

1 実験条件

実験日時 2010（平成 22）年 12 月 2 日木曜日 午後 1 時～午後 5 時

天気 晴

気圧・気温・湿度 省略

2 実験の目的

直流サーボモータを用いたサーボ機構の原理を学び、フィードバック制御系としての校正を理解する。また各種シミュレーションにより速度・位置制御の特性を調べる。

3 実験の原理

3.1 サーボモータの概要

電気式サーボ機構は使う電力によって直流と交流に分けられる。前者は数 W から数百 kW まで幅広い出力を持つのが特徴であるが、後者は二相サーボモータが一般的でその出力は 100W 程度である。

図 1 に省電力速度サーボモータ機構を示す。直流サーボモータは通常の直流機と同じ構造であるが、特に応答速度が速くなるよう設計されている。回転速度を制御するためには電機子制御方式、界磁制御方式の 2 種類があるが、当実験では前者を用いている。

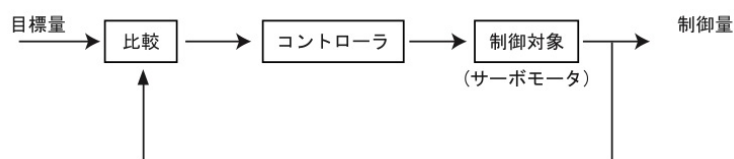


図 1 省電力速度サーボモータ機構の概略

図 2 が他励式直流サーボモータの回路である。電機子回路では電位差について

$$V_a = E + I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} \quad (1)$$

の式が成立する。ただし E :逆起電力。

磁束 ϕ は界磁電流に比例するが、界磁電流 I_f が一定ならば

$$E = K_1 I_f \cdot n = k_g \cdot n \quad (2)$$

となる。ただし n :回転速度、 k_g :逆起電力係数。

トルク T は電機子電流 I_a と磁束 ϕ の積に比例するので、 I_f が一定ならば

$$T = K_T I_a \quad (3)$$

である。ただし K_T :トルク係数。

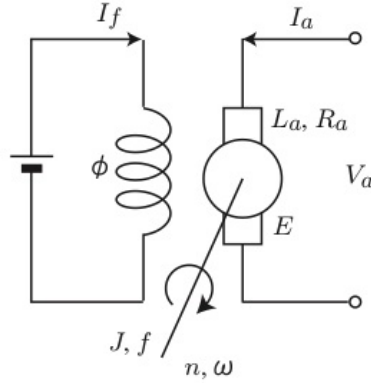


図2 他励式直流サーボモータ

一方、機械回路におけるトルク平衡式として次式が成立する。

$$T = J \frac{d\omega}{dt} + f\omega \quad (4)$$

ただし ω ：回転角速度、 J ：慣性モーメント、 f ：粘性摩擦係数。

以上の式と $\omega = 2\pi n$ および $k_g = 2\pi K_T$ を用いて入力電圧 $V_a(s)$ と回転速度 $n(s)$ の間の伝達関数 $G_M(s)$ を求めると

$$G_M = \frac{n(s)}{V_a(s)} = \frac{1}{2\pi} \frac{K_T/R_a}{JL_a/R_a s^2 + (J + L_a f/R_a)s + f + K_T^2/R_a} \quad (5)$$

通常 L_a の値は小さいので近似できてさらに

$$G_M(s) \sim \frac{1}{2\pi} \frac{K_T/R_a}{Js + f + K_T^2/R_a} = \frac{K_M}{T_M s + 1} \quad (6)$$

と簡単化できる。ただし K_M ：サーボモータのゲイン、 T_M ：サーボモータの時定数。以上より電機子電圧と回転速度の間には1次遅れの応答の関係があることが分かる。

3.2 PI 速度制御

速度制御システムのブロック線図を図3に示す。入力にはモータ電圧 V_m とトルク T_d 、出力はモータの角速度 ω_M のブロックにより構成されている。ただしトルク T_d は手動で慣性負荷に与える外乱トルク、 V_{sd} はシュミレータによる外乱電圧である。

当実験で速度制御に用いるのはPIコントローラで、多くの条件下で良い応答を示す一般的なアルゴリズムである。複雑な動特性を持つシステムにも応用されるが、単純なシステムにおいて最も理想に近い性能を示す。

PIコントローラの線形挙動は

$$u(t) = k_p \{b_{sp} r(t) - y(t)\} + k_i \int_0^t \{r(\tau) - y(\tau)\} d\tau \quad (7)$$

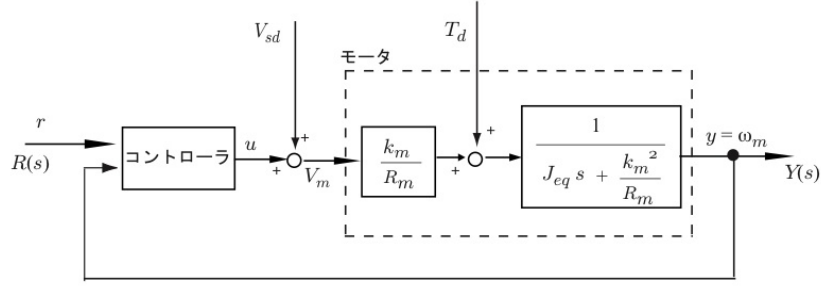


図3 速度制御のブロック線図

ただし $u(t)$: 制御信号、 $r(t)$: 基準入力、 $y(t)$: 測定されるプロセスの出力。基準入力 $r(t)$ はセットポイントとも呼ばれる。式7が示すようにコントローラの線形挙動は k_p : 比例ゲイン、 k_i : 積分ゲイン、 b_{sp} : セットポイントウェイト（目標値に対する重み）の3つのパラメータで決定される。

