

5.3 温度の制御事例

(1) 制御対象

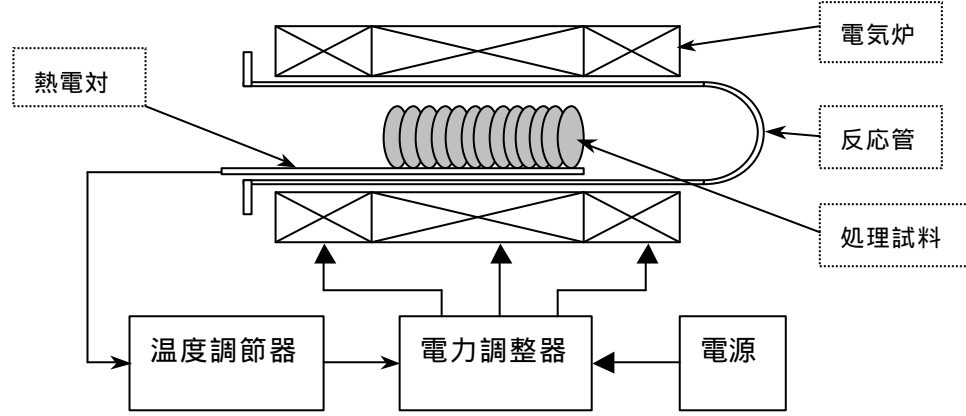


図 5.15 熱処理炉の温度制御事例

(2) PID セルフチューニング制御

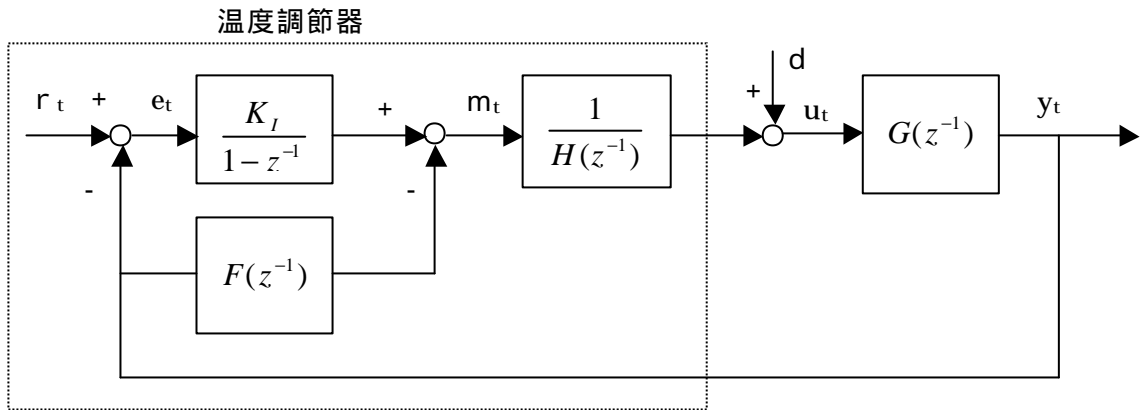


図 5.16 前置補償器を挿入した I-PD 制御

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-d}b_0}{A(z^{-1})} = \frac{z^{-d}b_0}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}+a_3z^{-3}+a_4z^{-4}} \quad \dots\dots (5.6)$$

$$F(z^{-1}) = K_p + (1-z^{-1})K_D \quad \dots\dots (5.7)$$

$$H(z^{-1}) = 1+h_1z^{-1} \quad \dots\dots (5.8)$$

(3) 閉ループ伝達関数と PID 定数

$$W(z^{-1}) = \frac{z^{-d}b_0K_I}{(1-z^{-1})A(z^{-1})H(z^{-1})+z^{-d}b_0L(z^{-1})} \quad \dots\dots (5.9)$$

$$L(z^{-1}) = K_I + (1-z^{-1})F(z^{-1}) \quad \dots\dots (5.10)$$

この節では山本ら³⁾が提案しているモデルマッチング法による I-PD 型セルフチューニングを熱処理炉の温度制御に応用した事例について説明する。

(1) 制御対象

制御対象である熱処理炉は図 5.15 に示すように電気炉の中に設置された反応管内に置かれた処理試料を一定温度、たとえば 1000℃ にあげて熱処理する装置である。温度は熱電対で測定し、温度調節器で昇温降温および一定温度に制御する操作量を計算し、電力調整器により電源の正弦波をチョッピングする位相制御あるいはゼロクロス制御する。

