

問題 6 解答

[1] $Q \vee R, Q \rightarrow P, \sim P \rightarrow \sim R \vdash P$

SCD 使用

1	(1) $Q \vee R$	A
2	(2) $Q \rightarrow P$	A
3	(3) $\sim P \rightarrow \sim R$	A
4	(4) R	A
4	(5) $\sim \sim R$	4 DNI
3,4	(6) $\sim \sim P$	3,5 MT
3,4	(7) P	6 DN
3	(8) $R \rightarrow P$	4-7 CP
1,2,3	(9) P	1,2,8 SCD

vE 使用

1	(1) $Q \vee R$	A
2	(2) $Q \rightarrow P$	A
3	(3) $\sim P \rightarrow \sim R$	A
4	(4) Q	A
2,4	(5) P	2,4 MP
6	(6) R	A
6	(7) $\sim \sim R$	6 DNI
3,6	(8) $\sim \sim P$	3,6 MT
3,6	(9) P	8 DN
1,2,3	(10) P	1,4-5,6-9 vE

[2] $(P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R) \vdash (P \vee Q) \rightarrow R$

SCD 使用

1	(1) $(P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R)$	A
2	(2) $P \vee Q$	A
1	(3) $P \rightarrow R$	1 &E
1	(4) $Q \rightarrow R$	1 &E
1,2	(5) R	2,3,4 SCD
1	(6) $(P \vee Q) \rightarrow R$	2,8 CP

vE 使用

1	(1) $(P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R)$	A
2	(2) $P \vee Q$	A
3	(3) P	A
1	(4) $P \rightarrow R$	1 &E
1,3	(5) R	3,4 MP
6	(6) Q	A
1	(7) $Q \rightarrow R$	1 &E
1,6	(8) R	6,7 MP
1,2	(9) R	2,3-5,6-8 vE
1	(10) $(P \vee Q) \rightarrow R$	2-9 CP

[3] $P \vee Q \vdash Q \vee P$

SCD 使用

1	(1) $P \vee Q$	A
2	(2) P	A
2	(3) $Q \vee P$	2 vI
	(4) $P \rightarrow (Q \vee P)$	2-3 CP
5	(5) Q	A
5	(6) $Q \vee P$	4 vI
	(7) $Q \rightarrow (Q \vee P)$	5-6 CP
1	(8) $Q \vee P$	1,4,7 SCD

vE 使用

1	(1) $P \vee Q$	A
2	(2) P	A
2	(3) $Q \vee P$	2 vI
4	(4) Q	A
4	(5) $Q \vee P$	4 vI
1	(6) $Q \vee P$	1,2-3,4-5 vE

[4] $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \vdash R \vee S$

SCD 使用

1	(1) $P \vee Q$	A
2	(2) $P \rightarrow R$	A
3	(3) $Q \rightarrow S$	A
4	(4) P	A
2,4	(5) R	2,4 MP
2,4	(6) $R \vee S$	5 vI
2	(7) $P \rightarrow (R \vee S)$	4-6 CP
8	(8) Q	A
3,8	(9) S	3,8 MP
3,8	(10) $R \vee S$	9 vI
3	(11) $Q \rightarrow (R \vee S)$	8-10 CP
1,2,3	(12) $R \vee S$	1,7,11 SCD

vE 使用

1	(1) $P \vee Q$	A
2	(2) $P \rightarrow R$	A
3	(3) $Q \rightarrow S$	A
4	(4) P	A
2,4	(5) R	2,4 MP
2,4	(6) $R \vee S$	5 vI
7	(7) Q	A
3,7	(8) S	3,7 MP
3,7	(9) $R \vee S$	8 vI
1,2,3	(10) $R \vee S$	1,4-6,7-9 vE

[5] $P \vee (Q \vee R) \vdash (P \vee Q) \vee R$

1	(1) $P \vee (Q \vee R)$	A
2	(2) P	A
2	(3) $P \vee Q$	2 vI
2	(4) $(P \vee Q) \vee R$	3 vI
5	(5) $Q \vee R$	A
6	(6) Q	A
6	(7) $P \vee Q$	6 vI
6	(8) $(P \vee Q) \vee R$	7 vI
9	(9) R	A
9	(10) $(P \vee Q) \vee R$	9 vI
5	(11) $(P \vee Q) \vee R$	5,6-8,9-10 vE
1	(12) $(P \vee Q) \vee R$	1,2-4,5-11 vE