積分動作を持つコントローラの優れた特性として平衡があれば、常に定常状態を保つ点が存在する。これを見つけるためには $u(t)$ 、 $r(t)$ 、 $y(t)$ がそれぞれ定数 u_{ss} 、 r_{ss} 、 y_{ss} になると仮定すればよく、式7に代入すれば

$$u_{ss} = k_p(b_{sp}r_{ss} - y_{ss}) + k_i(r_{ss} - y_{ss})t \quad (8)$$

と表せる。左辺は明らかに定数なので、右辺も定数にならないといけない。よって $y_{ss} = r_{ss}$ となる。

3.3 PID 位置制御

位置制御のためのシステムブロック線図を図4に示す。

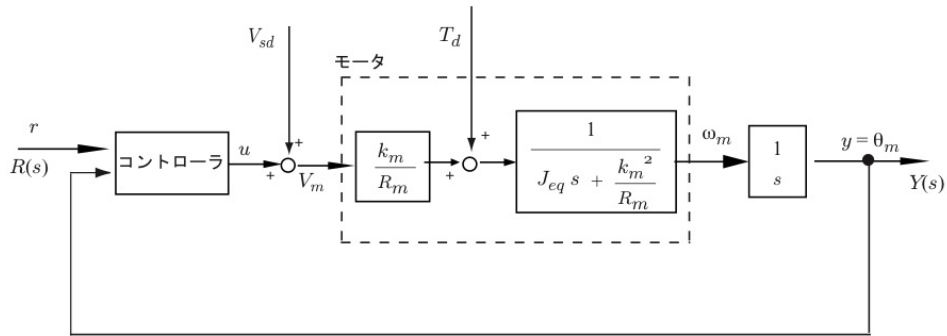


図4 位置制御のブロック線図

プロセスは入力にモータ電圧 V_m とトルク T_d 、出力にモータ角度 θ_m をもつブロックにより表現されている。トルク T_d は手で慣性負荷に与える外乱トルク、 V_{sd} はシュミレートによる外乱電圧である。

当実験で用いる PID コントローラにおける線形挙動は

$$u(t) = k_p\{b_{sp}r(t) - y(t)\} + k_i \int_0^t \{r(\tau) - y(\tau)\}d\tau + k_d \left\{ b_{sd} \left(\frac{d}{dt}r(t) \right) - \left(\frac{d}{dt}y(t) \right) \right\} \quad (9)$$

で表される。ただし $u(t)$: 制御信号、 $r(t)$: 基準入力、 $y(t)$: 測定されるプロセスの出力。基準入力 $r(t)$ はセットポイントとも呼ばれる。式 9 が示すように、コントローラの線形挙動は k_p : 比例ゲイン、 k_i : 積分ゲイン、 k_d : 微分ゲイン、 b_{sp} : 比例セットポイントウェイト（目標値に対する重み）、 b_{sd} : 微分セットポイントウェイト（目標値に対する重み）の 5 つのパラメータによって決定される。

PID コントローラは PI コントローラと類似しているが、先の状態の近似予測により振動を早く減衰させられる微分要素の追加を追加することで、さらなるフレキシビリティを可能にしている。

3.4 PI 速度制御と PD 位置制御の比較

モータ速度の PI 制御とモータ角度の PD 制御の間には類似点がある。図 5・6 に外乱を無視した場合のそれぞれのブロック線図を記した。これらの伝達関数は非常に似ているが、詳しくは検討の項で触れる。