ここでの課題は、同じ処理試料の量でバッチ処理が繰返される場合は良いが、普通は処理量が異なるので制御対象の伝達関数が増減し、制御状態が変わることである。熱処理した製品の品質を保証するためには、熱処理条件が変更されても常に同じ熱処理状態が保証されることが必要である。そこで熱処理条件が多少変化しても、その変化に応じた PID 定数を決定する PID セルフチューニング制御が望まれている。

(2) PID セルフチューニング制御

図 5.16 に I-PD 制御のブロック線図を示す。これまで説明している I-PD 制御とは、むだ時間の離散化処理の目的で挿入された前置補償器 $1/H(z^{-1})$ が導入されていることである。制御対象の伝達関数はむだ時間を d とし、式 (5.6) で示す。I 動作の積分定数 K_I は、ここではとくに意味はないが、分子に掛けている。P と D 動作は式 (5.7) の離散式で表わす。また、式 (5.8) の前置補償器の次数は、この節では $d = 2$ としているので 1 次である。一般的には $(d - 1)$ がその次数になる。つまり、 $d = 3$ であれば z^{-2} 、 $d = 4$ であれば z^{-3} まで前置補償器の次数を大きくする。

(3) 閉ループ伝達関数と PID 定数

閉ループ伝達関数は式 (5.9) で示される。その導き方はつぎのようになる。部分的な出力は

$$\left. \begin{array}{ll} \text{偏 差} & : e_t = r_t - y_t \\ \text{PID 操作量} & : m_t = \frac{K_I}{1 - z^{-1}} e_t - F(z^{-1}) y_t \\ \text{温調器出力} & : u_t = \frac{1}{H(z^{-1})} m_t \\ \text{制御量 (温度)} & : y_t = \frac{z^{-d} b_0}{A(z^{-1})} u_t \end{array} \right\} \dots\dots (5.9a)$$

であるから、順次、上式を代入し、 y_t / r_t を求めることで閉ループ伝達関数が求まる。

$$\frac{y_t}{r_t} = \frac{z^{-d} b_0 K_I}{(1 - z^{-1}) A(z^{-1}) H(z^{-1}) + z^{-d} b_0 \{K_I + (1 - z^{-1}) F(z^{-1})\}} \dots\dots (5.9b)$$

また、PID 定数の項を式 (5.10) と置くことによって、式 (5.9) に示す閉ループ伝達関数 $W(z^{-1})$ が求まる。

さらに、 $L(z^{-1})$ を

$$\begin{aligned} L(z^{-1}) &= K_I + \{1 - z^{-1}\} \{K_P + (1 - z^{-1}) K_D\} \\ &= (K_I + K_P + K_D) + (-K_P - 2K_D) z^{-1} + K_D z^{-2} \\ &= l_0 + l_1 z^{-1} + l_2 z^{-2} \end{aligned} \dots\dots (5.10a)$$

と置くと

(4) 参照モデル

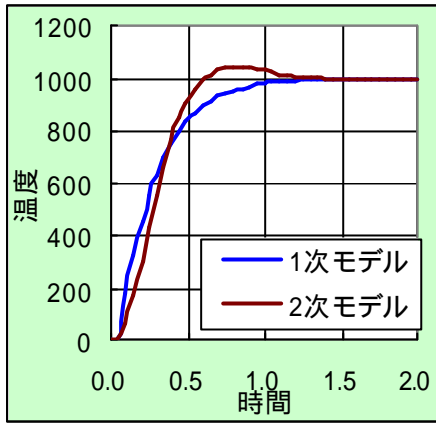


図 5.17 参照モデル

$$Gm(z^{-1}) = \frac{z^{-d} \mathbf{b}}{\mathbf{a}(z^{-1})} = \frac{z^{-d} \mathbf{b}}{1 + \mathbf{a}_1 z^{-1} + \mathbf{a}_2 z^{-2}} \quad \dots\dots (5.11)$$

$$\text{1 次モデル} \quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = -e^{-r} \\ \mathbf{a}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{2 次モデル} \quad \begin{cases} \mathbf{a}_1 = -2e^{-r} \cos r \\ \mathbf{a}_2 = e^{-2r} \end{cases}$$

$$\text{ただし} \quad \begin{cases} \mathbf{b} = 1 + \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 \\ r = \frac{q}{s} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{: 制御周期} \\ \text{: 立上がり時間} \end{array}$$

