気温・湿度 省略

## 2 実験の目的

ロックインアンプの原理と使い方を理解し、余分な周波数成分が混ざった光の中から、フィルタをかけて増幅して特定の波長のみを取り出せることを確認する。そして LED 光源と受光素子の間の距離とセンシングできる信号の関係について調べる。

## 3 実験の原理

ロックインアンプは測定信号と参照信号 2 つの入力を乗算することで、信号を直流成分と交流成分に分け、直流信号成分のみをローパスフィルタで取り出して出力するものである。バンドパスフィルタと違い、広い  $Q$  値<sup>\*1</sup>を持つため測定対象の周波数のみを非常に鋭く取り出すことができ、その周波数を可変できるという特徴がある。

最もシンプルなロックインアンプの原理について述べる。入力信号・出力信号をそれぞれ

$$V_s = V_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$V_r = \sin(\omega t) \quad (2)$$

とおく。これらを PSD で乗算すると、

$$V_s \times V_r = \frac{V_0}{2} \{1 + \cos(2\omega t)\} \quad (3)$$

のように周波数の和成分と差成分に変換される。右辺第 1 項が測定したい直流成分であり、この成分のみを LPF で取り出す。

実際のロックインアンプでは測定信号と参照信号の位相を同期させ出力する。このため PSD で乗算すると時間に不変な成分が出現し、 $V_0$  に比例した出力信号を観測することができる。

ロックインアンプの利用にあたって重要なパラメータがダイナミックリザーブである。ダイナミックリザーブとは雑音から微小信号を取り出す際に、その信号の大きさに対してどれほど大きい雑音までを許容できるかを表した値で、次の式で定義される。

$$\text{Dynamicreserve[dB]} = 20 \times \log \frac{\text{最大雑音電圧}}{\text{信号入力フルスケール}} \quad (4)$$

現在のロックインアンプは位相調整が不要な 2 位相ロックインアンプと呼ばれるものが主流である。これは参照信号に  $90^\circ$  位相をずらしたものをを用いることで、得られた 2 つの PSD 出力それぞれを LPF に通してから演算する構造で、目的の信号強度が簡単に得られると同時に位相差も計測できるという特徴がある。

---

<sup>\*1</sup>  $Q = \frac{f}{\Delta f}$ 、 $f$ ：中心周波数、 $\Delta f$ ：帯域幅

## 4 使用器具及び装置

- ロックインアンプ
- ファンクションジェネレーター
- オシロスコープ
- LED
- フォトディテクター
- ライトチョッパー
- 定規
- レール
- 配線ケーブル
- チョッパー土台
- 筆記用具・実験ノート・カメラ

## 5 実験結果

4-1-3 参照信号電圧：4.2[V]、周期：100[Hz]

4-1-4 参照信号電圧：4.2[V]、周期：150[Hz]

4-1-5 参照信号電圧：4.2[V]、周期：200[Hz]

4-1-7 結果は図1のようになった。縦軸は1目盛り 2.00[mV]、横軸は1目盛り 2.00[ms] である。

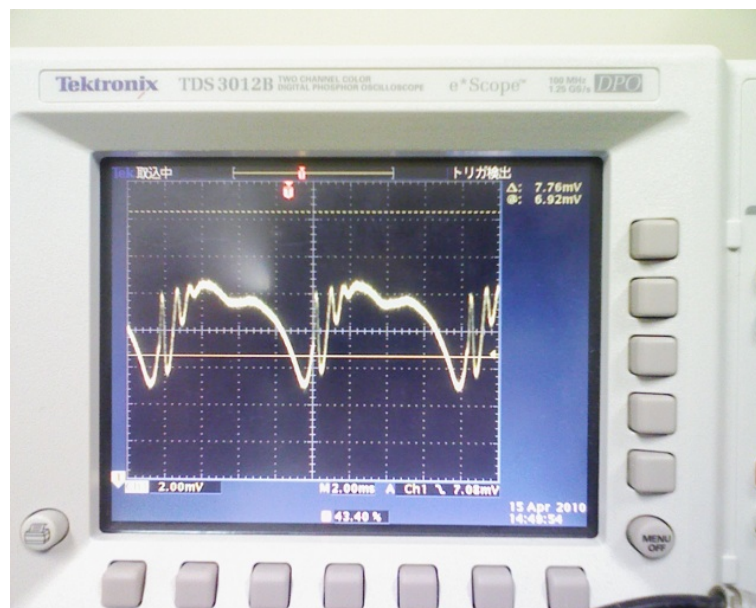


図1 オシロスコープの出力波形 (LED の距離=60cm)

