

p6

まず、

$$dx^\lambda = \frac{1}{2}(dz^\lambda + d\bar{z}^\lambda), \quad dy^\lambda = \frac{1}{2i}(dz^\lambda - d\bar{z}^\lambda)$$

であるから、領域 $U \subset C^n$ で定義された複素微分形式は $dz^1, dz^n, d\bar{z}^1, d\bar{z}^n$ を使って表わされる*。そのとき

$$\omega = \sum f_{a_1 \dots a_p \bar{b}_1 \dots \bar{b}_q} dz^{a_1} \wedge \dots \wedge dz^{a_p} \wedge d\bar{z}^{b_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{b_q} \quad \{n\}$$

のような微分形式を、 (p, q) 次の微分形式、または単に (p, q) -形式とよぶ。

$$\omega = \sum f_{AB} dz^A \wedge d\bar{z}^B$$

もし ω が上のように (p, q) -形式ならば、 $d\omega$ は形式と形式の和に書ける。すなわち、

$$d\omega = d'\omega + d''\omega \quad \{n\}$$

と書ける。ただし、ここで

$$d'\omega = \sum d'f_{AB} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^B, \quad d''\omega = \sum d''f_{AB} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^B \quad *$$

$$[d\omega = \sum \sum \frac{\partial f_{AB}}{\partial z^\lambda} dz^\lambda \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^B + \sum \{ \sum \frac{\partial f_{AB}}{\partial \bar{z}^\lambda} d\bar{z}^\lambda \} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^B]$$

$d''f_A = 0$ 。このような $(p, 0)$ 次の微分形式を正則 p -形式、
説明 {多様体}

$$\omega = \sum_{i_1 < \dots < i_p, j_1 < \dots < j_q} \omega_{i_1 \dots i_p \bar{j}_1 \dots \bar{j}_q} dz^{i_1} \wedge \dots \wedge dz^{i_p} \wedge d\bar{z}^{j_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{j_q}$$

例

$$dx^1 = \frac{1}{2}(dz^1 + d\bar{z}^1), \quad dx^2 = \frac{1}{2i}(dz^1 - d\bar{z}^1)$$

