

### 3.6 FF-PID 制御の事例

#### ( 1 ) フィードフォワード (FF) -PID フィードバック制御

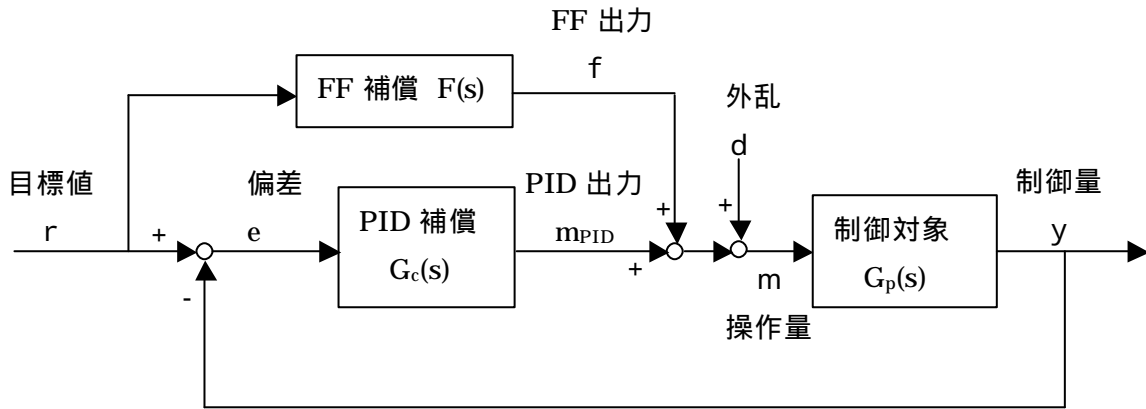


図 3.31 FF補償PID制御ブロック線図

$$G_p(s) = \frac{K}{g_0 + g_1 s + g_2 s^2} \quad \dots\dots (3.17)$$

$$F(s) = \frac{f_0 + f_1 s + f_2 s^2}{K_f} \quad \dots\dots (3.18)$$

$$G_c(s) = \frac{1}{K_I s} + K_P + \frac{K_D s}{1 + h K_D s} \quad \dots\dots (3.19)$$

#### ( 2 ) S 字型目標値の作り方

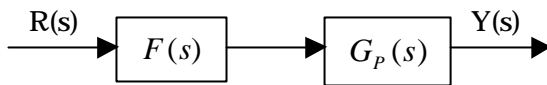


図 3.32 FF補償の狙い

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = F(s)G_p(s) = 1 \quad \dots\dots (3.20)$$

$$F(s) = \frac{1}{G_p(s)} \quad \dots\dots (3.21)$$

$$\left. \begin{aligned} K_f &= K \\ f_i &= g_i \quad i = 0, 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3.22)$$

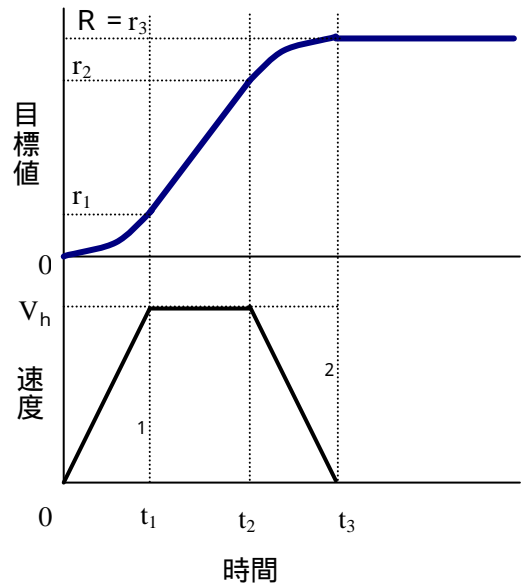


図 3.33 S 字型の目標値

プロセスの運転条件から要求される制御状態は多種多様である。この主な制御要求条件は、たとえば、速い立ち上がり、オーバーシュートなし、外乱の抑制、目標値の追従性などを挙げることができるが、すべての要求条件を同時に満足する制御系を設計することは困難である。ここでは目標値への追従性の向上と外乱の抑制を目的に行なわれる FF-PID 制御について述べる。