4-1-8 60[cm] 離れた場所にある微弱な光を発する LED よりも、外部からの雑音、特に室内の蛍光灯の影響

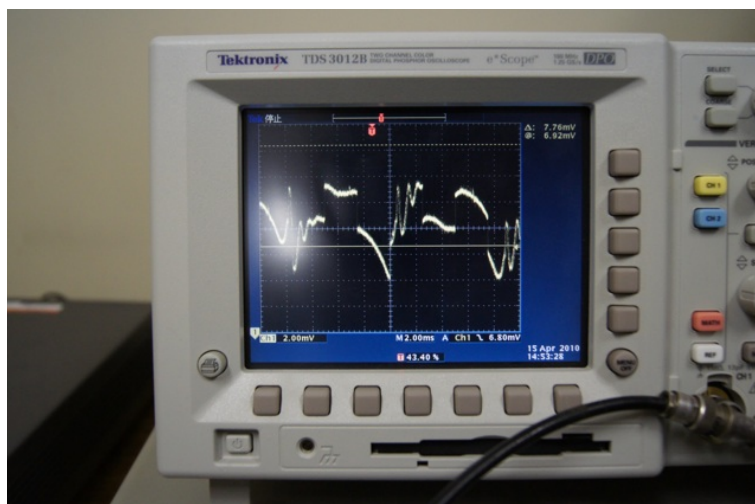


図2 オシロスコープの出力波形 (LED の距離=10cm)

を大きく受けているため。

4-1-9 結果は図2のようになった。縦軸は1目盛り2.00[mV]、横軸は1目盛り2.00[ms]である。

4-1-10 これまでは蛍光灯のノイズにまぎれていたLEDの光が、LEDを近づけたことによりフォトディテクターで強く観測されたから。

4-1-11 LEDを近づけたためにLEDの発する周波数成分と、それと近い雑音の周波数成分がうなりを引き起こしたため。緑色を発するLEDの光の波長は550[nm]前後である。一方の家庭用の一般的な蛍光灯は三波長型蛍光灯であり、水銀蒸気中のアーク放電で生じた光を管内の蛍光物質に当て、光の3原色RGBを発生させることで白色光を生み出している。その中のG、すなわち緑色成分がLEDの波長と近いため、干渉したと考えられる。

4-2-7 結果は表1のようになった。また、この値を元にX,Yの値をX-Y座標系にプロットしたのが図3である。

4-2-8 ロックインアンプのX,Y,Rの値が周期的に変化した。Xは0.85[mV]から1.54[mV]、Yは-0.3[mV]から0.39[mV]の範囲で変化していた。240[Hz]以外の周波数ではこの減少が見られなかったため、この周期的変化は240[Hz]固有の現象であると考えられる。X,Yの値が変化したのは計測している出力信号、すなわち直流信号成分に不要な成分がのったためだと推測され、原因については次節で考察する。

4-2-9 Dynamic reserve : Low, Sensitivity : 2[mV], Time constant : 1[s] (全て共通の値)

結果は表2のようになった。またこの値を横軸にr、縦軸にXをとってプロットしたものが図4である。

4-3-1 参照信号電圧 : 2.4[V]、周期 : 263[Hz]

4-3-2 270[Hz]で4-3-1と一致していることを確認した。

4-3-4 Dynamic reserve : Low, Sensitivity : 2[mV], Time constant : 1[s] (全て共通の値)

