

p13

n 次元 複素多様体 とは $\{U_j\}$ 次のような 2 条件を満たす開被覆 $\{U_j\}$ と写像

$$\varphi_j : U_j \longrightarrow C^n$$

をもつ Hausdorff 空間 X である：

- (a) 各 j に対し、 $\varphi_j(U_j)$ は C^n の開集合で、 φ_j は U_j から $\varphi_j(U_j)$ への同相写像である。
- (b) $U_j \cap U_k$ が空集合でないときは、いつでも

$$\varphi_k \circ \varphi_j^{-1} : \varphi_j(U_j \cap U_k) \longrightarrow \varphi_k(U_j \cap U_k)$$

$$\left[\begin{array}{c} x_k^1(\mathbf{p}_j(x_j^1, y_j^1, \dots, x_j^n, y_j^n)) + iy_k^1(\mathbf{p}_j(x_j^1, y_j^1, \dots, x_j^n, y_j^n)) \\ \vdots \\ x_k^n(\mathbf{p}_j(x_j^1, y_j^1, \dots, x_j^n, y_j^n)) + iy_k^n(\mathbf{p}_j(x_j^1, y_j^1, \dots, x_j^n, y_j^n)) \end{array} \right]$$

が正則写像になっている。

もう一つの 複素多様体 を Y とし、 $\{(V_k, \psi_k)\}$ がその局所座標系で、写像 $f : XY$ が座標系 (U_j, φ_j)

と (V_k, ψ_k) に関して正則ならば (すなわち、 $\psi_k \circ f \circ \varphi_j^{-1} [=$
$$\left[\begin{array}{c} x_k'^1(\mathbf{f}(\mathbf{p}_j())) + iy_k'^1(\mathbf{f}(\mathbf{p}_j())) \\ x_k'^2(\mathbf{f}(\mathbf{p}_j())) + iy_k'^2(\mathbf{f}(\mathbf{p}_j())) \\ \vdots \\ x_k'^m(\mathbf{f}(\mathbf{p}_j())) + iy_k'^m(\mathbf{f}(\mathbf{p}_j())) \end{array} \right]$$

が正則ならば)、単に $f : XY$ が正則であるということができる。

{いま

{一つの位相空間 X 上に与えられた二つの (複素構造) $\{(U_j, \varphi_j)\}$ と $\{(V_k, \psi_k)\}$ が同値であるとは、空でない $U_j \cap V_k$ に対し

$$\psi_k \circ \varphi_j^{-1} : \varphi_j(U_j \cap V_k) \longrightarrow \psi_k(U_j \cap V_k)$$

が常に正則同形写像であることである。}

{いま、 U_j 内の開集合 U で定義された関数 f が局所座標系 (z^1, \dots, z^n) の正則関数ならば (すなわち、 $f \circ \varphi^{-1}$ が C^n の領域で正則ならば)、他の局所座標系に関しても正則であるから、}

{ f は他の局所座標系に関しても正則である。したがって、座標系に言及することなく、}

p16

例。

その商空間が n 次元複素射影空間である。、はの原点を通る複素直線の集合と考えられる。

をの斉次座標系、そして z_j を U_j で定義された非斉次座標系とよぶ。

複素多様体講義 p1

複素多様体とは、パラコンパクトな位相空間であって、次元複素数空間の開集合と同相な開集合で覆われ、かつそれらの開集合が重なるところでは、ふたつの局所座標が複素解析的変換によって変換されるようなもの、すなわち、正則関数、

