

線型代数学 p114 ~

すなわちベクトル空間が上記の他にさらに次のをも満たすとき、それを計量ベクトル空間というのである。

( )  $a, b \in V$  に対して実数  $(a, b)$  が定義され、これに関して次の法則が成立する。(  $(a, b)$  を  $a, b$  の内積という。)

$$(a_1 + a_2, b) = (a_1, b) + (a_2, b)$$

$$(ca, b) = c(a, b)$$

$$(a, b) = (b, a)$$

$$(a, a) \geq 0, \quad \text{かつ} \quad (a, a) = 0 \iff a = 0$$

計量線型空間 { p120 } { }

定義  $K$  上の線型空間  $V$  が、さらにつぎの公理を充すとき、 $V$  を計量線型空間と言う。

( )  $V$  の二元  $x, y$  に対し、内積と称する  $K$  の元  $(x, y)$  が定まり、つぎの性質を持つ:

$$( ) \quad (x, y_1 + y_2) = (x, y_1) + (x, y_2)$$

$$(x_1 + x_2, y) = (x_1, y) + (x_2, y)$$

$$( ) \quad (cx, y) = c(x, y) \quad (x, cy) = c(x, y)$$

$$( ) \quad (x, y) = \overline{(y, x)}$$

$$( ) \quad (x, x) \text{ は } 0 \text{ または正の実数であり、} (x, x) = 0 \text{ となるのは } x = 0 \text{ のときに限る。}$$

線形代数 p119

計量線形空間

内積空間、直交するの定義 { P120 } { 30 講 P133、135 }

定義  $C$  上の線型空間  $V$  が、さらにつぎの公理を充すとき、 $V$  を内積空間という。

{ }  $V$  の二元  $x, y$  に対し、内積と称する  $C$  の元  $(x|y)$  が定まり、つぎの性質を持つ。

$$(x|y_1 + y_2) = (x|y_1) + (x|y_2)$$

$$(x_1 + x_2|y) = (x_1|y) + (x_2|y)$$

$$(\{a + ib\}x|y) = \{a + ib\}(x|y) \quad (x|\{a + ib\}y) = \{a - ib\}(x|y)$$

$$(x|y) = \overline{(y|x)}$$

$(x|x)$  は  $0 + i0$  または正の実数  $+i0$  であり、 $(x|x) = 0 + i0$  となるのは  $x = 0$  のときに限る。

$\sqrt{(x|x)}$  を内積から導かれたノルムという。

$(x|y) = 0 + i0$  のとき、 $x$  と  $y$  とは直交すると言う。