

### 問題 3 解答

[1]  $P \rightarrow Q \vdash \sim Q \rightarrow \sim P$

(i)  $P \rightarrow Q \vdash \sim Q \rightarrow \sim P$

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $\sim Q$	A
1,2	(3) $\sim P$	1,2 MT
1	(4) $\sim Q \rightarrow \sim P$	2-3 CP
(ii) $\sim Q \rightarrow \sim P \vdash P \rightarrow Q$		
1	(1) $\sim Q \rightarrow \sim P$	A
2	(2) $P$	A
2	(3) $\sim \sim P$	2 DNI
1,2	(4) $\sim \sim Q$	1,3 MT
1,2	(5) $Q$	4 DNE
1	(6) $P \rightarrow Q$	2-5 CP

[2]  $P \rightarrow \sim Q \vdash Q \rightarrow \sim P$

(i)  $P \rightarrow \sim Q \vdash Q \rightarrow \sim P$

1	(1) $P \rightarrow \sim Q$	A
2	(2) $Q$	A
2	(3) $\sim \sim Q$	2 DNI
1,2	(4) $\sim P$	1,3 MT
1	(5) $Q \rightarrow \sim P$	2-4 CP
(ii) $Q \rightarrow \sim P \vdash P \rightarrow \sim Q$		
1	(1) $Q \rightarrow \sim P$	A
2	(2) $P$	A
2	(3) $\sim \sim P$	2 DNI
1,2	(4) $\sim Q$	1,3 MT
1	(5) $P \rightarrow \sim Q$	2-4 CP

[3]  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow R$

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $Q \rightarrow R$	A
3	(3) $P$	A
1,3	(4) $Q$	1,3 MP
1,2,3	(5) $R$	2,4 MP
1,2	(6) $P \rightarrow R$	3-5 CP

[4]  $P \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow Q$

1	(1) $P$	A
2	(2) $P \rightarrow Q$	A
1,2	(3) $Q$	1,2 MP
1	(4) $(P \rightarrow Q) \rightarrow Q$	2-3 CP

[5]  $P \rightarrow Q \vdash (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $Q \rightarrow R$	A
3	(3) $P$	A
1,3	(4) $Q$	1,3 MP
1,2,3	(5) $R$	2,4 MP
1,2	(6) $P \rightarrow R$	3-5 CP
1	(7) $(Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$	2-6 CP

[6]  $P \rightarrow (\sim Q \rightarrow R) \vdash \sim R \rightarrow (P \rightarrow Q)$

1	(1) $P \rightarrow (\sim Q \rightarrow R)$	A
2	(2) $\sim R$	A
3	(3) $P$	A
1,3	(4) $\sim Q \rightarrow R$	1,3 MP
1,2,3	(5) $\sim \sim Q$	2,4 MT
1,2,3	(6) $Q$	5 DNE
1,2	(7) $P \rightarrow Q$	3-6 CP
1	(8) $\sim R \rightarrow (P \rightarrow Q)$	2-7 CP

[7]  $\vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$

1	(1) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	A
2	(2) $P \rightarrow Q$	A
3	(3) $P$	A
1,3	(4) $Q \rightarrow R$	1,3 MP
2,3	(5) $Q$	2,3 MP
1,2,3	(6) $R$	4,5 MP
1,2	(7) $P \rightarrow R$	3-6 CP
1	(8) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$	2-7 CP
	(9) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$	1-8 CP

[8]  $P \rightarrow (Q \rightarrow (R \rightarrow S)) \vdash R \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow S))$

1	(1) $P \rightarrow (Q \rightarrow (R \rightarrow S))$	A
2	(2) $R$	A
3	(3) $P$	A
4	(4) $Q$	A
1,3	(5) $Q \rightarrow (R \rightarrow S)$	1,3 MP
1,3,4	(6) $R \rightarrow S$	4,5 MP
1,2,3,4	(7) $S$	2,6 MP
1,2,3	(8) $Q \rightarrow S$	4-7 CP
1,2	(9) $P \rightarrow (Q \rightarrow S)$	3-8 CP
1	(10) $R \rightarrow (P \rightarrow (Q \rightarrow S))$	2-9 CP

[9]  $P \vdash (\sim(Q \rightarrow R) \rightarrow \sim P) \rightarrow (\sim R \rightarrow \sim Q)$

1	(1) $P$	A
2	(2) $\sim(Q \rightarrow R) \rightarrow \sim P$	A
3	(3) $\sim R$	A
1	(4) $\sim \sim P$	1 DNI
1,2	(5) $\sim \sim(Q \rightarrow R)$	2,4 MT
1,2	(6) $Q \rightarrow R$	5 DNE
1,2,3	(7) $\sim Q$	3,6 MT
1,2	(8) $\sim R \rightarrow \sim Q$	3-7 CP
1	(9) $(\sim(Q \rightarrow R) \rightarrow \sim P) \rightarrow (\sim R \rightarrow \sim Q)$	2-8 CP

[10]  $(P \rightarrow Q) \rightarrow R, P \rightarrow S \vdash (S \rightarrow Q) \rightarrow R$

1	(1) $(P \rightarrow Q) \rightarrow R$	A
2	(2) $P \rightarrow S$	A
3	(3) $S \rightarrow Q$	A
4	(4) $P$	A
2,4	(5) $S$	2,4 MP
2,3,4	(6) $Q$	3,5 MP
2,3	(7) $P \rightarrow Q$	4-6 CP
1,2,3	(8) $R$	1,7 MP
1,2	(9) $(S \rightarrow Q) \rightarrow R$	3-8 CP

[11]  $\vdash P \rightarrow P$

1	(1) $P$	A
	(2) $P \rightarrow P$	1-1 CP

[12]  $P \vdash Q \rightarrow P$

1	(1) $P$	A
1	(2) $Q \rightarrow P$	-1 CP