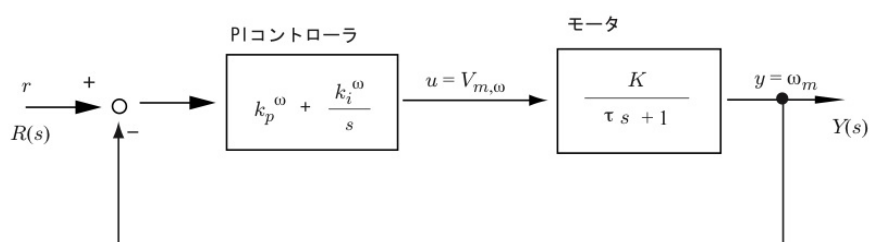


図 5 モータ速度の PI 制御のブロック線図

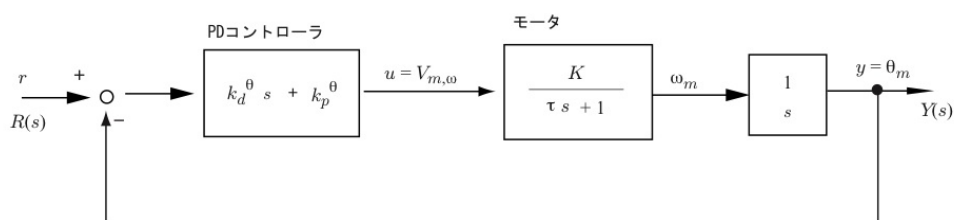


図 6 モータ位置の PD 制御のブロック線図

3.5 1 次遅れ要素のステップ応答

次の式 10 のような伝達関数で表される 1 次遅れ要素のステップ応答を考える。

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (10)$$

これに入力 $1/s$ をかけると s 領域での応答がわかるので、逆ラプラス変換して時間領域の応答 $y(t)$ を得る。

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K}{s(Ts + 1)} \right] = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{K}{s} - \frac{K}{s + 1/T} \right] = K(1 - \exp(-t/T)) \quad (11)$$

これを図示すると図 7 のようになる。応答の最終値は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} K\{1 - \exp(-t/T)\} = K \quad (12)$$

また $t=T$ のとき

$$y(T) = K\{1 - \exp(-1)\} \approx 0.632K \quad (13)$$

となる。すなわち 1 次遅れ要素のステップ応答が分かったとき、その波形の立ち上がりか 63.2% になるまでの時間を T 、単位ステップに対する応答波形の最大値を K とすれば良い。

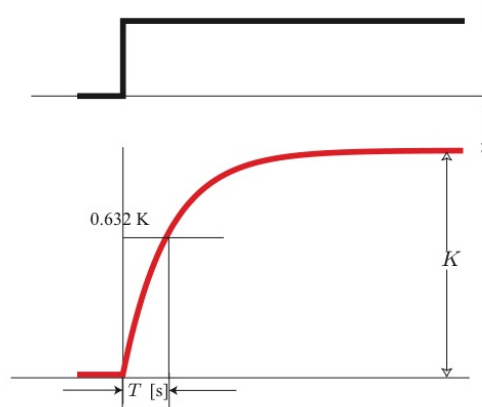


図 7 1 次遅れ要素のステップ応答

4 使用器具及び装置

- 直流サーボ実験装置一式 DCMCT
- 制御用パソコン
- MATLAB
- プリンタ
- 筆記用具・実験レジュメ・実験ノート

5 実験結果

実験 3.2：モデリング はじめに DCMCT と PC を接続し、PC 上で制御ソフト QICii を起動して Modelling を選択し、DCMCT 上に制御モジュールをダウンロードした。次に入力電圧として振幅が 4V、周期が 0.4[Hz] の方形波を設定しその応答波形を観察した。結果を図 8 に示す。この応答波形と一致するようにシミュレーション波形を作ったところ、 $K=20$ 、 $T=0.100$ であった。

実験 3.3：速度制御シミュレーション はじめにシミュレーションソフト Matlab で速度シミュレーションモデル Speed.mdl を読み込んだ。このモデルでは予め速度検出の時間遅れ 0.015s とモータ入力電圧のリミッタ $\pm 15V$ が考慮されている。次にモータの係数設定ウインドウに実験 3.2 の最後で求めた $K=20$ 、 $T=0.100$ を入力した。さらに PID コントローラの係数を比例項 $k_p=0.02$ 、積分項 $k_i=0$ 、微分項 $k_d=0$

を入力した。 b_{sp} は常に 1 に設定されていた。そして比例項 k_p を 0.1 ずつ 0.52 まで増やして応答波形のピーク値と定常偏差の値を求めたところ表 1 が得られた。どの応答波形も収束していた。

続いて比例項 $k_p=0$ 、積分項 $k_i=0.1$ に設定し、積分項 k_i を 0.7 ずつ 3.6 まで増やしてピーク値と定常偏差の値を求めたところ表 2 が得られた。 k_i が大きくなると応答波形は振動していた。

表 1 実験 3.3.6 結果

比例項 K_p	ピーク値	定常偏差
0.02	42.857	107.143
0.12	106.1	44.12
0.22	129.3	27.78
0.32	140.1	20.28
0.42	147.6	15.9
0.52	152.0	13.17

表 2 実験 3.3.8 結果

積分項 K_i	ピーク値	定常偏差
0.1	149.8	0.2
0.8	186.5	0
1.5	210	0
2.2	223	0
2.9	230	0
3.6	246.1	0

比例項 k_p と積分項 k_i を調整して振幅がもっとも小さくなり、応答が早い波形を求めたところ、比例項 $k_p=0.12$ 、積分項 $k_i=1.5$ であった。この時のステップ応答波形を図 9 に示す。

最後にボード線図モデル `sp.bode.m` を読み込み、比例項 $k_p=0.02$ 、積分項 $k_i=0.2$ 、微分項 $k_d=2.5885 \times 10^{-8} \sim 0$ に設定した時のボード線図を図 10 に示す。

