

解析について

流体力学における解析の課題

H. N.

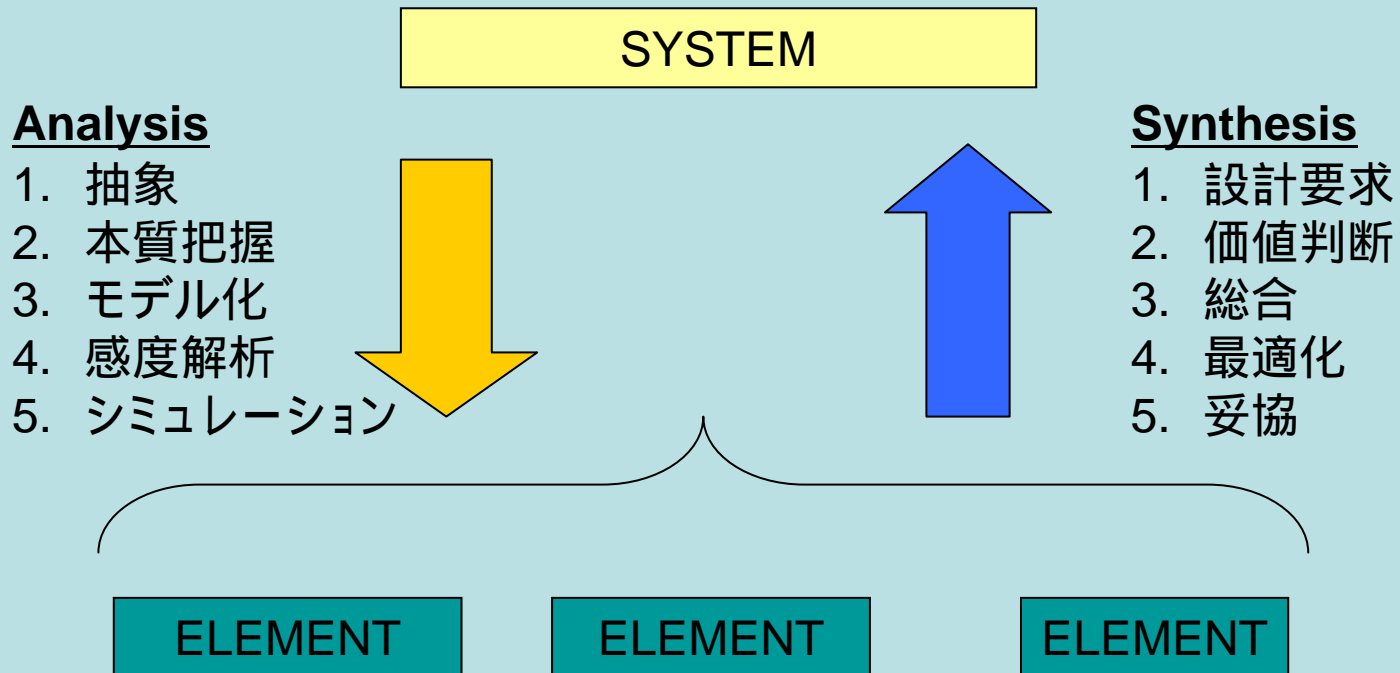
2007年9月28日

目次

- 1 . 解析とはなにか
- 2 . Well-Posed Problem
- 3 . 解の「選択」
 - (1) 解が複数のとき - 衝撃波の発生
 - (2) 境界条件の与え方 - 空力加熱
 - (3) 解は収束するか - 非線形現象
- 4 . 逆問題の解が「設計」になるか
- 5 . まとめ