(5) 適応ゲイン調整法

$$\mathbf{a}(z^{-1}) = (1 - z^{-1})A(z^{-1})H(z^{-1}) + z^{-d}b_0L(z^{-1}) \quad \dots\dots (5.12)$$

$$A(z^{-1})y_t = z^{-d}b_0u_t \quad \dots\dots (5.13)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}(z^{-1})y_{t+d} &= b_0L(z^{-1})y_t + (1 - z^{-1})b_0H(z^{-1})u_t \\ \mathbf{a}(z^{-1})y_{t+d} &= S(z^{-1})y_t + R(z^{-1})\Delta u_t \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ただし} \quad \left\{ \begin{aligned} S(z^{-1}) &= b_0L(z^{-1}) \\ &= s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} \\ R(z^{-1}) &= b_0H(z^{-1}) \\ &= r_0 + r_1 z^{-1} \\ \Delta u_t &= (1 - z^{-1})u_t \\ &= u_t - u_{t-1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.14)$$

(6) システムの同定

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(z^{-1})y_{t+d} &= \hat{S}(z^{-1})y_t + \hat{R}(z^{-1})\Delta u_t \\ &= \hat{\mathbf{q}}_N^T \mathbf{z}_N \end{aligned} \quad \dots\dots (5.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}_N^T &= [\hat{s}_0 \quad \hat{s}_1 \quad \hat{s}_2 \quad \hat{r}_0 \quad \hat{r}_1] \\ \mathbf{z}_N^T &= [y_N \quad y_{N-1} \quad y_{N-2} \quad \Delta u_N \quad \Delta u_{N-1}] \\ \hat{\mathbf{q}}_N &= \hat{\mathbf{q}}_{N-1} + \frac{P_{N-1} \mathbf{z}_{N-d}}{1 + \mathbf{z}_{N-d}^T P_{N-1} \mathbf{z}_{N-d}} \{ \mathbf{a}(z^{-1})y_t - \hat{\mathbf{q}}_N^T \mathbf{z}_{N-d} \} \\ P_N &= P_{N-1} - \frac{P_{N-1} \mathbf{z}_{N-d} \mathbf{z}_{N-d}^T P_{N-1}}{1 + \mathbf{z}_{N-d}^T P_{N-1} \mathbf{z}_{N-d}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.16)$$

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= K_I + K_P + K_D \\ l_1 &= -(K_P + 2K_D) \\ l_2 &= K_D \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.10b)$$

となるので、PID 定数はそれぞれつぎのように計算される。

$$\left. \begin{aligned} K_I &= l_0 + l_1 + l_2 \\ K_P &= -(l_1 + 2l_2) \\ K_D &= l_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.10c)$$

(4) 参照モデル

参照モデルは熱処理炉の制御性能を決定するのに重要である。ここでは立上がり時間を目安にした参照モデルを山本ら³⁾が提案しているので離散化の参照モデル式(5.11)を採用し、図 5.17 に示す。

(5) 適応ゲイン調整法

制御系の設計目的は、閉ループ伝達関数と参照モデルとが等しくなるように閉ループ伝達関数の PID 定数 $L(z^{-1})$ と前置補償 $H(z^{-1})$ とで補正することである。つまり、式(5.6)と式(5.11)が等しくなることであるから、式(5.12)の Diophantine 方程式を解くことである。