結果は表3のようになった。またこの値を横軸にr、縦軸にXをとってプロットしたものが図5である。

4-4-1 4-2-9 :  $A = 122.754$

4-3-4 :  $A = 121.148$

表 1  $\theta$  を変化させた時の X,Y,R の変化

$\theta [^\circ]$	X[mV]	Y[mV]	R[mV]
0	1.2319	0.0000	1.2319
30	1.0608	-0.6310	1.2336
60	0.6019	-1.0750	1.2313
90	-0.0163	-1.2301	1.2300
120	-0.6288	-1.0568	1.2295
150	-1.0705	-0.6007	1.2305
180	-1.2301	0.0165	1.2292
210	-1.0556	0.6282	1.2290
240	-0.5993	1.0707	1.2286
270	0.0162	1.2271	1.2263
300	0.6274	1.0537	1.2257
330	1.0699	0.5990	1.2256

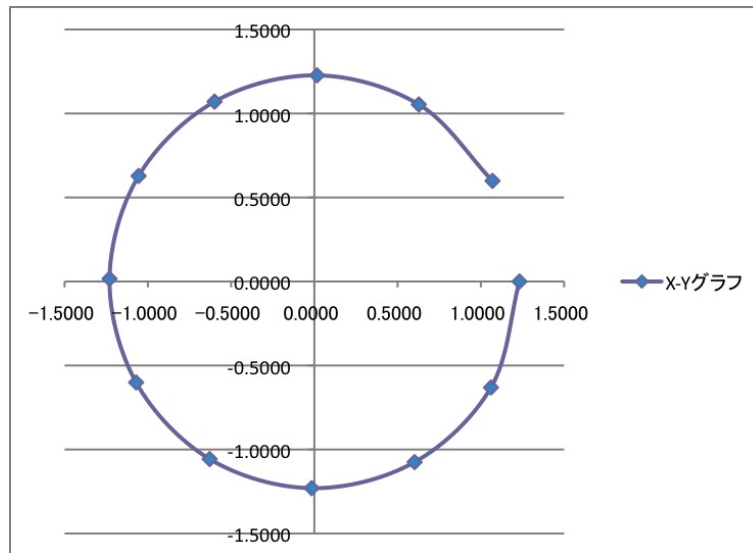


図 3 Y-X グラフ

表 2  $r$  を変化させた時の X,Y の変化 (入力信号: 200[Hz] 矩形波)

LED-フォトディテクタ間距離r[cm]	X[mV]	Y[mV]	$A/r^2$ 近似値	A
10	1.2239	-0.0163	1.22754	122.754
15	0.5470	-0.0073	0.545573333	
20	0.3093	-0.0040	0.306885	
25	0.2000	-0.0027	0.1964064	
30	0.1420	-0.0019	0.136393333	
35	0.1054	-0.0014	0.100207347	
40	0.0812	-0.0010	0.07672125	
45	0.0649	-0.0090	0.060619259	
50	0.0522	-0.0007	0.0491016	
55	0.0437	-0.0005	0.040579835	
60	0.0365	-0.0004	0.034098333	

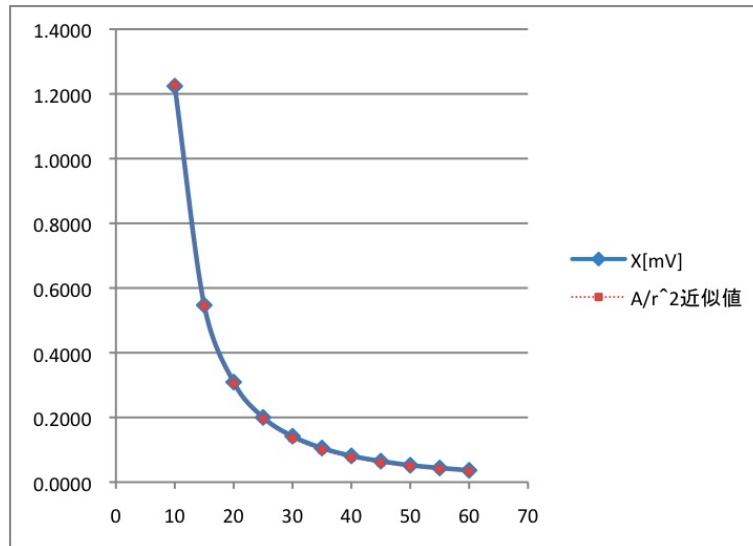


図4 Y-X グラフ (入力信号：200[Hz] 矩形波)