$$dx^3 = \frac{1}{2}(dz^2 + d\bar{z}^2), \quad dx^4 = \frac{1}{2i}(dz^2 - d\bar{z}^2)$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{1}{2!} \left\{ \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2} \right) dx^1 \wedge dx^2 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^3} \right) dx^1 \wedge dx^3 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^4} \right) dx^1 \wedge dx^4 \right. \\ &\quad + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^1} \right) dx^2 \wedge dx^1 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^3} \right) dx^2 \wedge dx^3 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^2}, \frac{\partial}{\partial x^4} \right) dx^2 \wedge dx^4 \\ &\quad + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^3}, \frac{\partial}{\partial x^1} \right) dx^3 \wedge dx^1 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^3}, \frac{\partial}{\partial x^2} \right) dx^3 \wedge dx^2 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^3}, \frac{\partial}{\partial x^4} \right) dx^3 \wedge dx^4 \\ &\quad \left. + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^4}, \frac{\partial}{\partial x^1} \right) dx^4 \wedge dx^1 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^4}, \frac{\partial}{\partial x^2} \right) dx^4 \wedge dx^2 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial x^4}, \frac{\partial}{\partial x^3} \right) dx^4 \wedge dx^3 \right\} \\ &= \frac{1}{2!0!} \left\{ \omega \left(\frac{\partial}{\partial z^1}, \frac{\partial}{\partial z^2} \right) dz^1 \wedge dz^2 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial z^2}, \frac{\partial}{\partial z^1} \right) dz^2 \wedge dz^1 \right. \\ &\quad + \frac{1}{1!1!} \left\{ \omega \left(\frac{\partial}{\partial z^1}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^1} \right) dz^1 \wedge d\bar{z}^1 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial z^1}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^2} \right) dz^1 \wedge d\bar{z}^2 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial z^2}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^1} \right) dz^2 \wedge d\bar{z}^1 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial z^2}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^2} \right) dz^2 \wedge d\bar{z}^2 \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{0!2!} \left\{ \omega \left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}^1}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^2} \right) d\bar{z}^1 \wedge d\bar{z}^2 + \omega \left(\frac{\partial}{\partial \bar{z}^2}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^1} \right) d\bar{z}^2 \wedge d\bar{z}^1 \right\} \right\} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \omega\left(\frac{\partial}{\partial z^1}, \frac{\partial}{\partial z^2}\right) = \omega\left(\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial x^1} - i\frac{\partial}{\partial y^1}\right\}, \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial x^2} - i\frac{\partial}{\partial y^2}\right\}\right) \\
& = \omega\left(\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^2}\right) + \omega\left(\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^1}, -\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^2}\right) + \omega\left(-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^1}, \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^2}\right) + \omega\left(-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^1}, -\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^2}\right) \\
& = \frac{1}{2}\frac{1}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}\right) - \frac{1}{2}\frac{i}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial y^2}\right) + -\frac{i}{2}\frac{1}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial y^1}, \frac{\partial}{\partial x^2}\right) + \frac{i}{2}\frac{i}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial y^1}, \frac{\partial}{\partial y^2}\right) \\
& \omega\left(\frac{\partial}{\partial z^1}, \frac{\partial}{\partial \bar{z}^1}\right) = \omega\left(\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial x^1} - i\frac{\partial}{\partial y^1}\right\}, \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial x^1} + i\frac{\partial}{\partial y^1}\right\}\right) \\
& = \omega\left(\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^1}\right) + \omega\left(\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^1}\right) + \omega\left(-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^1}, \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x^1}\right) + \omega\left(-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^1}, \frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y^1}\right) \\
& = \frac{1}{2}\frac{i}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial y^1}\right) - \frac{i}{2}\frac{1}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial y^1}, \frac{\partial}{\partial x^1}\right) \\
& = \frac{1}{2}\frac{i}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial y^1}\right) + \frac{i}{2}\frac{1}{2}\omega\left(\frac{\partial}{\partial x^1}, \frac{\partial}{\partial y^1}\right) \\
& [= \sum \sum \left\{ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_{AB}}{\partial x^\lambda} () + \frac{\partial v_{AB}}{\partial y^\lambda} () \right\} - \frac{i}{2} \left\{ \frac{\partial u_{AB}}{\partial y^\lambda} () - \frac{\partial v_{AB}}{\partial x^\lambda} () \right\} \right\} \{dx^\lambda + idy^\lambda\} \wedge \{dx^A + idy^A\} \wedge \{dx^B - idy^B\} \\
& + \sum \sum \left\{ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_{A\bar{B}}}{\partial x^\lambda} () - \frac{\partial v_{A\bar{B}}}{\partial y^\lambda} () \right\} + \frac{i}{2} \left\{ \frac{\partial u_{A\bar{B}}}{\partial y^\lambda} () + \frac{\partial v_{A\bar{B}}}{\partial x^\lambda} () \right\} \right\} \{dx^\lambda - idy^\lambda\} \wedge \{dx^A + idy^A\} \wedge \{dx^B - idy^B\}]
\end{aligned}$$

p87

p96

M 上の微分形式

$$\varphi = \frac{1}{r!} \sum \varphi_{j_1 b_1 \dots j_r b_r} dz_j^{b_1} \wedge dz_j^{b_2} \wedge \dots \wedge dz_j^{b_r}$$

について考察する。係数 $\varphi_{j_1 b_1 \dots j_r b_r}$ は一般に複素数値をとる関数とする。

であるから

$$dx_j^{2\alpha-1} = \frac{1}{2}(dz_j^\alpha + d\bar{z}_j^\alpha), \quad dx_j^{2\alpha} = \frac{1}{2i}(dz_j^\alpha - d\bar{z}_j^\alpha)$$

これを (3.20) の右辺に代入して整理すれば

$$\varphi = \sum_{p+q=r} \frac{1}{p!q!} \sum \varphi_{j_1 \alpha_1 \dots j_p \bar{\alpha}_p \bar{j}_1 \dots \bar{j}_q} dz^{a_1} \wedge \dots \wedge dz^{a_p} \wedge d\bar{z}_j^{b_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}_j^{b_q}$$

となる。特に断らない限り係数にはについてもについても反対称であるとする。

$$\varphi^{(p,q)}$$

$$d\varphi^{(p,q)}$$

$$\partial\varphi = \quad \bar{\partial}\varphi =$$

と定義することはいうまでもない。

$$d = \partial + \bar{\partial}$$

となることは明らかであろう。

微分幾何講義 p15

正則局所座標を用いると $dx^i = \frac{1}{2}(dz^i + d\bar{z}^i)$, $dy^i = \frac{1}{2i}(dz^i - d\bar{z}^i)$ であるので、任意の k 次微分形式 α は

$$\omega = \sum_{i_1, \dots, i_p, \bar{j}_1, \dots, \bar{j}_q} \omega_{i_1 \dots i_p \bar{j}_1 \dots \bar{j}_q} dz^{i_1} \wedge \dots \wedge dz^{i_p} \wedge d\bar{z}^{\bar{j}_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{\bar{j}_q}$$