例

p

を、それぞれ次元と次元の複素多様体とする。連続写像は、像の点での局所座標が、もとの点の局所座標の正則関数で表せるとき、正則写像とよばれる。

p34

連結 Hausdorff 空間の上に局所複素座標系 $\{z_1, z_2, \dots, z_j, \dots\}$ が定義されているとき上に複素構造が定義されているという。複素構造が定義されている連結 Hausdorff 空間、すなわち局所複素座標系が定義されている連結 Hausdorff 空間を複素多様体とよび、 M, N 等の文字で表わす。

p34

例 の点に対して

は上の原点を通る複素直線である。上を通る複素直線の全体の集合を次元複素射影空間といい、射影空間の点はすなわち複素直線

p36

なるすべてのに対してこの連続写像が、正則、なるとき写像は、正則、であるという。

8.1.1 { p259 }

定義 M が複素多様体であるとは次を満たすときをいう；

i

ii

iii

iv

上の数 m を M の複素次元とよび、 $\dim_{\mathbb{C}} M = m$ と表す。 $z^\mu = \varphi_i(p)$ と $w^\nu = \varphi_j(p)$ を。公理は関数において正則、つまり

であることを主張している。これらの公理は、複素多様体上での微積分が座標の選び方とは独立に定義できることを保証する。

$\{(U_i, \varphi_i)\}$ と $\{(V_j, \varphi_j)\}$ を M のアトラスとする。もし 2 つのアトラスの和集合が定義 8.1 の公理をすべて満たすアトラスになるとき、それらは同じ複素構造を定めるといわれる。

8.1.2 { p260 }

はと同様に定義される。はならば原点を通る複素直線を定める。そこで同値関係を、「 \sim 」と定義する。このときである。個の数は斉次座標とよばれ、その同値類としてと書くことにする。はの部分集合でを満たすものである。において非斉次座標をで定義する。において座標変換はである。従ってはによる掛け算で、もちろん正則である。

Mirrordp
complex manifold

p266

$f: M \rightarrow N$ は複素多様体 M, N の間の写像で、とする。 $\{ \psi(f(p)) \}$ とかけば写像 $\psi \circ f \circ \varphi^{-1} : C^m \rightarrow C^n$ を得る。各関数がの正則関数であるならば f は正則写像とよばれる。この定義は座標の取り方には依存しない。

記号

$$\varphi_k \circ \varphi_j^{-1} : \varphi_j(U_j \cap U_k) \longrightarrow \varphi_k(U_j \cap U_k) \quad (\text{林})$$

$$\left[\begin{array}{c} x_k^1(\mathbf{z}_j^{-1}(, ,)) + iy_k^1(\mathbf{z}_j^{-1}(, ,)) \\ \vdots \\ x_k^n(\mathbf{z}_j^{-1}(, ,)) + iy_k^n(\mathbf{z}_j^{-1}(, ,)) \end{array} \right]$$

$$z=x+iy \quad (\text{樋})$$

$$z_\alpha:U_\alpha\rightarrow V_\alpha \quad (\text{樋})$$

$$\left[\begin{array}{c} z_\alpha^1(U_\alpha) \\ z_\alpha^2(U_\alpha) \\ \vdots \\ z_\alpha^n(U_\alpha) \end{array}\right]$$

$$f_{\alpha\beta}=z_\alpha\circ z_\beta^{-1}:z_\beta(U_\alpha\cap U_\beta)\longrightarrow z_\alpha(U_\alpha\cap U_\beta) \quad (\text{樋})$$

$$\left[\begin{array}{c} z_\alpha^1(\mathbf{z}_\beta^{-1}()) \\ z_\alpha^2(\mathbf{z}_\beta^{-1}()) \\ \vdots \\ z_\alpha^n(\mathbf{z}_\beta^{-1}()) \end{array}\right]$$

$$[x_\alpha(\mathbf{z}_\beta^{-1}()) + iy_\alpha(\mathbf{z}_\beta^{-1}())]$$

$$\left[\begin{array}{c} x_\beta^1(\mathbf{p}_\alpha(x_\alpha^1,\cdots,x_\alpha^m)) \\ \vdots \\ x_\beta^m(\mathbf{p}_\alpha(x_\alpha^1,\cdots,x_\alpha^m)) \end{array}\right]$$

p1

一般に、複素数の値をとる関数を複素関数と呼ぶことにする。そして、領域 UC^n で定義された複素関数 $f(z) = f(z^1, \dots, z^n)$ が次の 2 条件のどちらかを満足するとき、この関数は正則であるという。