1. 解析とは何か

解析と設計



2 . Well-Posed Problem

1. Well-posed problem (Jacques Hadamard, 1902)

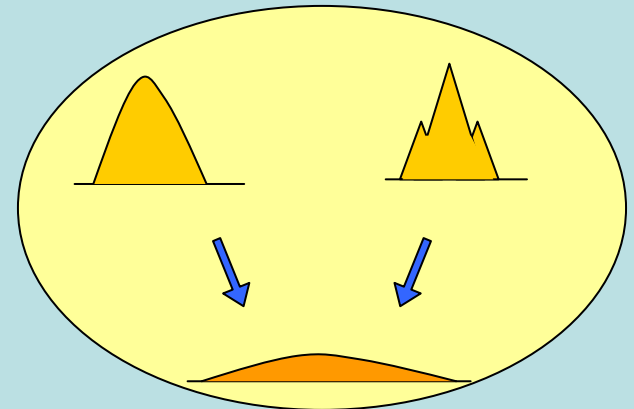
- (1) 解の存在
- (2) 解の一意性
- (3) 付与条件に対する解の連続性

2 . Ill-posed problem

- (1) 条件過多
- (2) 逆問題(設計問題?)
- (3) 不可逆過程

3 . 設計上、解が現実的でない場合

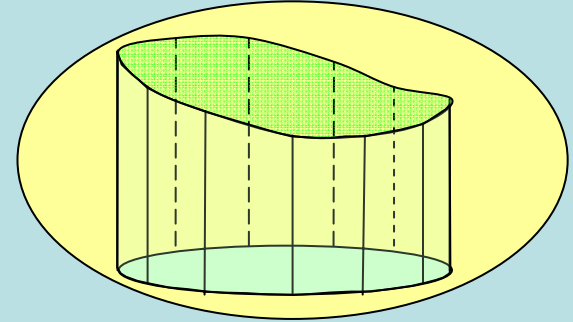
- (1) 要求・判断が未熟
- (2) 運用制限



2. Well-Posed Problem

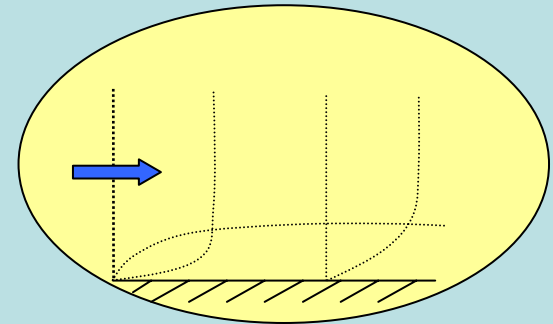
- Laplace equation (Elliptic)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$



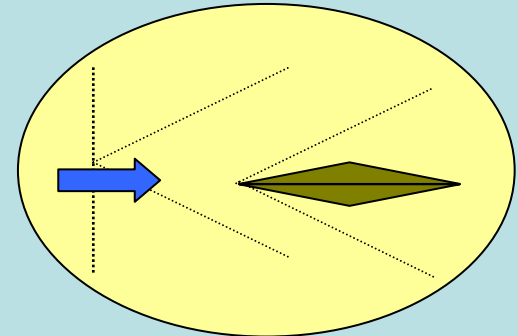
- Heat Equation (Parabolic)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$



- Wave Equation (Hyperbolic)

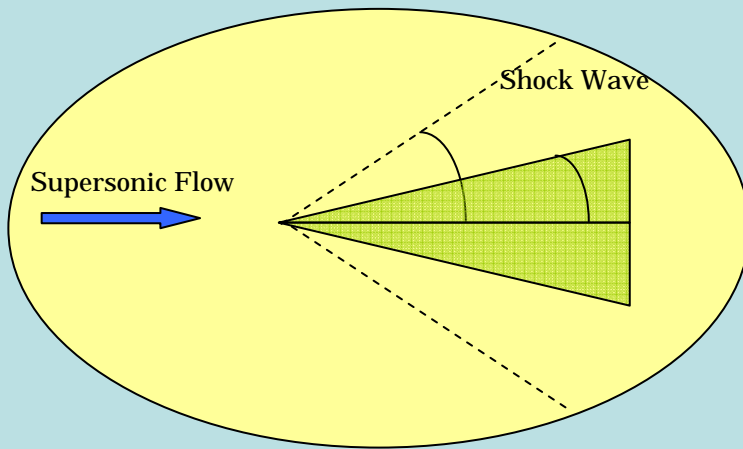
$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = k \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$