実験 3.4：速度制御実験 最初に QICii の SpeedControl を選択してダウンロードし、Amplitude=50.0、Frequency=0.40Hz、Offset=100.00、 $k_p=0.02$ 、 $k_i=0$ 、 $b_{sp}=1$ に設定した。次に k_p を 0.1 ずつ 0.52 まで増やしてピーク値と定常偏差を求めたところ表 3 のようになった。応答波形は収束していた。続いて $k_p=0$ 、 $k_i=0.1$ に設定し、 k_i を 0.7 ずつ 3.6 まで増やしてピーク値と定常偏差の値を求めたところ表 4 のようになった。

表 3 実験 3.4.3 結果

比例項 K_p	ピーク値	定常偏差
0.02	43.8	106.2
0.12	112.4	42.7
0.22	136.1	27.0
0.32	145.7	19.6
0.42	151.23	15.36
0.52	154.4	12.7

表 4 実験 3.4.5 結果

積分項 K_i	ピーク値	定常偏差
0.1	151.31	0.11
0.8	185.9	0
1.5	207.2	0
2.2	221.2	0
2.9	226.4	0
3.6	257.5	0

振幅がもっとも小さくなり、応答が早い波形が得られるよう比例項 k_p と積分項 k_i を調節したところ、比例項 $k_p=0.22$ 、積分項 $k_i=1.5$ であった。この時のステップ応答波形を図 11 に示す。

ここで入力を正弦波に切り替えて、比例項 $k_p=0.02$ 、積分項 $k_i=0.20$ 、微分項 $b_{sp}=1$ に設定し、周波数 $0.4\text{Hz} \cdot 1\text{Hz} \cdot 2\text{Hz}$ のそれぞれに対して応答波形を観察した。結果を図 12～14 に示す。

最後に Amplitude=0 の定値入力を与えた安定な状態で、回転部を手で軽く押さえて外乱トルクを発生させた。ただし $k_p=0$ 、 $k_i=2$ の場合と $k_p=0.3$ 、 $k_i=0$ の場合の 2 パターンを調べた。この時の出力波

形を図 15・16 に示す。

実験 3.5：位置制御シミュレーション MATLAB から Position.mdl を読み込み、モデルウィンドウでオブジェクトのパラメータ画面を表示して、実験 3.2 の最後で求めた $K=20$ 、 $T=0.100$ を入力した。モデルウィンドウの PID コントローラの係数には $k_p=0.4$ 、積分項 $k_i=0$ 、微分項 $k_d=0$ を入力した。 k_p を 0.6 ずつ 4.0 まで増加させたときのピーク値と、観察できた場合は定常偏差も記録し、表 5 の結果を得た。応答波形は k_p が大きくなると振動的であった。続いて $k_p=2$ 、積分項 $k_i=0.0$ 、微分項 $k_d=0$ に設定した。 $b_{sp} \cdot b_{sd}$ は共に最初から 1 に固定されていた。 k_d を 0.02 ずつ 0.1 まで増やしてピーク値と存在すれば定常偏差も求め表 6 の結果を得た。

表 5 実験 3.5.4 結果

比例項 K_p	ピーク値	定常偏差
0.4	4.03	0.03
1.0	5.73	0
1.6	6.94	0
2.2	7.1	0
2.8	9.45	0
3.4	5.7	0
4.0	10.53	0

表 6 実験 3.5.6 結果

微分項 K_d	ピーク値	定常偏差
0	7.15	0
0.02	6.16	0
0.04	5.19	0
0.06	4.38	0
0.08	3.725	0
0.1	3.20	0

最後に $k_p=2$ に固定したとき最も応答が早く振幅が小さい出力が得られるときの $k_i \cdot k_d$ を調べたところ、 $k_i=0 \cdot k_d=0.11$ であった。この時のステップ応答波形を図 17 に示す。

実験 3.6：位置制御実験 QICii で Position Control を選択しダウンロードする。各係数を Amplitude = 3、Frequency = 0.4 Hz、O?set = 0、 $k_p=0.4$ 、 $k_i=0$ 、 $k_d=0$ 、 $b_{sp}=1$ 、 $b_{sd}=1$ に設定した。ここで k_p を 0.6 ずつ 4.0 まで増やしてピーク値と存在すれば定常偏差も求めた。結果を表 7 に示す。次に $k_p=2$ 、 $k_i=0$ 、 $k_d=0$ に設定して k_d を 0.02 ずつ 0.1 まで増やしてピーク値と定常偏差を調べた。結果を表 8 に示す。

表 7 実験 3.6.3 結果

比例項 K_p	ピーク値	定常偏差
0.4	3.759	0.135
1.0	2.956	0.029
1.6	3.02	0.018
2.2	3.377	0.013
2.8	3.736	0.0051
3.4	4.023	0.0129
4.0	4.278	0.00407

表 8 実験 3.6.5 結果

微分項 K_d	ピーク値	定常偏差
0	6.51	0.0375
0.02	4.868	0.0098
0.04	3.658	0.024
0.06	2.976	0.0211
0.08	2.978	0.0241
0.1	2.98	0.0225

最後に $k_p=2$ に固定して最も応答が早く収束する波形ができるときの k_i 、 k_d を求めたところ、 $k_i=0.06$ 、 $k_d=0.3$ であった。この時の波形を図 18 に示す。