表3 rを変化させた時のX,Yの変化 (入力信号：270[Hz] パルス波)

LED-フォトディテクタ間距離r[cm]	X[mV]	Y[mV]	A/r <sup>2</sup> 近似値	A
20	0.3062	-0.0050	0.306885	121.148
25	0.1938	-0.0025	0.1964064	
30	0.1299	-0.0019	0.136393333	
35	0.0953	-0.0026	0.100207347	
40	0.0744	-0.0027	0.07672125	
45	0.0598	-0.0031	0.060619259	
50	0.0490	-0.0024	0.0491016	
55	0.0410	-0.0016	0.040579835	
60	0.0344	-0.0014	0.034098333	

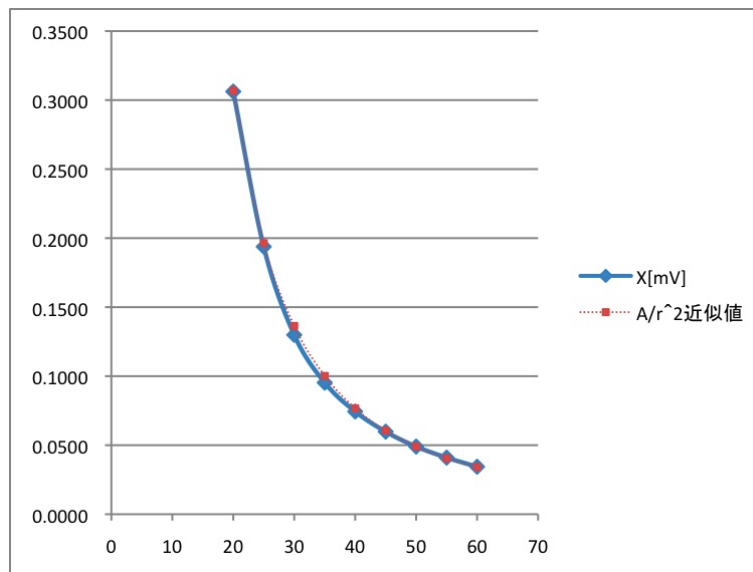


図5 Y-X グラフ (入力信号：270[Hz] パルス波)

4-4-2 Mathematica でフィッティングを行った結果、4 - 2 - 9 で得られたデータは関数  $R = \frac{122.754}{r^2}$  で近似できることが分かった。よって、この関数に  $r=5\text{cm}, 100\text{cm}$  を代入すれば、出力  $R$  はそれぞれ  $R=4.84592[\text{mV}], 1.22754 \times 10^{-2} [\text{mV}]$  が得られた。

同様に、4 - 3 - 4 で得られたデータは関数  $R = \frac{121.148}{r^2}$  で近似でき、 $r=5\text{cm}, 100\text{cm}$  を代入すれば出力  $R$  はそれぞれ  $R=4.91016[\text{mV}], 1.121148 \times 10^{-2} [\text{mV}]$  となった。

4-4-3 ある 1 点から出た光は放射線状に直進し、半径  $r$  の円の表面を直角に突き抜けることになる。円の表面積は  $S = \frac{4}{3}\pi r^2$  で表されるように半径の 2 乗に比例している。表面を通過する光の量は半径がいくら大きくなっても一定であるので、結局光の強さは半径の 2 乗に反比例して減少していく。実験結果はこのヨハネス・ケプラーの光の減衰の法則\*2 に一致していると考えられる。

## 6 検討

### 6.1 演習 1

測定信号と参照信号の周波数がずれると出力される直流信号にノイズがのり、正確な測定ができなくなった。また方形波として近似する式の次数を極端に下げすぎると、波の形がいびつになり出力信号の正確な測定ができなくなった。このため、測定信号と参照信号の周波数は必ず一致しておかねばならず、参照信号として発生させる方形波はできるだけ高次であるのが望ましいと考えられる。

