

微分可能の定義 { 解析入門 Ip82 }

定義 1 \mathbb{R} の開区間 $I = (a, b) [= \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}]$ で定義され、 \mathbb{R}^n の値をとる函数 f と $t \in I$ に対して、極限

$$\lim_{h \rightarrow 0, h \neq 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = c$$

が存在するとき、 f は t で微分可能であるといい、このとき

$$c = f'(t)$$

等と記す。

$$[\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall h \{0 < |h| < \delta\}, \left| \frac{f(t+h) - f(t)}{h} - c \right| < \epsilon]$$

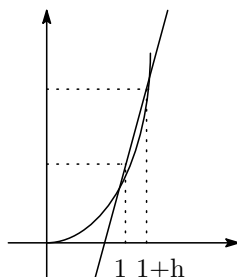
[任意の $\epsilon > 0$ に対し $\delta > 0$ が存在して、 $|h| < \delta, h \neq 0$ となる任意の h に対し $\left| \frac{f(t+h) - f(t)}{h} - c \right| < \epsilon$ となる。

例 $I = \{x | 0 < x < 10\}$ で定義された $f(x) = x^2$ は 1 で微分可能。2

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |h| < \delta$ となるすべての $\{1+h\} \in I$ に対し $\left| \frac{\{1+h\}^2 - 1^2}{h} - 2 \right| < \epsilon$ となる

$$\epsilon = 100 \text{ に対し、} \delta = 1, 0 < |0.5| < 1, \left| \frac{\{1+0.5\}^2 - 1^2}{0.5} - 2 \right| < 100$$

$\epsilon = \dots$



微分可能の定義 { 解析入門 P82 } { 解析入門 P51 ~ 52 }

定義 1 \mathbb{R} の開区間 $I = \{t | a < t < b\}$ で定義され、 \mathbb{C} の値をとる函数 $x(t) + iy(t)$ が $t \in I$ で微分可能であるとは、ある複素数 $c+id$ が存在して

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |h| < \delta$ となるすべての $\{t+h\} \in I$ に対し $\left| \frac{\{x(t+h) + iy(t+h)\} - \{x(t) + iy(t)\}}{h} - \{c + id\} \right| < \epsilon$ となることを言う。このとき

$$c + id = \{x + iy\}'(t)$$

等と記す。

例と説明 $I = \{t | 0 < t < 10\}$ で定義された $x(t) + iy(t) = t^2 + i2t$ は 1 で微分可能

ϵ にどんな数 $\{> 0\}$ を選んでも、 $0 < |h| < \delta$ となる h ならなんでも

$$\left| \frac{\{1+h\}^2 + i2\{1+h\} - \{1^2 + i2 \cdot 1\}}{h} - \{2 + i2\} \right| < \epsilon \text{ となる。そういう } \delta \text{ が選べる}$$

解析概論 p35

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

上記の極限值が存在するとき、 $y = f(x)$ 関数は点 x において微分可能であるという。

P51

定義 2 f を R^n の部分集合 A で定義され、 R^m の値を取る函数とし、 $a \in \bar{A}, b \in R^m$ とする。 x が a に近づくときの $f(x)$ の極限が b であるとは、どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $|x - a| < \delta$ となるすべての $x \in A$ に対し $|f(x) - b| < \epsilon$ となることを言う。このとき

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

などと表わす。

P82

定義 1 R の開区間 $I=(a,b)$ で定義され、 R^n の値をとる函数 f と $t \in I$ に対して、極限

$$\lim_{h \rightarrow 0, h \neq 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = c$$

が存在するとき、 f は t で微分可能であるといい、 c を f の t における導値という。このとき

$$c = f'(t)$$

等と記す。

[どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |h - 0| < \delta$ となるすべての $t + h \in A$ に対し $|\frac{f(t+h)-f(t)}{h} - c| < \epsilon$ となることを言う。]

イプシロン-デルタ p44 ~

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0 : 0 < |x - a| < \delta \implies |f(x) - b| < \epsilon$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x (0 < |x - a| < \delta), |f(x) - b| < \epsilon$$

P120

定義 1 R^n の開集合 U で定義された実数値関数 f が、 $a \in U$ で微分可能であるとは、ある n 項横ベクトル $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ が存在して

$$f(a+h) - f(a) = ch + o(|h|) \quad (h \rightarrow 0)$$

となることを意味する。 $c = f'(a)$ と記す。

大学院別入試問題と解法 P69

[4] を上の連続微分可能な関数とする。

大学院別入試問題と解法 P114

[2]

上で微分可能な関数に収束し、

大学院別入試問題と解法 P236

[11]

はすべての t で微分可能であることを示せ。

微分可能の定義 { 解析入門 P82 }

定義 1 \mathbb{R} の開区間 $I = \{t | a < t < b\}$ で定義された関数 $f(t)$ が $t \in I$ で微分可能であるとは、ある実数 c が存在して

$$\{\forall \epsilon > 0\} \{\exists \delta > 0\} \{\forall \{t+h\} \in I\} \{0 < |h| < \delta \implies \left| \frac{f(t+h) - f(t)}{h} - c \right| < \epsilon\}$$

となることをいう。このとき

$$c = f'(t)$$

等と記す。

例と説明 $I = \{t | 0 < t < 10\}$ で定義された $f(t) = t^2$ は 1 で微分可能

ϵ にどんな数 $\{ > 0 \}$ を選んでも、 $0 < |h| < \delta$ となる h ならなんでも $\left| \frac{\{1+h\}^2 - 1^2}{h} - 2 \right| < \epsilon$ となる。そういう δ が選べる

微分可能の定義 { 解析入門 P82 }

定義 1 \mathbb{R} の開区間 $I = \{t | a < t < b\}$ で定義された関数 $x(t) + iy(t)$ が $t \in I$ で微分可能であるとは、ある複素数 $c+id$ が存在して

$$\{\forall \epsilon > 0\} \{\exists \delta > 0\} \{\forall \{t+h\} \in I\} \{0 < |h| < \delta \implies \left| \frac{\{x(t+h) + iy(t+h)\} - \{x(t) + iy(t)\}}{h} - \{c+id\} \right| < \epsilon\}$$

となることをいう。このとき

$$c + id = \{x + iy\}'(t)$$

等と記す。

例と説明 $I = \{t | 0 < t < 10\}$ で定義された $x(t) + iy(t) = t^2 + i2t$ は 1 で微分可能

ϵ にどんな数 $\{ > 0 \}$ を選んでも、 $0 < |h| < \delta$ となる h ならなんでも

$$\left| \frac{\{1+h\}^2 + i2\{1+h\} - \{1^2 + i2 \cdot 1\}}{h} - \{2 + i2\} \right| < \epsilon \text{ となる。そういう } \delta \text{ が選べる}$$

微分可能の定義 { 解析入門 Ip82 } { 解析入門 Ip51 ~ 52, 30 講 P51 ~ } { 大学院別 }

定義 1 \mathbb{R} の開区間 $I = (a, b) [= \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}]$ で定義され、 \mathbb{R} の値をとる関数 $f(x)$ が $t \in I$ で微分可能であるとは、ある実数 c が存在して

どんな $\epsilon > 0$ に対しても、 $\delta > 0$ が存在して、 $0 < |h| < \delta$ となるすべての $\{t+h\} \in I$ に対し $\left| \frac{f(t+h) - f(t)}{h} - c \right| < \epsilon$ となることを言う。このとき

$$c = f'(t)$$

等と記す。