### ( 1 ) フィードフォワード (FF) -PID フィードバック制御

図 3.31 に FF 補償-PID 制御のブロック線図を示す。FF 補償は目標値に対して行なわれ、過渡状態の目標値に一致させるように補償させる。PID 補償は今までと同様に偏差に対して行なわれ、偏差を 0 にする目的でフィードバック補償を行なう。また、外乱は制御対象の前に挿入している。制御対象の伝達関数  $G_P(s)$  は式 (3.17) で表わし、ゲイン  $K$  と 2 次遅れ系で表現する。 $g_0=1$  としないのは  $g_0=0$  もあるので一般性をもたせている。FF 補償関数  $F(s)$  は式 (3.18) で表わし、制御対象の伝達関数の逆数にしておく。PID 補償関数  $G_C(s)$  は不完全微分を用いた D と P と I を並列に並べた今までと同じ補償関数である式 (3.19) で表わす。

ところで FF 補償の狙いであるが、図 3.32 に示すように目標値と制御量間に FF 補償と制御対象を直列に並べると式 (3.20) が成り立ち、さらに目標値と制御量が一致する  $\{ R(s)=Y(s) \}$  ように  $F(s)$  を選べると式 (3.21) が成立するので、目標値をプラントの望む運転状態に設定すると制御量を自由自在に制御することができる。FF 補償関数の係数は式 (3.17) と式 (3.18) の個々の係数を比較して、等しいとおけば式 (3.22) が成り立つ。しかし、現実には制御対象の伝達関数は既知ではなく、それを正確に求めるのは至難の技であるが、実験データを解析することで数十%の誤差を含むのであれば求めることも可能である(制御対象の伝達関数を求める方法は次章のシステム同定で述べる)。この誤差をここでは不整合率として  $\epsilon$  で表わすと、個々の係数は次式で表現できる。

$$\left. \begin{aligned} K_f &= bK \\ f_0 &= b_0 g_0, \quad f_1 = b_1 g_1, \quad f_2 = b_2 g_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (3.22a)$$

FF 補償の欠点はこのように制御対象の伝達関数が完全な状態で表現できないことと外乱に対して無防備であることである。この欠点を補う目的で PID フィードバック制御を行なっている。

### ( 2 ) S 字型目標値の作り方

リニアモータなどを用いた位置制御の場合、制御する物体の速度を目標値にすることでスタート / ストップ時の慣性力を和らげることが多い。ここでは図 3.33 に示すように、目標位置までの到達時間  $t_3$  と最高速度  $V_h$  を入力することで S 字型の目標値曲線を得る方法について述べる。

目標位置は速度を積分した値に等しいので  $r_1$ 、 $r_2$  および最終目標位置  $r_3=R$  は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{1}{2} V_h t_1, & r_2 &= r_1 + V_h (t_2 - t_1) = V_h \left( t_2 - \frac{1}{2} t_1 \right) \\ r_3 &= R = r_2 + \frac{1}{2} V_h (t_3 - t_2) = \frac{1}{2} V_h (-t_1 + t_2 + t_3) \end{aligned}$$

また、スタート / ストップ時の加速度  $a_1$  と  $a_2$  の絶対値が等しい左右対称の S 字曲線を目標値にする場合は  $t_1=t_3 - t_2$  であるから最高速度  $V_h$  および  $a_1$  と  $a_2$  はつぎの式で表わされる。

$$V_h = \frac{R}{t_2}, \quad a_1 = \frac{V_h}{t_1}, \quad a_2 = \frac{V_h}{t_3 - t_2} (-t_1 + t_3)$$

以上の準備ができたところで、 $t_n$  時間の目標値  $r_n$  は次式で表わされる。

### ( 3 ) Excel の操作

I	J	K	L	M
目標値の設定			制御周期 $\theta$	0.05
$t_1$	0.75		P定数 $K_P$	0.71
$t_2$	1.25		I定数 $K_I$	0.416
$t_3$	2		D定数 $K_D$	0.0385
R	100		微分ゲイン $\sigma$	0.1
HV	80			

図 3.34 制御対象と FF 補償関数の入力エリア

図 3.36 速度から制御量までの計算エリア

#### (4) 数値シミュレーション結果

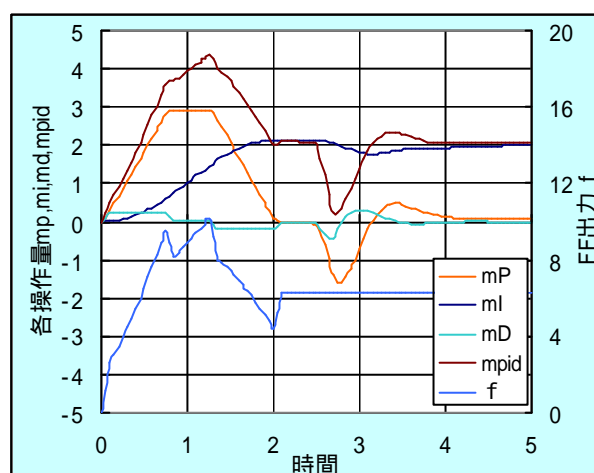
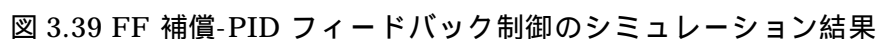