[6] $P \& (Q \vee R) \vdash (P \& Q) \vee (P \& R)$ (i) $P \& (Q \vee R) \vdash (P \& Q) \vee (P \& R)$

1	(1) $P \& (Q \vee R)$	A
1	(2) P	1 &E
1	(3) $Q \vee R$	1 &E
4	(4) Q	A
1,4	(5) $P \& Q$	2,4 &I
1,4	(6) $(P \& Q) \vee (P \& R)$	5 vI
7	(7) R	A

1,7	(8) $P \& R$	2,7 &I
1,7	(9) $(P \& Q) \vee (P \& R)$	8 \vee I
1	(10) $(P \& Q) \vee (P \& R)$	3,4-6,7-9 \vee E
(ii) $(P \& Q) \vee (P \& R) \vdash P \& (Q \vee R)$		
1	(1) $(P \& Q) \vee (P \& R)$	A
2	(2) $P \& Q$	A
2	(3) P	2 &E
2	(4) Q	2 &E
2	(5) $Q \vee R$	4 \vee I
2	(6) $P \& (Q \vee R)$	3,5 &I
7	(7) $P \& R$	A
7	(8) P	7 &E
7	(9) R	7 &E
7	(10) $Q \vee R$	9 \vee I
7	(11) $P \& (Q \vee R)$	8,10 &I
1	(12) $P \& (Q \vee R)$	1,2-6,7-11 \vee E

[7] $P \vee (Q \& R) \dashv\vdash (P \vee Q) \& (P \vee R)$

(i) $P \vee (Q \& R) \vdash (P \vee Q) \& (P \vee R)$		
1	(1) $P \vee (Q \& R)$	A
2	(2) P	A
2	(3) $P \vee Q$	2 \vee I
2	(4) $P \vee R$	2 \vee I
2	(5) $(P \vee Q) \& (P \vee R)$	3,4 &I
6	(6) $Q \& R$	A
6	(7) Q	6 &E
6	(8) R	6 &E
6	(9) $P \vee Q$	7 \vee I
6	(10) $P \vee R$	8 \vee I
6	(11) $(P \vee Q) \& (P \vee R)$	9,10 &I
1	(12) $(P \vee Q) \& (P \vee R)$	1,2-5,6-11 \vee E
(ii) $(P \vee Q) \& (P \vee R) \vdash P \vee (Q \& R)$		
1	(1) $(P \vee Q) \& (P \vee R)$	A
1	(2) $P \vee Q$	1 &E
3	(3) P	A
3	(4) $P \vee (Q \& R)$	3 \vee I
5	(5) Q	A
1	(6) $P \vee R$	1 &E
7	(7) P	A
7	(8) $P \vee (Q \& R)$	7 \vee I
9	(9) R	A
5,9	(10) $Q \& R$	5,9 &I
5,9	(11) $P \vee (Q \& R)$	10 \vee I
1,5	(12) $P \vee (Q \& R)$	6,7-8,9-11 \vee E
1	(13) $P \vee (Q \& R)$	2,3-4,5-12 \vee E

[8] $(P \vee Q) \rightarrow R \dashv\vdash (P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R)$

(i) $(P \vee Q) \rightarrow R \vdash (P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R)$		
1	(1) $(P \vee Q) \rightarrow R$	A
2	(2) P	A
2	(3) $P \vee Q$	2 \vee I
1,2	(4) R	1,3 MP
1	(5) $P \rightarrow R$	2-4 CP
6	(6) Q	A
6	(7) $P \vee Q$	7 \vee I
1,6	(8) R	1,7 MP
1	(9) $P \rightarrow R$	6-8 CP
1	(10) $(P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R)$	5,9 &I
(ii) $(P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R) \vdash (P \vee Q) \rightarrow R$		
1	(1) $(P \rightarrow R) \& (Q \rightarrow R)$	A
2	(2) $P \vee Q$	A

3	(3) P	A
1	(4) $P \rightarrow R$	1 &E
1,3	(5) R	3,4 MP
6	(6) Q	A
1	(7) $Q \rightarrow R$	1 &E
1,6	(8) R	6,7 MP
1,2	(9) R	2,3-5,6-8 \vee E
1	(10) $(P \vee Q) \rightarrow R$	2-9 CP
[9] $P \dashv\vdash P \vee P$		
(i) $P \vdash P \vee P$		
1	(1) P	A
1	(2) $P \vee P$	1 \vee I
(ii) $P \vee P \vdash P$		
1	(1) $P \vee P$	A
2	(2) P	A
1	(3) P	1,2-2,2-2 \vee E