· 薄翼理論

$$(1 - M_\infty) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

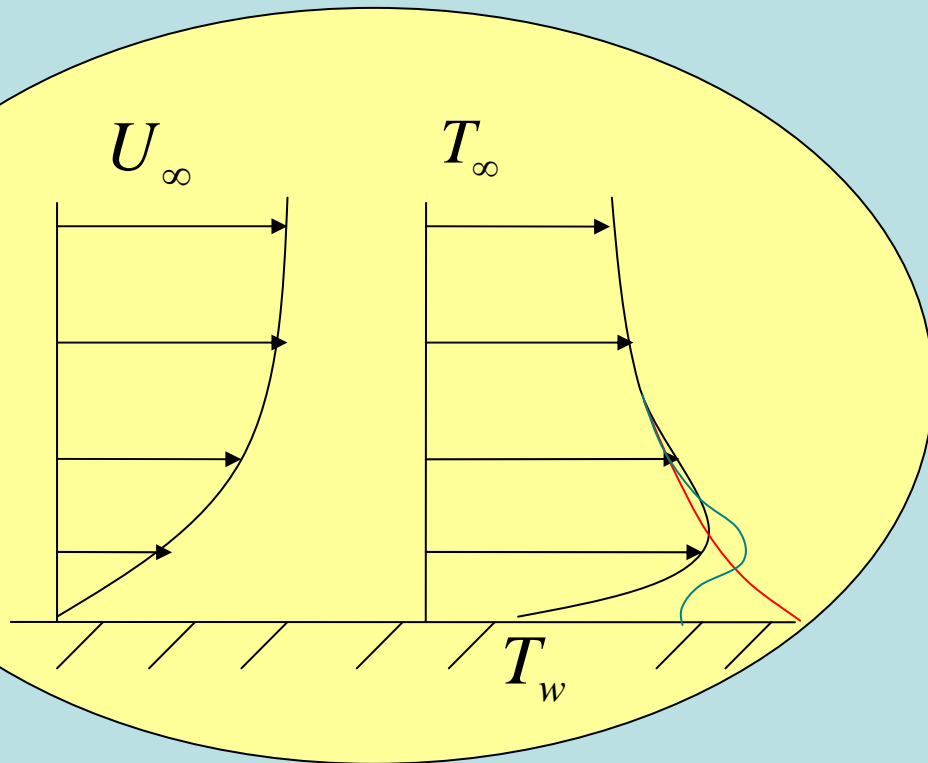
3. 解の「選択」(1)



下流の物理条件が解を選択する。

3. 解の「選択」(2)

高速気流の境界層(速度、温度)