と表される。、の形のもの的一次結合で書かれる微分形式を (p,q) 形式、あるいは (p,q) 型の微分形式という。

多様体 p198

$$\omega_{i_1 \dots i_p \bar{j}_1 \dots \bar{j}_q} =$$

これから直ちに ω が (p, q) 型微分形式ならば $(p', q') \neq (p, q)$ のときつねに 0 であり、したがって、 (p, q) 型微分形式 ω は一意的に

$$\omega = \sum_{i_1 < \dots < i_p, j_1 < \dots < j_q} \omega_{i_1 \dots i_p j_1 \dots j_q} dz^{i_1} \wedge \dots \wedge dz^{i_p} \wedge d\bar{z}^{j_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{j_q} \quad (6)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial z^i} dz^i + \frac{\partial f}{\partial \bar{z}^i} d\bar{z}^i \quad (7)$$

の表示 (6) に外微分作用素 d を施せば、(7) を用いて

$$d\omega = \sum_{i_1 < \dots < i_p, j_1 < \dots < j_q} \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{\partial \omega_{i_1 \dots i_p j_1 \dots j_q}}{\partial z^k} dz^k + \frac{\partial \omega_{i_1 \dots i_p j_1 \dots j_q}}{\partial \bar{z}^k} d\bar{z}^k \right\} dz^{i_1} \wedge \dots \wedge dz^{i_p} \wedge d\bar{z}^{j_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{j_q}$$

8.3.2 { 理論 p271 }

とし r, s を $r + s = q$ を満たす正整数とする。 $V_i \in$ を $T_p M^+$ あるいは $T_p M^-$ のどちらかのベクトルとする。 V_i のうち r 個が $T_p M^+$ に属し s 個が $T_p M^-$ に属するとき意外は $\omega(V_1, \dots, V_q) = 0$ とする。このようなを双次数 (r, s) である。あるいは単に (r, s) -形式であるという。

接空間の基底を (8.13) のようにとる。双対基底は (8.14) で与えられる。これらの基底のもとで双次数 (r, s) の微分形式 ω は

$$\omega = \frac{1}{r!s!} \omega_{a_1 \dots a_r b_1 \dots b_s} dz^{a_1} \wedge \dots \wedge dz^{a_r} \wedge d\bar{z}^{b_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{b_s}$$

とかかれる。

$$\omega_{a_1 \dots a_r b_1 \dots b_s} =$$

8.3.3 { 理論 p272 }

$$d\omega = \frac{1}{r!s!} \omega_{a_1 \dots a_r b_1 \dots b_s} dz^{a_1} \wedge \dots \wedge dz^{a_r} \wedge d\bar{z}^{b_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{b_s}$$

$$d = \partial + \bar{\partial}$$

$$d'\omega = \frac{\partial \omega_{A\bar{B}}}{\partial z^\lambda} dz^\lambda \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^B$$

$$d''\omega = \frac{\partial \omega_{A\bar{B}}}{\partial \bar{z}^\lambda} d\bar{z}^\lambda \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^B$$

Dolbeault 作用素

定義 8.3 M を複素多様体とする。 ω を満たすならば r -形式は正則 r -形式とよばれる。

Dolbeault 複体。双対輪体。双対境界輪体、
次-コホモロジー群。

8.2.3 { 理論 p267 }

$$\frac{\partial}{\partial z^\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} - i \frac{\partial}{\partial y^\alpha} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}^\alpha} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x^\alpha} + i \frac{\partial}{\partial y^\alpha} \right)$$

$$dz^\alpha = dx^\alpha + i dy^\alpha \quad d\bar{z}^\alpha = dx^\alpha - i dy^\alpha$$

8.3.1 { 理論 p270 }

p96

(p,0) 形式の係数が正則関数なるときを正則 p 形式とよぶ。

曲面上の関数論 p69

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}}(u + iv) = \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + i \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \bar{z}}(u + iv) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + i \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \right]$$