また上記の理想的な条件下で、測定信号と参照信号の位相差が  $0^\circ$  のときには、出力信号はプラスになって直流成分が観測できるが、位相差がずれると信号成分が部分的にマイナスの領域に入ることが分かった。このため、最も正確な値を得るためには測定・参照両信号間の位相差を  $0^\circ$  に保つ必要がある。

以上はシミュレーション結果からの考察であるが、今回の実験で使用したロックインアンプは 2 位相タイプであったので、実験中の各手順では位相について考慮する必要がなかったと考えられる。

### 6.2 前準備：測定信号を発生させる

参照信号はロックインアンプが測定信号の周波数に合わせて自動的に調節するので、周波数は当然一致している。しかし電圧についてはロックインアンプが自動的に決めるものであるので、測定信号電圧とは関係なく一定であったと考えられる。

フォトディテクターと LED 間の距離が  $60[\text{cm}]$  と比較的遠い場合、室内の蛍光灯の光の影響を大きく受け、LED の光はほとんどフォトディテクターまで届いていなかったと考えられる。これは 4-1-8 の実験結果から推測され、オシロスコープで観察された波形は LED から発せられる規則的な形状ではなく、蛍光灯から出た複数の周波数成分が複雑に重なり合って届いたものであったと考えられる。

フォトディテクターと LED 間の距離を  $10[\text{cm}]$  に近づけると LED の光が観測されやすくなり、周期的に変化する波形がオシロスコープにも現れたと考えられる。LED の光はファンクションジェネレーターで発生させた  $200[\text{Hz}]$  の矩形波が元になっているため、周期的に ON/OFF を繰り返し、その様子が時間的に変化する波をなっており観察されている。この波と三波長型蛍光灯から発せられる緑色の波と干渉し、うなりを生じたため時間的に変化する波が見られたと考えられる。

---

\*2 逆 2 乗の法則とも呼ばれる。

### 6.3 ロックイン計測

4-2-7 はフォトディテクターで拾った LED の微細な信号と、蛍光灯などからによるノイズ信号を乗算しフィルタで振り分けるときの両信号間の位相差の関係を確認する実験である。位相  $\theta$  を変えながら X,Y,R 各パラメータを調べた。既に述べた通り、今回使用するのは 2 位相ロックインアンプであるので、 $X = 1.23 \cos \theta$ ,  $Y = 1.23 \sin \theta$ ,  $R = \sqrt{x^2 + y^2} = 1.23(const)$ ,  $\theta = \arctan \frac{y}{x}$  の関係が常に成り立っている。 $\theta = 0^\circ$  で位相がそろっているときには観測される電圧 X が最大で、 $\theta$  の値が大きくなるに従って減少し、 $\theta = 90^\circ$  で一旦 0 になった後さらに減少を続け、 $\theta = 180^\circ$  では X の値がマイナスに反転している。これはつまり、測定・参照両信号間の位相差が  $0^\circ$  に近いほど出力される直流信号が大きく観測されるということを意味していると考えられる。データをデカルト座標上にプロットすれば、数学的に中心 (0, 0)、半径 R の円の軌跡  $x^2 + y^2 = R^2$  を描くことは上記の数式から明らかであり、理論と実験結果が一致していることが分かる。

4-2-8 では 240[Hz] で X,Y,R の値が周期的に変化し安定しないという現象が観察されたが、原因としては蛍光灯が発する光の周波数の影響を受けていることが考えられる。商用電源の周波数は 60[Hz] であるが、大学の教室で見られるような旧式の蛍光灯照明ではグロースタート式の蛍光灯を用いているところが多く、その場合蛍光灯から発せられる光は商用電源周波数の 2 倍、すなわち 120[Hz] の周波数をもっている\*3仮に実験教室の蛍光灯がグロースタート式であったと仮定すれば、フォトディテクターで LED の光 240[Hz] と蛍光灯の光 120[Hz] を拾い、PSD と LPF で直流成分のみを取り出す際に、両者の波が混入し測定結果に誤差を与えたと推測され、実験結果と適合する。