したがって、閉ループ伝達関数の式(5.6)を変形した式(5.13)の両辺に $z^d(1-z^{-1})H(z^{-1})$ を掛け、式(5.12)の Diophantine 方程式を代入し、つぎのように導く。

$$\left. \begin{aligned} z^d \frac{(1-z^{-1})H(z^{-1})A(z^{-1})}{b_0} y_t &= b_0(1-z^{-1})H(z^{-1})u_t \\ z^d \frac{\{a(z^{-1}) - z^{-d}b_0L(z^{-1})\}}{\text{代入}} y_t &= b_0(1-z^{-1})H(z^{-1})u_t \\ z^d a(z^{-1})y_t - b_0L(z^{-1})y_t &= b_0(1-z^{-1})H(z^{-1})u_t \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.14a)$$

さらに、式(5.14)の $S(z^{-1})$ と $R(z^{-1})$ の係数は

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= b_0l_0 & s_1 &= b_0l_1 & s_2 &= b_0l_2 \\ r_0 &= b_0 & r_1 &= b_0h_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.16a)$$

であるから、PID 定数は次式で計算できる。

$$\left. \begin{aligned} K_I &= (s_0 + s_1 + s_2) / b_0 = (s_0 + s_1 + s_2) / r_0 \\ K_P &= -(s_1 + 2s_2) / b_0 = -(s_1 + 2s_2) / r_0 \\ K_D &= s_2 / b_0 = s_2 / r_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots (5.16b)$$

また、前置補償器の係数 h_1 は

$$h_1 = r_1 / b_0 = r_1 / r_0 \quad \dots\dots (5.16c)$$

である。

(6) システムの同定

式(5.15)の同定モデルを逐次最小 2 乗法を用いて $\{s_0, s_1, s_2, r_0, r_1\}$ を逐次推定し、式(5.16b)と式(5.16c)から PID 定数と前置補償係数とを逐次推定する。さらに I-PD フィードバック制御を行なう。

(7) Excel の操作

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	制御対象 $G(z^{-1})$			参照モデル			制御周期	0.05
2	a1	-0.895		立上り σ	0.25		目標値	1000
3	a2	0.254		p	0.2		速度	200
4	a3	-0.191		1次				
5	a4	0.081		$\alpha 1$	β			
6	b0	0.21		-0.8187	0.1813			
7								

図 5.18 制御対象の伝達関数と参照モデルの係数入力エリア

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
9	時間 sec	目標値 r	出力 m	m上下限	出力 U	U上下限	外乱 d	出力差 Δ	制御量 y	モデル y_1
10	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	-2.689	0	-2.689	0	0	0
15	0.05	10	10	10	8.9374	8.9374	-3.752	8.9374	0	0
16	0.1	20	30	30	18.321	18.321	-2.742	9.3835	1.8769	1.8769
17	0.15	30	58.123	58.1231	35.722	35.722	-4.08	17.401	5.5272	3.9905
18	0.2	40	75.433	75.4326	52.293	52.293	-6.129	16.571	11.972	7.4464

図 5.19 目標値、PID 操作量および制御量（温度）の計算エリア

	K	L	M	N	O
1	理論PID値				
2	I_0	4.2406	Ki	1.4564	
3	I_1	-3.77	Kp	1.7988	
4	I_2	0.9854	Kd	0.9854	
5			h1	1.0763	
6					
7					
8	I-PD				H
9	Ki	Kp	Kd	h1	
10	1.4564	1.7988	0.9854	1.0763	
11	0.8465	3.0414	0.4151	1.0657	
12	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	
13	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	
14	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	
15	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	
16	1.0000	-1.0000	1.0000	1.0000	
17	0.4762	-0.4762	0.4762	0.4762	

理論 PID 定数

推定 PID 定数

推定 h_1 定数

図 5.20 PID 定数と前置補償の定数の計算エリア

	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
7	同定器									
8			PZ					ZP		
9	PZ0	PZ1	PZ2	PZ3	PZ4	ZP0	ZP1	ZP2	ZP3	ZP4
10										
11										
12										
13										
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	8937.4	0	0	0	0	8937.4	0
17	0	0	0	0.1175	8937.4	0	0	0	0.1175	8937.4
18	1876.9	0	0	0.0945	0.0183	1876.9	0	0	0.0945	0.0183