曲面上の関数論 p94

$$dz_\alpha = dx_\alpha + i dy_\alpha, \quad d\bar{z}_\alpha = dx_\alpha - i dy_\alpha$$

$$d = \partial + \bar{\partial}$$

と表してもよい。

座標 $z_\alpha = x_\alpha + i y_\alpha$ と関数 $f(x, y) = f(z)$ に対して

ここで、

同様に、微分形式 $\omega = f_\alpha dz_\alpha + g_\alpha d\bar{z}_\alpha$ に対しても

$$d\omega = \frac{\partial f_\alpha}{\partial \bar{z}_\alpha} d\bar{z}_\alpha \wedge dz_\alpha + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z_\alpha} dz_\alpha \wedge d\bar{z}_\alpha$$

p47

双対境界輪体。

を層係数をもつ q 次のコホモロジー群。

複素関数入門 p50

$$\frac{\partial}{\partial z} f(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{i}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} f(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{i}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

p6

領域 $U \subset C^n$ で定義された複素微分形式は $dz^1, \dots, dz^n, d\bar{z}^1, \dots, d\bar{z}^n$ を使って表わされる。そのとき

$$\omega = \sum f_{a_1 \dots a_p \bar{b}_1 \dots \bar{b}_q} dz^{a_1} \wedge \dots \wedge dz^{a_p} \wedge d\bar{z}^{\bar{b}_1} \wedge \dots \wedge d\bar{z}^{\bar{b}_q}$$

のような微分形式を、 (p, q) 次の微分形式または単にとよぶ。

$$\omega = \sum f_{A\bar{B}} dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}}$$

$$d\omega = d'\omega + d''\omega$$

と書ける。ただし、ここで

$$d'\omega = \sum d'f_{A\bar{B}} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}}, \quad d''\omega = \sum d''f_{A\bar{B}} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}}$$

$$[d\omega = \sum d'f_{A\bar{B}} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}} + \sum d''f_{A\bar{B}} \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}}]$$

$$[d\omega = \sum \sum \frac{\partial f_{A\bar{B}}}{\partial z^\lambda} dz^\lambda \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}} + \sum \sum \frac{\partial f_{A\bar{B}}}{\partial \bar{z}^\lambda} d\bar{z}^\lambda \wedge dz^A \wedge d\bar{z}^{\bar{B}}]$$

$$[d\omega$$

$$= \sum \sum \left\{ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_{A\bar{B}}}{\partial x^\lambda} () + \frac{\partial v_{A\bar{B}}}{\partial y^\lambda} () \right\} - \frac{i}{2} \left\{ \frac{\partial u_{A\bar{B}}}{\partial y^\lambda} () - \frac{\partial v_{A\bar{B}}}{\partial x^\lambda} () \right\} \right\} \{dx^\lambda + idy^\lambda\} \wedge \{dx^A + idy^A\} \wedge \{dx^{\bar{B}} - idy^{\bar{B}}\}$$

$$+ \sum \sum \left\{ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_{A\bar{B}}}{\partial x^\lambda} () - \frac{\partial v_{A\bar{B}}}{\partial y^\lambda} () \right\} + \frac{i}{2} \left\{ \frac{\partial u_{A\bar{B}}}{\partial y^\lambda} () + \frac{\partial v_{A\bar{B}}}{\partial x^\lambda} () \right\} \right\} \{dx^\lambda - idy^\lambda\} \wedge \{dx^A + idy^A\} \wedge \{dx^{\bar{B}} - idy^{\bar{B}}\}]$$

$d''f_A = 0$ 。このような $(p, 0)$ 次の微分形式を正則 p -形式、

p96

$(p, 0)$ 形式の係数が正則関数なるときを正則 p 形式とよぶ。

p69

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}(u + iv) &= \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + i \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \left[\frac{\partial}{\partial \bar{z}}(u + iv) \right] &= \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + i \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right) \end{aligned}$$

p94

$$dz = dx + idy, \quad d\bar{z} = dx - idy$$

$$d = \partial + \bar{\partial}$$

と表してもよい。

座標 $z = x + iy$ と関数 $f(x, y) = f(z)$ に対して
ここで、

同様に、微分形式 $\omega = f_\alpha dz_\alpha + g_\alpha d\bar{z}_\alpha$ に対しても

$$d\omega = \frac{\partial f_\alpha}{\partial \bar{z}_\alpha} d\bar{z}_\alpha \wedge dz_\alpha + \frac{\partial g_\alpha}{\partial z_\alpha} dz_\alpha \wedge d\bar{z}_\alpha$$