6 検討

1. PI 制御の伝達関数 $G_1(s)$ は図 5 より

$$\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s}\right) \left(\frac{K}{\tau s + 1}\right) \{R(s) - Y(s)\} = T(s) \quad (14)$$

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s}\right) \left(\frac{K}{\tau s + 1}\right)}{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s}\right) \left(\frac{K}{\tau s + 1}\right) + 1} \quad (15)$$

となる。同様に PD 制御の伝達関数 $G_2(s)$ は図 6 より

$$(k_d^\theta s + k_p^\theta) \left(\frac{K}{\tau s + 1}\right) \frac{1}{s} \{R(s) - Y(s)\} = Y(s) \quad (16)$$

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(k_d^\theta + \frac{k_p^\theta}{s}\right) \left(\frac{K}{\tau s + 1}\right)}{\left(k_d^\theta + \frac{k_p^\theta}{s}\right) \left(\frac{K}{\tau s + 1}\right) + 1} \quad (17)$$

となる。2 式は分母・分子に現れるパラメータ k_p 、 k_i 、 k_d の有無が異なる以外非常によく類似している。詳しく見ると、式 15 では積分ゲイン k_i があるので偏差を 0 にする反応ができるが、微分ゲイン k_d がいないため未来の誤差に対応できないと考えられる。一方、式 17 は微分ゲイン k_d があるので応答速度を上げることができるが、積分ゲイン k_i がいないため過去の誤差に対応できないと考えられる。

- 2.(a) 図 8 をもとに、理論の 3.5 節にしたがってパラメータを求めたところ、 $K=20$ 、 $T=0.111$ になった。シミュレーション結果は $K=20$ 、 $T=0.100$ であったため、 K は一致している。 T は実験値とシミュレーションの値に 0.011 の差があるが、グラフ上の計測誤差があるのでほぼ一致していると考えられる。すなわち、実験値はシミュレーション結果をよく反映していると言える。
- 2.(b) はじめに速度制御について、実験 3.3.6 と 3.4.3 を比較する。表 1 と表 3 をそれぞれグラフに描いたのが図 19 と図 20 である。グラフより比例項 k_p を大きくさせるとピーク値は大きくなるが、定常偏差は小さくなることが分かる。すなわち、比例項は応答波形の偏差を 0 に近づけるはたらきがあると言える。両者のグラフはほとんど形が一致しており、シミュレーション結果が正しいことが実験で証明された。

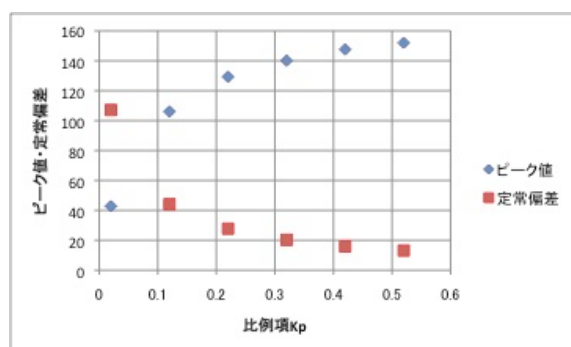


図 19 実験 3.3.6：シミュレーション結果

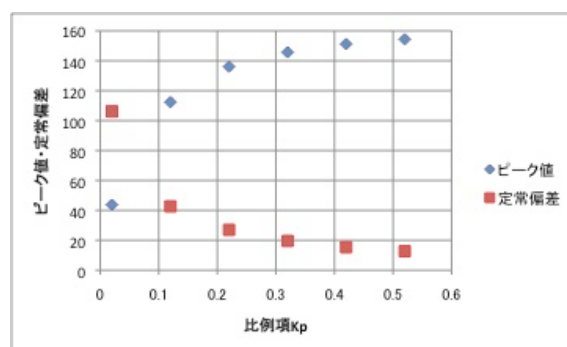


図 20 実験 3.4.3：実験結果

次に実験 3.3.8 と 3.4.5 を比較する。表 2 と表 4 をそれぞれグラフに描いたのが図 21 と図 22 である。グラフより積分項 k_i が大きくなるとピーク値もしだいに大きくなることが分かった。このピーク値は k_p のみで制御した実験 3.3.6 や 3.4.3 よりも大きな値をとっている。定常偏差ははじめからほとんどなかった。よって速度制御では積分項は偏差には関係なく、ピークを増幅させる影響があると考えられる。