- () 各点に対して、関数はその近傍で収束するべき級数で表わされる。
- () $f(z)$ は U 上連続で、各変数 $z (= 1, \dots, n)$ に関して正則である。

$$z_1 = x_1 + ix_2, z_2 = x_3 + ix_4, \dots, z_n = x_{2n-1} + ix_{2n}$$

$$z = (x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{2n-1}, x_{2n})$$

p4

定義 1.1 領域 DC^n において $f(z) = f(z_1, z_2, \dots, z_n)$ が連続で各変数 $z_k, k = 1, 2, \dots, n$, について正則なるとき $f(z_1, z_2, \dots, z_n)$ は D で正則であるとい

p9

{ }{ }

定義 1.2.1 $u(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) + iv(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n)$ が、 $\begin{bmatrix} a_1 + ib_1 \\ \vdots \\ a_n + ib_n \end{bmatrix}$ において全微分可

能であるとは、次が成り立つ

$$\begin{aligned} & u(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) + iv(x_1, y_1, \dots, x_n, y_n) \\ &= u(a_1, b_1, \dots, a_n, b_n) + iv(a_1, b_1, \dots, a_n, b_n) \\ &+ \{\alpha_1 + i\beta_1\}\{x_1 + iy_1\} - \{a_1 + ib_1\} + \dots + \{\alpha_n + i\beta_n\}\{x_n + iy_n\} - \{a_n + ib_n\} \\ &+ \epsilon_R() + i\epsilon_I() \end{aligned}$$

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < \left\| \begin{bmatrix} x_1 + iy_1 \\ \vdots \\ x_n + iy_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 + ib_1 \\ \vdots \\ a_n + ib_n \end{bmatrix} \right\| < \delta$ となるす

すべての $\begin{bmatrix} x_1 + iy_1 \\ \vdots \\ x_n + iy_n \end{bmatrix}$ に対し $\left\| \frac{\epsilon_R() + i\epsilon_I()}{\left\| \begin{bmatrix} x_1 + iy_1 \\ \vdots \\ x_n + iy_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 + ib_1 \\ \vdots \\ a_n + ib_n \end{bmatrix} \right\|} \right\| < \epsilon$

となることを意味する。

p13

n 次元複素多様体とは、次のような 2 条件を満たす開被覆 $\{U_j\}$ と写像

$$\varphi_j : U_j \longrightarrow C^n$$

をもつ Hausdorff 空間 X である：

- (a) 各 j に対し、 $\varphi_j(U_j)$ は C^n の開集合で、 φ_j は U_j から $\varphi_j(U_j)$ への同相写像である。
- (b) $U_j \cap U_k$ が空集合でないときは、いつでも

$$\varphi_k \circ \varphi_j^{-1} : \varphi_j(U_j \cap U_k) \longrightarrow \varphi_k(U_j \cap U_k)$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{k,1}^1(\varphi_j^{-1}()) + i\varphi_{k,2}^1(\varphi_j^{-1}()) \\ \varphi_{k,1}^2(\varphi_j^{-1}()) + i\varphi_{k,2}^2(\varphi_j^{-1}()) \\ \vdots \\ \varphi_{k,1}^n(\varphi_j^{-1}()) + i\varphi_{k,2}^n(\varphi_j^{-1}()) \end{bmatrix}$$

が正則写像になっている。

いま

同様に、もう一つの複素多様体を Y とし、 $\{V_k, \}$ がその局所座標系で、写像 $f:XY$ が座標系 $(U_j,)$ と

$$(V_k,)$$
 に関して正則 $\{ \}$ ならば (すなわち、 $\psi_k \circ f \circ \varphi_j^{-1} [=$

$$\begin{bmatrix} \psi_{k,1}^1(f(\varphi_j^{-1}())) + i\psi_{k,2}^1(f(\varphi_j^{-1}())) \\ \psi_{k,1}^2(f(\varphi_j^{-1}())) + i\psi_{k,2}^2(f(\varphi_j^{-1}())) \\ \vdots \\ \psi_{k,1}^m(f(\varphi_j^{-1}())) + i\psi_{k,2}^m(f(\varphi_j^{-1}())) \end{bmatrix}$$

