

問題 4 解答

[1] $P \& Q \vdash Q \& P$

1	(1) $P \& Q$	A
1	(2) P	1 &E
1	(3) Q	1 &E
1	(4) $Q \& P$	2,3 &I

[2] $P \& Q, P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash R$

1	(1) $P \& Q$	A
2	(2) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	A
1	(3) P	1 &E
1	(4) Q	1 &E
1,2	(5) $Q \rightarrow R$	2,3 MP
1,2	(6) R	4,5 MP

[3] $P \vdash Q \rightarrow (P \& Q)$

1	(1) P	A
2	(2) Q	A
1,2	(3) $P \& Q$	1,2 &I
1	(4) $Q \rightarrow (P \& Q)$	2-3 CP

[4] $(P \& Q) \rightarrow R \vdash P \rightarrow (Q \rightarrow R)$

1	(1) $(P \& Q) \rightarrow R$	A
2	(2) P	A
3	(3) Q	A
2,3	(4) $P \& Q$	2,3 &I
1,2,3	(5) R	1,4 MP
1,2	(6) $Q \rightarrow R$	3-5 CP
1	(7) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	2-6 CP

[5] $P \rightarrow (Q \rightarrow R) \vdash (P \& Q) \rightarrow R$

1	(1) $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$	A
2	(2) $P \& Q$	A
2	(3) P	2 &E
2	(4) Q	2 &E
1,2	(5) $Q \rightarrow R$	1,3 MP
1,2	(6) R	4,5 MP
1	(7) $(P \& Q) \rightarrow R$	2-6 CP

[6] $P \& Q \vdash P \vee R$

1	(1) $P \& Q$	A
1	(2) P	1 &E
1	(3) $P \vee R$	2 \vee I

[7] $P \& Q, (S \vee Q) \rightarrow R \vdash R$

1	(1) $P \& Q$	A
2	(2) $(S \vee Q) \rightarrow R$	A
1	(3) Q	1 &E
1	(4) $S \vee Q$	3 \vee I
1,2	(5) R	2,4 MP

[8] $P \& (Q \& R) \vdash (P \& Q) \& R$

1	(1) $P \& (Q \& R)$	A
1	(2) P	1 &E
1	(3) $Q \& R$	1 &E
1	(4) Q	3 &E
1	(5) R	3 &E
1	(6) $P \& Q$	2,4 &I
1	(7) $(P \& Q) \& R$	5,6 &I

[9] $(P \rightarrow Q) \& (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \& R)$

(i) $(P \rightarrow Q) \& (P \rightarrow R) \vdash P \rightarrow (Q \& R)$

1	(1) $(P \rightarrow Q) \& (P \rightarrow R)$	A
1	(2) $P \rightarrow Q$	1 &E
1	(3) $P \rightarrow R$	1 &E
4	(4) P	A
1,4	(5) Q	2,4 MP
1,4	(6) R	3,4 MP
1,4	(7) $Q \& R$	5,6 &I
1	(8) $P \rightarrow (Q \& R)$	4-7 CP

(ii) $P \rightarrow (Q \& R) \vdash (P \rightarrow Q) \& (P \rightarrow R)$

1	(1) $P \rightarrow (Q \& R)$	A
2	(2) P	A
1,2	(3) $Q \& R$	1,2 MP
1,2	(4) Q	3 &E
1,2	(5) R	3 &E
1	(6) $P \rightarrow Q$	2-4 CP
1	(7) $P \rightarrow R$	2-5 CP
1	(8) $(P \rightarrow Q) \& (P \rightarrow R)$	6,7 &I

[10] $P \rightarrow Q, R \rightarrow S \vdash (P \& R) \rightarrow (Q \& S)$

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $R \rightarrow S$	A
3	(3) $P \& R$	A
3	(4) P	3 &E
3	(5) R	3 &E
1,3	(6) Q	1,4 MP
2,3	(7) S	2,5 MP
1,2,3	(8) $Q \& S$	6,7 &I
1,2	(9) $(P \& R) \rightarrow (Q \& S)$	3-8 CP

[11] $P \vdash P \& P$

(i) $P \vdash P \& P$

1	(1) P	A
1	(2) $P \& P$	1,1 &I

(ii) $P \& P \vdash P$

1	(1) $P \& P$	A
1	(2) P	1 &E