図 5.21 同定器の計算エリア（一部分）

(7) Excel の操作

本 I-PD セルフチューニング制御法による数値シミュレーションのための Excel 操作手順を以下に説明する。

手順 1 : 制御対象の伝達関数、参照モデルおよび目標値の入力と計算 (図 5.18)。

制御対象の伝達関数 $\{a_1, a_2, a_3, a_4, b_0\}$ の入力。

$$\{a_1, a_2, a_3, a_4, b_0\} = \{-0.895, 0.254, -0.191, 0.081, 0.21\}$$

参照モデルの係数計算 (1 次モデル)

$$\text{立上がり時間} = 0.25, \quad \tau = \tau_0 / \tau_1 = 0.2$$

$$\tau_1 = e^{-\tau/\tau_0} = -0.8187, \quad \tau_0 = 1 + \tau_1 = 0.1813$$

制御周期、目標値および昇温速度の入力。

手順 2 : 目標値から制御量 (温度) までの計算 (図 5.19)。

目標値 r_t の計算。

$$\text{Cell(B14)} = \text{IF}(\text{HS2} > \text{B13}, \text{A14} * \text{HS3}, \text{HS2})$$

PID 操作量 m_t の計算 (式 (5.9a))。

$$m_t = K_I r_t - \{(K_I + K_P + K_D)y_t - (K_P + 2K_D)y_{t-1} + K_D y_{t-2}\} + m_{t-1}$$

$$\text{Cell(C14)} = \text{L13} * \text{B14} - (\text{L13} + \text{M13} + \text{N13}) * \text{I13} + (\text{M13} + 2 * \text{N13}) * \text{I12} - \text{N13} * \text{I11} + \text{C13}$$

PID 定数の上下制限。

$$\text{Cell(D14)} = \text{IF}(\text{C14} < 0, 0, \text{IF}(\text{C14} > 3000, 3000, \text{C14}))$$

操作量 (温調器出力) u_t の計算 (式 (5.9a))。

$$\text{Cell(E14)} = \text{D14} - \text{O13} * \text{E13} + \text{G14}$$

操作量 u_t の上下制限。

$$\text{Cell(F14)} = \text{IF}(\text{E14} < 0, 0, \text{IF}(\text{E14} > 1500, 1500, \text{E14}))$$

外乱 (ノイズ) d_t の入力。

$$\text{Cell(G14)} = (\text{RAND}() - \text{RAND}()) * 10$$

操作量 (温調器出力) の前後差 Δu_t の計算 (式 (5.14))。

$$\text{Cell(H14)} = \text{F14} - \text{F13}$$

制御量 (温度) y_t の計算 (式 (5.9a))。

$$\text{Cell(I14)} = \text{BS6} * \text{F13} - \text{BS2} * \text{I13} - \text{BS3} * \text{I12} - \text{BS4} * \text{I11} - \text{BS5} * \text{I10}$$

参照モデル・制御量 $(z^{-1})y_t$ の計算。

$$(z^{-1})y_t = (1 + \tau_1 z^{-1}) y_t = y_t + \tau_1 y_{t-1}$$

$$\text{Cell(J14)} = \text{I14} + \text{D\$6} * \text{I13}$$

手順 3 : 逐次推定 PID 定数と理論 PID 定数の計算 (図 5.20)。

推定 PID 定数の計算 (式 (5.16b))。

$$\text{推定 I 定数: Cell(L14)} = (\text{CB13} + \text{CC13} + \text{CD13}) / \text{CE13}$$

$$\text{推定 P 定数: Cell(K14)} = -(\text{CC13} + 2 * \text{CD13}) / \text{CE13}$$

$$\text{推定 D 定数: Cell(M14)} = \text{CD13} / \text{CE13}$$

$$\text{推定 } h_1 \text{ 定数: Cell(N14)} = \text{CF13} / \text{CE13}$$

理論 PID 定数の計算。

	BY	BZ	CA	CB	CC	CD	CE	CF
8	ZPZ	Zθ				θ		
9	ZPZ	Zθ	Δθ	s0	s1	s2	r0	r1
10								
11				0.1	-0.1	0.1	0.1	0.1
12				0.1	-0.1	0.1	0.1	0.1
13				0.1	-0.1	0.1	0.1	0.1
14	0	0.000	0	0.1	-0.1	0.1	0.1	0.1000
15	0	0.000	0	0.1	-0.1	0.1	0.1	0.1000
16	79877	0.894	1E-05	0.1	-0.1	0.1	0.21	0.1000
17	79878	2.864	1E-05	0.1	-0.1	0.1	0.21	0.2260
18	3524.4	5.963	0.0004	0.8899	-0.1	0.1	0.21	0.2260
19	3539.7	12.145	-4E-04	0.8887	-0.787	0.1	0.2101	0.2260
20	3540.8	6.471	6E-05	0.8887	-0.787	0.2057	0.2101	0.2260