が正則ならば)、 f は他の局所座標系に関しても正則である。

p34

連結 Hausdorff 空間の上に局所複素座標系 $\{z_1, z_2, , z_j, \}$ が定義されているとき上に複素構造が定義されているという。複素構造が定義されている連結 Hausdorff 空間、すなわち局所複素座標系が定義されている連結 Hausdorff 空間を複素多様体とよび、 M, N 等の文字で表わす。

8.2.1 { p266 }

$f:MN$ は複素多様体 M, N の間の写像で、とする。、 $\{ \} = \psi(f(p))$ とかけば写像 $\psi \circ f \circ \varphi^{-1} : C^m C^n$ を得る。各関数がの正則関数であるならば f は正則写像とよばれる。この定義は座標の取り方には依存しない。

M, N を複素多様体とする。 M が N に両解析的であるとは、微分同相写像であると同時に正則写像でもある $f : MN$ が存在するときをいう ()。写像を両解析的写像という。正則関数とは

曲面上の関数論 p18

の解のつをで表す。すなわち、

これを虚数単位という。実数に対して、

とおき、このことを複素数と呼ぶ。複素数の集合をで表す。また、複素数に、直交座標をもつ平面上の点を対応させると、全体が対に対応している。ここで、平面上の各点はつの複素数を表すと考えられる。このように、複素数を表すために用いた平面を複素数平面といい、で複素数平面を表すこともある。また、軸を実軸、軸を虚軸という。

いま、複素数平面の点集合の性質について述べておこう。

点を中心とし、半径の円は

この円の内部をで表し、の近傍という。このとき、

を、を中心とする半径の開円板ともいう。また、混乱しないときは、とかと記述する。

複素数平面の部分集合が与えられたとき、上のすべての点は、次のつに分類される。

に対して、適当なが存在して、なるとき、をの内点という。

に対して、適当なが存在して、をの外点という。。

、をの境界点という。

、、の内部という。。。を開集合という。。を閉集合という。。

。。。。

。

。

。

数学の大切な考え方のつに拡張があるから、この開集合を拡張して新しい空間を考えると次のようになる。

。。

I.

II. (有限個の共通部分が入っている)。

III. (任意個 (も含む) の合併も入る)。

このとき。。。。

。。。。

。。。。

、相異なる点、に対して、の近傍、の近傍で、であるものが存在するとき、位相空間 () をハウスドルフ空間という。。。

複素関数の連続の定義は、任意のに対して、あるが存在して

を満足しているのであった。。位相空間では次のようになっている、

位相空間 () から位相空間 () への写像 $f: X \rightarrow Y$ について、「 f 」のとき、をからへの連続写像という。さらに、 $f: X \rightarrow Y$ が 1 対 1 で両連続 (逆も連続) のとき、 f を X から Y への位相写像という。

。

。。

と表されるとき、は連結でないといい、は連結であるという。

。。。。。。。

。。。をの開被覆という。

、、はコンパクト、
をコンパクト距離空間とし、。

、。
、、とは位相空間として、同一視することができる。
位相写像 $\{p20\} f:XY$ が存在するとき、 X と Y は同相、またはであるという。

、。
定義 1 n 次元位相多様体とは、ハウスドルフ空間 $\{p20\} M$ であって、すべての点 $P \in M$ が R^n 内の開球と同相 $\{p21\}$ な開近傍をもつものをいう。