図 3.38 PID 操作量と FF 補償出力



$$r_n = \sum \frac{V_n + V_{n-1}}{2} q = r_{n-1} + \frac{V_n + V_{n-1}}{2} q \quad \dots\dots (3.23)$$

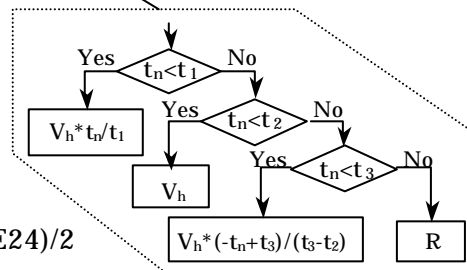
ここで  $V_n$  は時刻  $t_n$  での速度である。

### (3) Excel の操作

まず前節などと同様に、制御対象の伝達関数の係数を入力、離散化に必要な  $a_i$  ( $i=0 \sim 2$ )、 $b_0$  を計算する。つぎに FF 補償関数  $F(s)$  の係数を入力するが、ここでは制御対象の伝達関数の係数との不整合率を掛けて、その係数 ( $K_f$ 、 $f_0$ 、 $f_1$  および  $f_2$ ) とし、離散化のために  $c_i$  ( $i=0 \sim 2$ )、 $d_0$  を計算しているところが図 3.34 である。さらに図 3.35 では S 字型目標値を作るために時間  $t_1 \sim t_3$ 、最終位置  $R$  および最高速度  $V_h$  を入力する。ただし  $t_1 < t_2 < t_3$  の関係を守るように  $V_h$  と  $t_3$  を入力する必要がある。また  $P$ 、 $I$  および  $D$  定数を入力することは前節と同様である。

図 3.36 をもとに速度から制御量の計算と入力について主なところを説明する。

速度 $V_h$ :	Cell (C25)	=IF(J\$13>B25,J\$17/J\$13*B25,IF(J\$14>B25,J\$17,IF(J\$15>B25,J\$17/(J\$15-J\$14)*(-B25+J\$15),0)))
目標値 $r$ :	Cell (D25)	=D24+(C25+C24)/2*M\$12
偏差 $e$ :	Cell (E25)	=D25-M24
$P$ 操作量 $m_p$ :	Cell (F25)	=F24+M\$13*(E25-E24)
$I$ 操作量 $m_i$ :	Cell (G25)	=G24+M\$12*M\$14*(E25+E24)/2
$D$ 操作量 $m_D$ :	Cell (H25)	=H24+M\$15/(M\$12+M\$16*M\$15)*(E25-E24) -M\$12/(M\$12+M\$16*M\$15)*H24
PID 操作量 $m_{PID}$ :	Cell (I25)	=F25+G25+H25
FF 補償出力 $f$ :	Cell (J25)	=(F\$17*D25+F\$18*D24+F\$19*D23)/F\$20
外乱 $d$ :	Cell (K25)	= 3 ( 2.5 < t < 2.7 ) この時間以外では 0
全制御量 $m$ :	Cell (L25)	=I25+J25+K25
制御量 $y$ :	Cell (M25)	=(C\$20*L25-C\$18*M24-C\$19*M23)/C\$17



$$f_n = (c_0 r_n + c_1 r_{n-1} + c_2 r_{n-2}) / d_0$$

### (4) 数値シミュレーション結果

図 3.37 は最高速度が 80、最終目標値が 100、 $t_3 = 2$  の場合の目標値を計算した結果である。図 3.38 はこの S 字曲線の目標値に一致するように PID 定数を調整したときのそれぞれの操作量と FF 補償出力の動きである。特徴としては S 字曲線目標にすることでスタート/ストップ時の  $D$  動作のキックが無くなり、滑らかな制御ができることを挙げることができる。

上記の条件で数値シミュレーションすると図 3.39 に示す結果になる。ほぼ制御対象の伝達関数に近い FF 補償をすることで良好な制御ができ、正確にあわない部分を PID 制御で補償している。また外乱に対しては PID フィードバック制御が抑制することでリカバリーしている。FF 補償は制御対象の伝達関数を如何に精度良く同定するかが FF-PID 制御の根幹である。