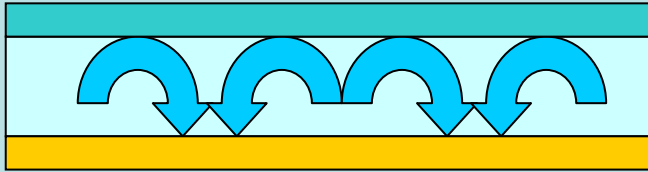


- ・空力加熱問題で、欲しいのは、壁面温度。
- ・しかし、方程式は、壁面温度を与えないと解けない。
- ・「履歴」、「熱容量」にも関係する。



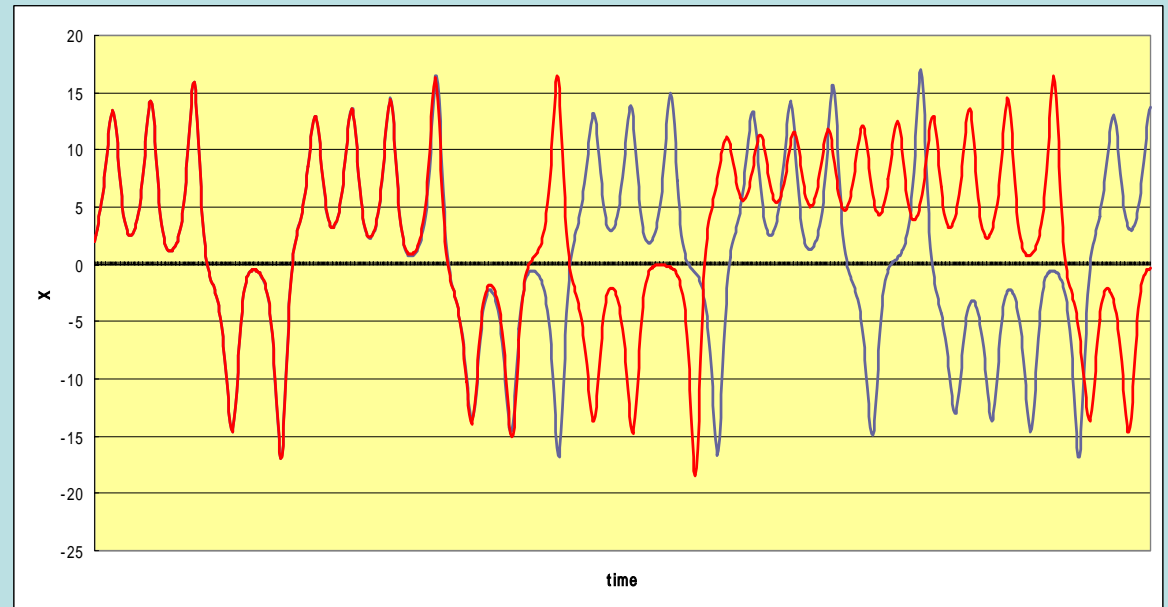
3. 解の「選択」 (3)

Lorenz Equation (Edward Lorenz, 1963 気象現象の研究)



Bernard 対流の方程式

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz \end{cases}$$



アマゾンで蝶が羽ばたくと、テキサスで竜巻が起こる。

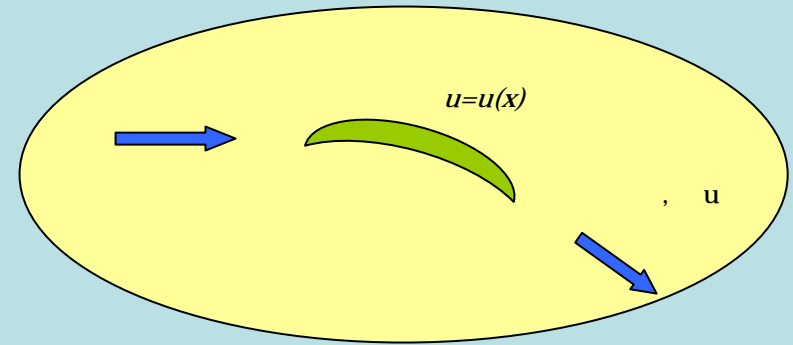
4. 逆問題の解が「設計」になるか

- ・逆問題の例：圧力分布を与えて、形状を出力させる。

- ・変分法による定式化
汎関数

$$J[u] = \int_L F(x, u, u') dx$$

を最小とする関数 $u=u(x)$ を求めよ。



- ・最小作用の原理、Fermatの原理、Castiglianoの定理
- ・Well-posed problemとなるか。物理現象の新しい定式化。
- ・人間の価値判断が入るか。

5 . まとめ

- 1 . 解析は抽象。モデル化が本質的。
- 2 . Well-Posed Problem として定式化。
- 3 . 「解」は物理現象の考察から選択される。
- 4 . 非線形問題がますます重要となっている。
- 4 . 逆問題の取り扱いは今後の課題。
- 5 . Synthesis と Analysis の関係は？