次元位相多様体を簡単にとらえると、平面を折り曲げずに歪めたものであり、また、局所的には平面として扱えるものをいう。

M を n 次元位相多様体 $\{p21\}$ とする。 M の座標被覆 $\{U_\alpha, z_\alpha\}$ は、 M の開被覆 $\{p20\} \{U_\alpha\} (M \subset \bigcup U_\alpha)$ と、部分集合 $U_\alpha \subset M$ から開球 $V_\alpha \subset R^n$ への位相写像 $\{p20\}$

$$z_\alpha : U_\alpha \rightarrow V_\alpha$$

$$\begin{bmatrix} z_{\alpha,1}(U_\alpha) \\ z_{\alpha,2}(U_\alpha) \\ \vdots \\ z_{\alpha,n}(U_\alpha) \end{bmatrix}$$

とで成り立っている。この集合を座標近傍と呼び、写像を座標写像と呼ぶ。このことから、任意の位相多様体は座標被覆をもつことになる。

空でない共通部分にの中へのつの異なった位相写像 $\{p20\}$ が定義されている。この 2 つの写像の合成

$$f_{\alpha\beta} = z_\alpha \circ z_\beta^{-1} : z_\beta(U_\alpha \cap U_\beta) \longrightarrow z_\alpha(U_\alpha \cap U_\beta)$$

$$\begin{bmatrix} z_{\alpha,1}(z_\beta^{-1}()) \\ z_{\alpha,2}(z_\beta^{-1}()) \\ \vdots \\ z_{\alpha,n}(z_\beta^{-1}()) \end{bmatrix}$$

$$[x_\alpha(z_\beta^{-1}()) + iy_\alpha(z_\beta^{-1}())]$$

を座標の座標変換関数と呼ぶ。点に対して、つの座標関数は

と関係づけられている。これを図示すると図のようになる。図中、上段の陰影の部分はを表す。

いま、とを多様体のつの座標被覆 $\{p21\}$ とする。これらの合併は、つの与えられた被覆のすべての座標近傍 $\{p21\}$ と座標写像から成り立つ新しい座標被覆 $\{ \}$ である。ここで、注意すべきことは、に対する座標変換関数 $\{ \}$ の集合は、それぞれに対する座標変換関数の集合の合併より大きい。なぜならば、この合併は、に同伴する座標変換とに同伴する座標変換関数の他にに同伴する座標変換関数のすべてを含むからである。

以後、多様体は、ほとんどが 2 次元のものを扱っていくことにする。また、座標近傍は R^2 の中においてよりはむしろ複素数平面 C の中にあるものとする。よって、座標変換関数 $z_\alpha = f_{\alpha\beta}(z_\beta)$ は複素数平面の部分集合上で定義された連続な複素数値をとる関数とする。

また、すべての多様体は連結である $\{p20\}$ と仮定する。

2 次元多様体 M の座標被覆 $\{p21\}$ はそのすべての座標変換関数 $\{ \}$ が正則関数、すなわち、複素解析的関数であるとき、複素解析的座標被覆と呼ばれる。

2つの複素解析的座標被覆 $\{ \}$ はそれらの合併もまた、複素解析的座標被覆であるとき、同値であるという。

これらが同値関係であることを証明する。

、。。。

「」。

。。。

、

、

。。。

M の複素解析的座標被覆 $\{ \}$ の同値類を M 上の複素解析的構造または単に複素構造という。

ある固定した複素構造 $\{ p^2 \}$ をもつ面 M を、1次元の複素多様体という。また、これは伝統的用語でリーマン面と呼ばれている。

p24

M をリーマン面 $\{p23\}$ とし、を上に与えられた複素構造 $\{p23\}$ に属する複素解析的座標近傍とする。開部分集合 $U \subset M$ から複素数平面 C の中への写像 f を、次の場合に、 U において正則関数という：

f は各共通部分 $U \cap U_\alpha \neq \emptyset$ に対して、

$$f \circ z_\alpha^{-1} : z_\alpha(U \cap U_\alpha) \longrightarrow C$$
$$[u(z_\alpha^{-1}()) + iv(z_\alpha^{-1}())]$$