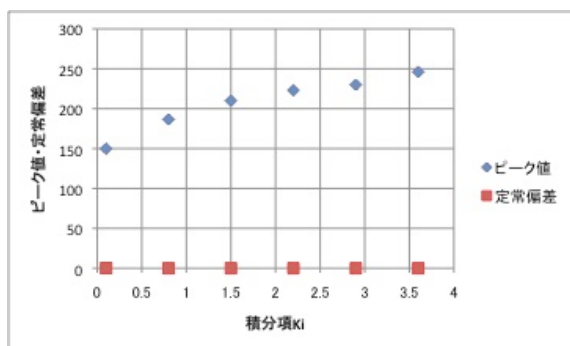


図 21 実験 3.3.8：シミュレーション結果

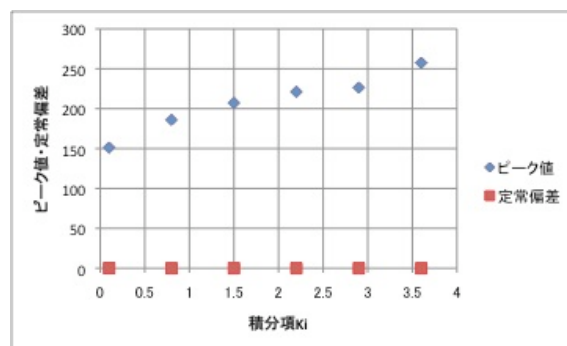


図 22 実験 3.4.5：実験結果

続いて位置制御について、実験 3.5.4 と 3.6.3 を比較する。表 5 と表 7 をそれぞれグラフに描いたのが図 23 と図 24 である。比例ゲインが増加すると両者とも定常偏差は小さいままであることが分かるが、ピーク値は増加し応答波形が発散する傾向が読み取れた。ただしピーク値のグラフの形・値は全く異なっており、シミュレーションの値が実験値よりも大きく出ていることが分かる。この原因として、シミュレーションでは考慮していない誤差、特に非線形誤差であるモータにおける摩擦・空気抵抗が影響していることが考えられる。

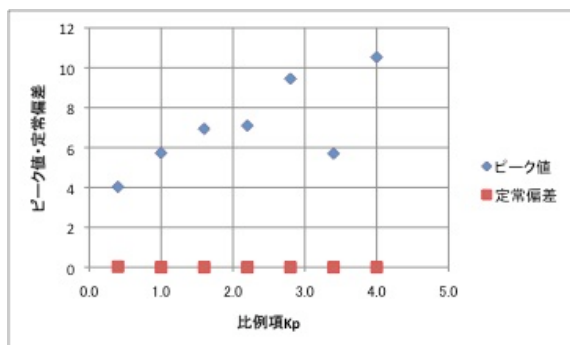


図 23 実験 3.5.4：シミュレーション結果

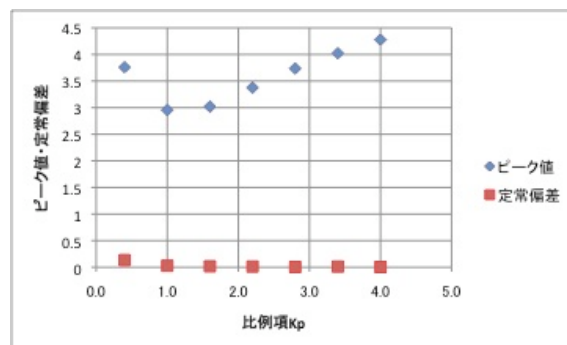


図 24 実験 3.6.3：実験結果

実験 3.5.6 と 3.6.5 を比較する。表 6 と表 8 をそれぞれグラフに描いたのが図 25 と図 26 である。比例ゲインを一定にした上で微分ゲインを増加させるとピーク値は次第に減少する傾向が読み取れた。定常偏差は小さいままであった。ピーク値はシミュレーションでは 1 次関数的に減少しているが、実験結果では $k_d=0.06$ 以降 3 前後で一定になっており、全体的な値も小さくなっている。これはシミュレーションで考慮されていないモータの摩擦・抵抗といった機械的損失が影響していると考えられる。

さらに最も制御特性のよい応答波形についてシミュレーションと実測値を比べる。実験 3.3.9 の応答波形と 3.4.6 の応答波形について、シミュレーションでは図 9 のように比例項 $k_p=0.12$ 、積分項 $k_i=1.5$

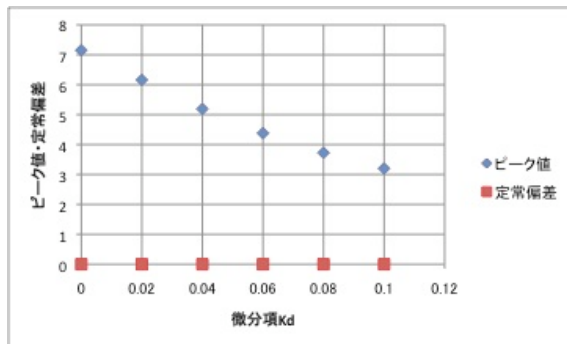


図 25 実験 3.5.6：シミュレーション結果

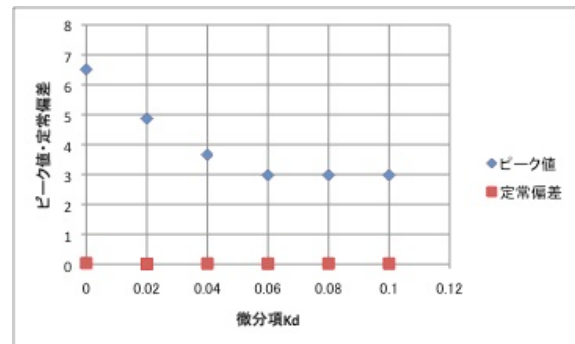


図 26 実験 3.6.5：実験結果

の時に理想的な波形が得られた。一方実験では図 11 のように比例項 $k_p=0.22$ 、積分項 $k_i=1.5$ で最も良い波形が得られた。これより実際の系では比例ゲインを大きく取った方が良い波形が得られると考えられる。またステップ応答に対してシミュレーションでは 0.45[s] で、実験では 0.19[s] で振動が収まっている。つまり、実際の PI コントローラではシミュレーションよりも振動が早く減衰することが推測される。