図 5.22 同定器の計算エリア（一部）と推定値の表示エリア

（ 8 ） 制御結果

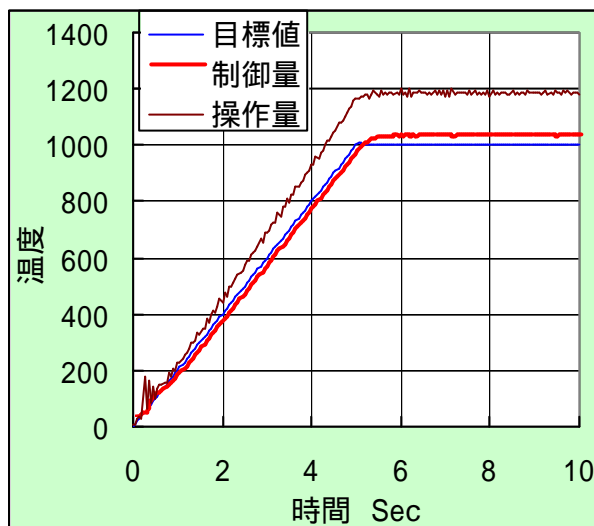


図 5.23 セルフチューニング制御状態

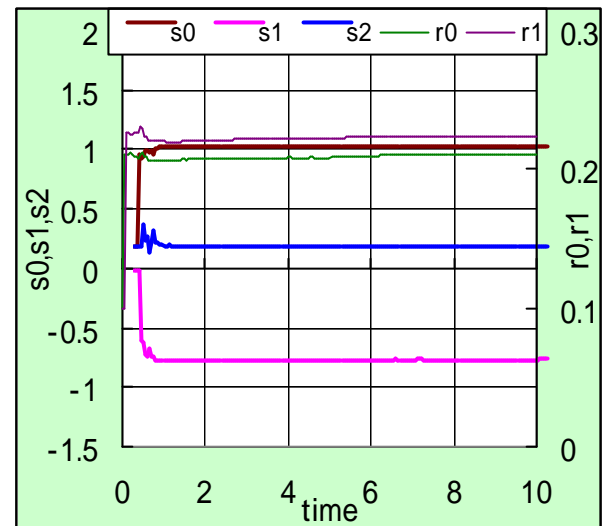


図 5.24 推定値

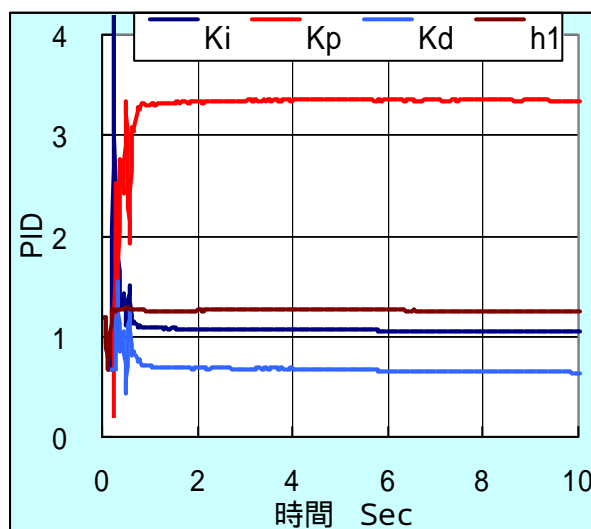


図 5.25 推定 PID 定数と h_1 値

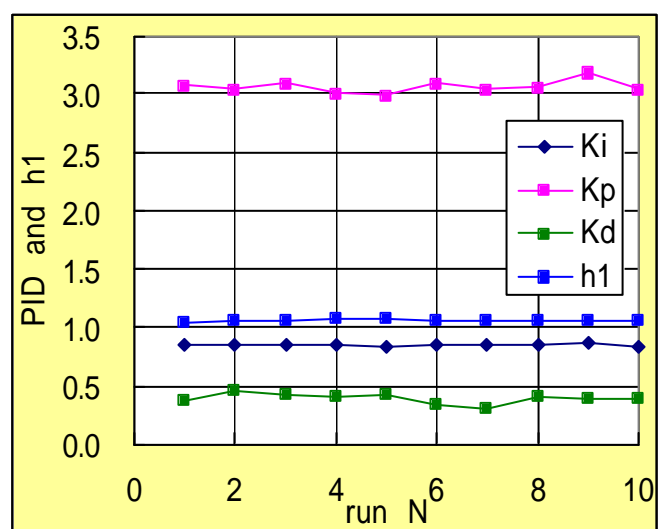


図 5.26 繰返し試行時の推定 PID 定数と h_1 値

理論値は式 (5.12) の Diophantine 方程式 (d=2) を解くことで得られる。

$$\begin{cases} l_0 = \{a_1 - a_2 + (1 - a_1)h_1\}/b_0 \\ l_1 = \{a_2 - a_3 + (a_1 - a_2)h_1\}/b_0 \\ l_2 = \{a_3 - a_4 + (a_2 - a_3)h_1\}/b_0 \\ h_1 = 1 - a_1 + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} K_I = l_0 + l_1 + l_2 \\ K_P = - (l_1 + 2l_2) \\ K_D = l_2 \end{cases}$$

理論 I 定数 : Cell(O2) =M2+M3+M4

理論 P 定数 : Cell(O3) =(M3+2*M4)

理論 D 定数 : Cell(O4) =M4

理論 h_1 定数 : Cell(O5) =D6-B2+1

手順 4 : パラメータの推定 (図 5.21 と図 5.22)。

式 (5.16) による推定パラメータの計算を同定器で行なうがこれまでに何度も出てきているので必要な項目を説明する。

$P_{N-1}Z_N$ の計算

Cell(Q14) =AA13*SI12+AB13*SI11+AC13*SI10+AD13*SH13+AE13*SH12