が部分集合 $z_\alpha(U \cap U_\alpha) \subset C$ 内で正則関数 $\{ \}$ である。

定理 2.1 リーマン面 M の関数が正則であるという性質は、複素構造 $\{p23\}$ に属する複素解析的座標被覆 $\{p23\}$ の選択によらない。

証明 。。

。

。。。。

。

。。。。。

内のすべての正則関数 $\{ \}$ の集合を内の正則関数の環といい、。。。

開部分集合内の有利形関数の体も同じように定義される。。。。。

。。点における関数の位数とは、を含む任意の座標近傍 $\{p21\}$ に対して点における正則関数の位数と定義する。。

。。。

例

テーラー展開の一意性によって、関数のによる位数 $\{p26\}$ はの複素構造 $\{ \}$ に属している複素解析的座標被覆 $\{ \}$ の取り方に関係なく決まる。

。。。。。

。。。。。。。

、有理形関数についても位数が定義され、と表される。。。。。

定理 M がコンパクト $\{p21\}$ で連結なリーマン面 $\{p23\}$ ならば、である。

証明

。。。。。。。。、最大絶対値の原理によりはの開近傍内で定数となる。。。。。

。。。。。

、

リーマン面 $\{ \}$ における正則関数 $\{ \}$ の概念は次のように一般化される。

M と M' を 2 つのリーマン面 $\{p23\}$ とをそれぞれ M と M' の与えられた複素構造 $\{p23\}$ に属する複素解析的座標被覆 $\{p23\}$ とする。このとき、写像 $f : M \rightarrow M'$ は任意の点に対して、である適当な座標近傍 $\{p21\}$ U, U' に対して、関数 $z'_j \circ f \circ z_\alpha^{-1} [= x'_j(f(z_\alpha^{-1}())) + iy'_j(f(z_\alpha^{-1}()))]$ が点のある開近傍において正則関数 $\{p24\}$ であるとき、正則写像であるという。

定理 2.3 写像の正則性は 2 つの複素構造 $\{ \}$ に属する複素解析的座標被覆 $\{ \}$ の選択によらない。

証明 M の複素構造に属するものとしてをとり、 M の複素構造に属するものとしてをとる。が点のある開近傍で正則関数とする。

となり、 h は、それぞれ正則関数 $\{h\}$ であるからも正則関数となる。、正則性は複素解析的座標被覆 $\{U_\alpha\}$ の選択によらない。

をつのリーマン面 $\{U_\alpha\}$ の間の連続写像 $\{f_{\alpha\beta}\}$ とし、 U_α を任意の開部分集合とする。写像はとなるところで

と定義する。

定理 つのリーマン面 $\{U_\alpha\}$ の間の連続写像 $\{f_{\alpha\beta}\}$ が正則写像 $\{f_{\alpha\beta}\}$ であるための必要十分条件は、すべての開部分集合に対してとなるところで、となることである。

証明 U_α となる座標近傍 $\{U_\alpha\}$ を選ぶ。

。。。。

、 U_α の開近傍での正則関数 $\{f_{\alpha\beta}\}$ とするとき、

。

2 つのリーマン面の間の同相写像 $f: M \rightarrow M'$ は f と f^{-1} がともに正則写像であるとき、正則同形写像という。また、 M と M' はそれらの間に正則同形写像 $\{f_{\alpha\beta}\}$ が存在するとき、同形であるという。

p29

。。。

コンパクト $\{U_\alpha\}$ な多様体の最も簡単な例は、。。。

球面に座標被覆 $\{U_\alpha\}$ が次のように定められる。

。。。

、これらの集合と開円盤との間の位相写像 $\{p_{20}\}$ を選ぶ。、座標被覆 $\{U_\alpha\}$ が定められる。。。

、座標変換関数をにとると球面に複素構造 $\{U_\alpha\}$ が入ったことになる。この複素構造をもった球面は次元の複素射影空間と呼ばれていて、これを P で表す。