実験 3.5.7 と 3.6.6 の応答について比べる。シミュレーションより図 17 の応答波形が得られ、この時 $k_i=0 \cdot k_d=0.11$ であった。一方実際の系では図 18 の応答波形が得られ $k_i=0.06$ 、 $k_d=0.3$ であった。実際のシステムでは積分ゲインは 0 近くに設定し、微分ゲインはシミュレーションよりも高めに設定すれば理想的な波形が得られると推測される。応答波形が安定するにはシミュレーションでは 0.27[s]、実験では 0.21[s] かかっており、PID コントローラでもシミュレーションより実際の系の方が早く波形が減衰すると考えられる。

- 2.(c) 実験 3.4.7 で調べた周波数ごとの応答波形からゲインと位相差を計算し表 9 にまとめた。これをもとに周波数を $\omega[\text{rad/s}] (= 2\pi f)$ に変換してボード線図を作成したところ図 27・28 のようになった。

表 9 実験 3.4.7：ゲインと位相差

周波数 [Hz]	周波数 [rad/s]	正弦波入力ピーク値	応答波形ピーク値	ゲイン [dB]	位相差 [deg]
0.4	2.51	150.14	144.97	-0.304365452	-40
1	6.28	150.4	133.3	-1.048353737	-70
2	12.57	150.8	115.9	-2.286358111	-86

実験 3.3.10 で得られた図 10 における値を読み取ると次のとおりである。

表 10 実験 3.3.10：ゲインと位相差

周波数 [Hz]	ゲイン [dB]	位相差 [deg]
0.4	-1.5	-29.7
1	-5	-53.2
2	-15	-79.8

両者のグラフを比べると形状は似ており、周波数が高くなればゲインは下がり、位相のずれは大きくな

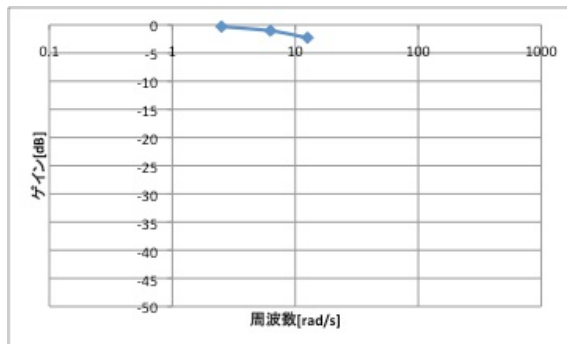


図 27 実験 3.4.7：ボード線図（ゲイン）

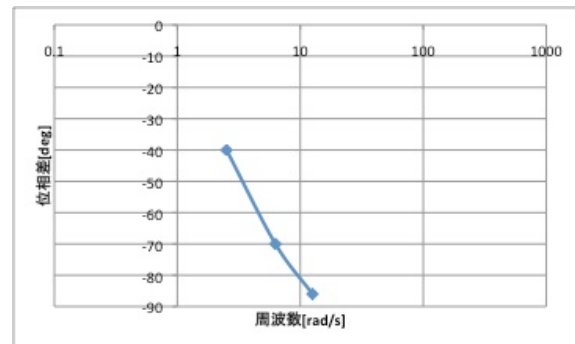


図 28 実験 3.4.7：ボード線図（位相）

ることが分かる。ただし各々の値について見ると、同じ周波数において、実際の系はシミュレーション結果よりも増幅率が小さくなり、かつ位相のずれは大きくなっている。シミュレーションと実験値の差を具体的に計算してまとめたのが表 11 で、シミュレーション結果を基準にすると平均してゲインは 81%、位相差は 22% ずれていることが分かった。シミュレーションと実験値の差はゲインの方が顕著である。原因として外部から系に加わる外乱が推測されるが、中でもゲインの誤差が大きいことから、増幅器が飽和しきってしまったためではないかと考えられる。