4-2-9 は LED 光源の距離を変化させることでロックインアンプで計測できる直流信号の強度が変化するかどうかを調べる実験である。距離が近ければフォトディテクターで観測できる光の強度も大きいため、直流成分として測定できる X の値も大きい、距離が離れるにつれその値は小さくなっていく。実際にデータをグラフに取ると距離の 2 乗に反比例している関係が分かり、これは逆 2 乗の法則に当てはまっていると考えられる。

### 6.4 チョッパーを用いた直流測定信号のパルス化とその測定

LED の光を遮るチョッパーは 270[Hz] で回転するため、これが発生した参照信号と LED の光の周波数は 270[Hz] で一致している。そのため直流信号を取り出すのに最適な条件である。この条件下で、フォトディテクターで受け取った LED の光の強度が光源の距離によってどのように変化するかを調べるのが 4-3-4 の意図である。4-2-9 と比べると各値ともかなり一致していることが分かる。この結果は光の強度は距離の 2 乗に反比例することをよく示しており理論通りだと考えられる。

### 6.5 演習 2

4-2-9 及び 4-3-4 の実験において、ロックインアンプで X の値として観察したのは LED の光の強度を電気信号で置き換えたものであり、実験結果は光の強度が距離の 2 乗に反比例することを示している。これは、ヨハネス・ケプラーの光の減衰の法則にもよく当てはまり、理論と結果が一致していることが分かる。両実験の条件の違いは測定信号と参照信号の周波数が異なるのみなので、周波数に依存しない直流成分を測定しても結

\*3 電源電圧が  $A \sin \omega t$  で表されるとしたら、蛍光灯から出る光の強度 I はその  $2 \times \frac{1}{2}(1 - \cos^2(2\omega t))$  となり、周波数は 2 倍になっている。

果に大きな差は出てこないと考えられる。そのため Mathematica でフィッティングした曲線の式もほぼ同じ比例定数  $A$  を持つという予想通りの結果が得られている。

## 6.6 全体を通して

雑音の中から、任意の周波数成分の微弱な信号を取り出せるロックインアンプのメカニズムと使い方について理解することができたと思う。バンドパスフィルタにはない鋭い選択性を生かして、LED の光という極めて波長域の狭い光を取り出すことができ、PSD と LPF を使った回路の便利さがよく分かった。実験中は各手順ごとにスムーズに行えたが、オシロスコープの使い方を復習するのに思いのほか時間がかかってしまったことが反省である。今後も班員で協力し合って効率よく間違いのない実験が行えるように心掛けたい。

## 7 結論

ロックインアンプの基本構造は、周波数が同じ測定信号と参照信号同士の乗算回路および直流成分を取り出すローパスフィルタから成る。近年では  $\sin$  と  $\cos$  成分に分けて位相差を気にせず計測できる 2 位相ロックインアンプが主流で、簡単に正確な計測ができるようになったが、信号周波数によっては外部からの雑音をフィルタしきれず直流信号が安定しないことがあるので注意が必要である。

ロックインアンプを通して LED の光を蛍光灯のノイズの中から測定することが可能で、その信号強度は LED とフォトディテクター間の距離の 2 乗に反比例する。LED の光の周波数が変化しても、観測されるのは周波数に依存しない直流成分であるので、データは 1 つの関数系で記述できる。

## 8 謝辞

最後になったが、実験に協力してくれた班員の 5 人と、丁寧に指導して下さいった先生方・TA の方々に感謝申し上げたい。

## 9 参考文献

- 実験テキスト「ロックイン信号計測」
- 「大阪大学物理学実験 2008」大阪大学物理教育研究会編 学術図書出版社 第 2 版第 1 刷 第 2 編
- 「光波工学」栖原敏明著 コロナ社 初版第 5 刷 第 1 章
- 「物理学の基礎 [2] 波・熱」D. ハリディ・R. レスニック・J. ウォーカー共著 野崎光昭監訳 培風館 初版第 4 刷 第 16～18 章
- 「Wikipedia」<http://ja.wikipedia.org/>

以上