 (中間省略)

Cell(U14) =AU13*SI12+AV13*SI11+AW13*SI10+AX13*SH13+AY13*SH12

$Z_N^T P_{N-1}$ の計算

Cell(V14) =AA13*SI12+AF13*SI11+AK13*SI10+AP13*SH13+AU13*SH12
 (中間省略)

Cell(Z14) =AE13*SI12+AJ13*SI11+AO13*SI10+AT13*SH13+AY13*SH12

$Z_N^T P_{N-1} Z_N$ の計算

Cell(BY14) =V14*I12+W14*I11+X14*I10+Y14*H13+Z14*H12

$Z_N Z_{N-1}$ の計算

Cell(BZ14) =I12*CB13+I11*CC13+I10*CD13+H13*CE13+H12*CF13

$(y_N - Z_N Z_{N-1})/(1 + Z_N^T P_{N-1} Z_N)$ の計算

Cell(CA14) =(J14-BZ14)/(1+BY14)

同定パラメータ θ_N の計算

Cell(CB14) =CB13+\$CA14*Q14

. (中間省略)

Cell(CF14) =CF13+\$CA14*U14

(8) 制御結果

図 5.23 はランブ応答しながら 1000 に保持する場合の I-PD セルフチューニング制御の結果であり、図 5.24 と図 5.25 はその場合に推定した同定パラメータとその推定値から計算した PID 定数および前値報奨器の係数の収束性を示している。同定開始から約 1 秒以内では推定値が収束しないので PID 定数も変動しているため、制御量の温度にも影響を与えているが収束後は良好な制御状態である。また、図 5.26 は推定値の初期値を $\{s_0, s_1, s_2, r_0, r_1\} = \{0.1, -0.1, 0.1, 0.1, 0.1\}$ から開始し、推定結果をつぎの初期値することを繰返した場合の PID 定数である。変動はあるがほぼ一定値に収束している。