。

$C^* = C - \{0\}$ と置き、。。。

。商空間、

$$C^2 - \{(0, 0)\} / C^*$$

は 1 次元複素射影空間 $\{P\}$ である。この商空間は、 $(0, 0)$ でない $(0, 0)$ の 0 でない複素数倍した点の集合を 1 点として考えなさいということである。

、複素射影空間 $\{P\}$ の各点を z_0, z_1 など表し、これを同次座標という。

つの集合

は複素射影空間 P を被覆し、。。。

$$z_0 = z_1 =$$

によって、 C の上へ 1 対 1 に写像される。、 P の座標被覆 $\{U_\alpha\}$ を形成する。、次元の複素射影空間をリーマン面と表すことができる。

。

任意のリーマン面 $\{U_\alpha\}$ と正則写像 $\{f_{\alpha\beta}\}$ を考える。各点のある開近傍内で U_α の正則関数 $\{f_{\alpha\beta}\}$ であるようなによって、写像はなる上の同時座標 $\{p_{30}\}$ によって表される。。。。

逆に、上の任意の有理形関数は局所的に正則関数 $\{ \}$ の商として表される。、は明らかに正則写像 $\{ \}$ となる。

、。

トーラス

。。。。

商群は位相空間 $()$ であり、種数の面 $()$ である。。これは内の座標近傍 $\{ \}$ はを法として互いに一致するような点を含まないの開部分集合である。このように定義される面がトーラスである。

球面についてはつの複素構造を述べたが、これが球面上では唯一のものである。トーラスにおいては、複素構造を定めるときに、つの任意の媒介変数である複素数の定数の選び方によっては、トーラス上に異なった複素構造が存在するかどうか問題になる。

、をそれぞれリーマン面を同伴する格子部分群と仮定するとが同形 $\{ p29 \}$ ならば、位相写像が存在する。、は正則写像 $\{ \}$ である。

、。

、

。。。。

。

よって、、は上の正則関数 $\{ \}$ となる。。。。。

、。

、：

との複素構造 $\{ \}$ に同伴する複素数となっている整数によって、

、。

。。。。とは同形である。

、リーマン面 $\{ \}$ とはとがのように関係づけられるとき、同形 $\{ \}$ となる。、球面と異なってトーラスでは複素構造 $\{ \}$ は、ただ一つのもので定まるものではないことがわかった。

8.1.2 $\{ p260 \}$

例 8.3 (複素射影空間) はと同様に定義される。はならば原点を通る複素直線を定める。そこで同値関係を、「 \sim 」と定義する。このときである。個の数は斉次座標とよばれ、その同値類としてとかくことにする。。において非斉次座標をで定義する。において座標変換は

である。従ってはによる掛け算で、もちろん正則である。

p6

領域で定義された複素微分形式はを使って表わされる。そのとき

=

のような微分形式を、 (p, q) 次の微分形式または単にとよぶ。

このような $(p, 0)$ 次の微分形式を正則 p 次微分形式、

p96

$(p, 0)$ 形式の係数が正則関数なるときを正則 p 形式とよぶ。

P114

$$\lim_{x \rightarrow a, x \neq a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

f を $o(g)\{x \rightarrow a\}$ と

P120

$$f(a+h) - f(a) = ch + o(|h|) \quad \{h \rightarrow 0\}$$

P51 ~ 52

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $|x - a| < \delta$ となるすべての x に対し $|f(x) - b| < \epsilon$ となることを言う。

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

[どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |x - a| < \delta$ となるすべての x に対し $|\frac{f(x)}{g(x)} - 0| < \epsilon$ となることを言う。]

[どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |h| < \delta$ となるすべての h に対し $|\frac{f(a+h) - f(a)}{|h|} - 0| < \epsilon$ となることを言う。]

$$\{\forall \epsilon > 0\} \{\exists \delta > 0\} \{\forall \left\{ \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \in U\right\} \{0 < \left\| \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \right\| < \delta \implies \left| \frac{\epsilon_0(h_1, \dots, h_n)}{\left\| \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \right\|} < \epsilon\}$$

となることをいう。