表 11 シミュレーション結果に対する実際の系のゲインと位相の相対誤差

周波数 [Hz]	ゲインの相対誤差 [%]	位相の相対誤差 [%]
0.4	80	34
1	79	24
2	85	7.8
平均	81	22

- 2.(d) 実験 3.4.8 で積分ゲインのみを与えた $k_p=0$ 、 $k_i=2$ の場合の応答波形である図 15 を見ると、外乱トルクが加わった直後の振動が徐々に減衰して収まっていく様子が観測できる。すなわち、過去の入力に反応する積分ゲインの影響で、外乱トルクが時間が経つに連れて消失していったと考えられる。次に図 16 の比例ゲインのみを加えた $k_p=0.3$ 、 $k_i=0$ の場合を見ると、外乱が加わった後は図 15 のような大きな振動を伴いながら減衰せず、小さな振動が見られた後短時間で定常状態に戻っている。つまり、現在の入力に対して反応する比例ゲインの影響で外乱がすぐに打ち消されたものと推測できる。
3. 式 18 に示した比例動作の伝達関数から、比例ゲイン k_p を大きくすれば入力がある一定の倍率 k_p で出力されることが分かる。検討 2(b)・(d) より、 k_p は現在の偏差を小さくする働きがあり、その値が大きいほどピーク値が大きくなることが分かる。そのため、現在の誤差を打ち消すには有限の大きさを取らねばならないが、その値はピークを狭めるためできるだけ小さいほうが好ましい。

$$G(s) = P \quad (18)$$

次に式 19 に示した積分動作の伝達関数から、積分ゲイン k_i は出力の増加の割合を決め、過去の偏差を減衰させる働きがあることが分かる。そしてその値が大きくなるほどピーク値も大きくなる。よって、

定常偏差を打ち消すには有限の値をとりながら、できるだけ小さいことが好ましい。

$$G(s) = \frac{K}{s} \quad (19)$$

式 20 に示した微分動作の伝達関数より、入力を微分する動作は偏差の変化率を見ていることになるので、微分ゲイン k_d を大きくすると定常値に落ち着くまでの時間が短くなることが分かる。すなわち k_d は未来の偏差の予測を行っていると言える。また、 k_d の値が大きくなったときに比例ゲインや積分ゲインほどピーク値が大きくなる。よって、比例ゲインや積分ゲインによる動作を適切に抑止して、システムを安定に保つ働きがあると考えられる。

$$G(s) = Ds \quad (20)$$

4. 速度制御システムの非線形要素による効果を考察する。図 3 のブロック線図でコントローラを図 5 で示した PI 制御と仮定し、入力 $R(s)=0$ とした場合の外乱トルク T_d 、外乱電圧 V_{sd} と出力 $Y(s)$ の間の関数は

$$Y(s) = \frac{\left(V_{sd} \frac{k_m}{R_m} + T_d \right) \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}}}{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s} \right) \frac{k_m}{R_m} \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}} + 1} \quad (21)$$

と表される。この式より、外乱がなければそれによる出力も 0 になるが、 $T_d \cdot V_{sd}$ が値を持てば、その大きさの分だけ出力も比例して大きくなることが分かる。例えば $V_{sd}=1$ 、 $T_d=0$ の場合は出力が $\frac{V_{sd} \frac{k_m}{R_m} \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}}}{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s} \right) \frac{k_m}{R_m} \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}} + 1}$ 倍されることが分かる。ただし実際の系では $T_d \cdot V_{sd}$ が同時に値を持ち、 $T_d \cdot V_{sd}$ を与える関数型は非線形であるため、出力もそれに応じて不規則な変動を持つことが予想される。入力 $R(s)$ も加味して考えた場合の出力 $Y(s)$ は式 21 と同じように導出できて

$$Y(s) = \frac{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s} \right) \frac{k_m}{R_m} \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}}}{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s} \right) \frac{k_m}{R_m} \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}} + 1} R(s) + \frac{\left(V_{sd} \frac{k_m}{R_m} + T_d \right) \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}}}{\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s} \right) \frac{k_m}{R_m} \frac{1}{J_{eq}s + \frac{k_m^2}{R_m}} + 1} \quad (22)$$

となる。この式から、 $T_d \cdot V_{sd}$ の外乱（右辺第 2 項）に負けない安定した応答を作るためには、ゲイン k_p^ω と k_i^ω を高く設計し、 $\left(k_p^\omega + \frac{k_i^\omega}{s} \right) \frac{k_m}{R_m}$ の項（右辺第 1 項）を大きくして入力 $R(s)$ を高く増幅すればいいことが分かる。

7 結論

1. サーボモータの速度制御には PD 制御が、位置制御には PID 制御が用いられ、システムのパラメータを適切に設計することにより、安定した応答を示すシステムを作ることができる。
2. 実際のシステムでは外部からの非線形要素により、必ずしもシミュレーションの結果と一致しない。

3. 比例ゲインは増幅率を、積分ゲインは定常偏差を 0 にする速さを、微分ゲインは定常値になるまでの応答速度を上げる役割がある。

8 謝辞

最後になったが、実験に協力してくれた班員の 6 人と、丁寧に指導して下さいった先生方・TA の方々に感謝申し上げたい。

9 参考文献

- 実験テキスト・レジュメ「A4. モーションコントロールの基礎実験」
- 「PID 制御の基礎と活用」山本重彦 加藤尚武著 朝倉書店 初版第 1 刷
- 「図解とシミュレーションで学ぶサーボ制御技術入門」本田昭・長崎仁典著 日刊工業新聞社 初版第 1 刷
- 「大阪大学物理学実験 2008」大阪大学物理教育研究会編 学術図書出版社 第 2 版第 1 刷 第 2 編
- 「 \LaTeX 2_ε 美文書作成入門 改訂第 4 版」奥村晴彦著 技術評論社 第 4 版第 6 刷

以上