理論 p271

複素関数入門 p50

$$\frac{\partial}{\partial z} f(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{i}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} f(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{i}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

p1

一般に、複素数の値をとる関数を複素関数と呼ぶことにする。そして、領域 UC^n で定義された複素関数 $f(z) = f(z^1, \dots, z^n)$ が次の 2 条件のどちらかを満足するとき、この関数は正則であるという。

- () 各点に対して、関数はその近傍で収束するべき級数で表わされる。
- () $f(z)$ は U 上連続で、各変数 $z (= 1, \dots, n)$ に関して正則である。

$$z_1 = x_1 + ix_2, z_2 = x_3 + ix_4, \dots, z_n = x_{2n-1} + ix_{2n}$$

$$z = (x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{2n-1}, x_{2n})$$

p4

定義 1.1 領域 DC^n において $f(z) = f(z_1, z_2, \dots, z_n)$ が連続で各変数 $z_k, k = 1, 2, \dots, n$, について正則なるとき $f(z_1, z_2, \dots, z_n)$ は D で正則であるとい

p9

{ }{ }

定義 1.2.1 $u(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) + iv(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ が、
$$\begin{bmatrix} a_1 + ib_1 \\ \vdots \\ a_n + ib_n \end{bmatrix}$$
 において全微分可

能であるとは、次が成り立つ

$$\begin{aligned} & u(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) + iv(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) \\ &= u(a_1, b_1, \dots, a_n, b_n) + iv(a_1, b_1, \dots, a_n, b_n) \\ &+ \{\alpha_1 + i\beta_1\}\{x_1 + iy_1\} - \{a_1 + ib_1\} + \dots + \{\alpha_n + i\beta_n\}\{x_n + iy_n\} - \{a_n + ib_n\} \\ &+ \epsilon_R() + i\epsilon_I() \end{aligned}$$

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < \left\| \begin{bmatrix} x_1 + iy_1 \\ \vdots \\ x_n + iy_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 + ib_1 \\ \vdots \\ a_n + ib_n \end{bmatrix} \right\| < \delta$ となるす

すべての $\begin{bmatrix} x_1 + iy_1 \\ \vdots \\ x_n + iy_n \end{bmatrix}$ に対し
$$\left\| \frac{\epsilon_R() + i\epsilon_I()}{\left\| \begin{bmatrix} x_1 + iy_1 \\ \vdots \\ x_n + iy_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 + ib_1 \\ \vdots \\ a_n + ib_n \end{bmatrix} \right\|} \right\| < \epsilon$$

となることを意味する。

p13

n 次元複素多様体とは、次のような 2 条件を満たす開被覆 $\{U_j\}$ と写像

$$: U_j \rightarrow C^n$$

をもつ Hausdorff 空間 X である：

- (a) 各 j に対し、 (U_j) は C^n の開集合で、 U_j からへの同相写像である。
- (b) $U_j U_k$ が空集合でないときは、いつでも

が正則写像になっている。

いま

p34

連結 Hausdorff 空間の上に局所複素座標系 $\{z_1, z_2, \dots, z_j, \dots\}$ が定義されているとき上に複素構造が定義されているという。複素構造が定義されている連結 Hausdorff 空間、すなわち局所複素座標系が定義されている連結 Hausdorff 空間を複素多様体とよび、 M, N 等の文字で表わす。

P114

$$\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

f を $o(g)\{x \rightarrow a\}$ と

P120

$$f(a+h) - f(a) = ch + o(|h|) \quad \{h \rightarrow 0\}$$

P51 ~ 52

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $|x - a| < \delta$ となるすべての x に対し $|f(x) - b| < \epsilon$ となることを言う。

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

[どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |x - a| < \delta$ となるすべての x に対し $|\frac{f(x)}{g(x)} - 0| < \epsilon$ となることを言う。]

[どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |h| < \delta$ となるすべての h に対し $|\frac{f(a+h) - f(a)}{|h|} - 0| < \epsilon$ となることを言う。]

$$\{\forall \epsilon > 0\} \{\exists \delta > 0\} \{\forall \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \in U\right\} \{0 < \left\| \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \right\| < \delta \implies \left| \frac{\epsilon_0(h_1, \dots, h_n)}{\left\| \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \right\|} < \epsilon\}$$

となることをいう。