

問題 7 解答

[1] $P \rightarrow Q, P \rightarrow \sim Q \vdash \sim P$

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $P \rightarrow \sim Q$	A
1	(3) P	A
1,3	(4) Q	1,3 MP
2,3	(5) $\sim Q$	2,3 MP
1,2,3	(6) $Q \& \sim Q$	4,5 &I
1,2	(7) $\sim P$	3-6 RAA

[2] $P \rightarrow R, Q \rightarrow \sim R \vdash \sim(P \& Q)$

1	(1) $P \rightarrow R$	A
2	(2) $Q \rightarrow \sim R$	A
3	(3) $P \& Q$	A
3	(4) P	3 &E
3	(5) Q	3 &E
1,3	(6) R	1,4 MP
2,3	(7) $\sim R$	2,5 MP
1,2,3	(8) $R \& \sim R$	6,7 &I
1,2	(9) $\sim(P \& Q)$	3-8 RAA

[3] $Q \rightarrow \sim P, R \rightarrow P, R \vee \sim Q \vdash \sim Q$

1	(1) $Q \rightarrow \sim P$	A
2	(2) $R \rightarrow P$	A
3	(3) $R \vee \sim Q$	A
4	(4) Q	A
1,4	(5) $\sim P$	1,4 MP
1,2,4	(6) $\sim R$	2,5 MT
1,2,3,4	(7) $\sim Q$	3,6 MTP
1,2,3,4	(8) $Q \& \sim Q$	4,7 &I
1,2,3	(9) $\sim Q$	4-8 RAA

[4] $P \vee R, \sim Q \rightarrow (\sim P \& \sim R) \vdash Q$

1	(1) $P \vee R$	A
2	(2) $\sim Q \rightarrow (\sim P \& \sim R)$	A
3	(3) $\sim Q$	A
2,3	(4) $\sim P \& \sim R$	2,3 MP
2,3	(5) $\sim P$	4 &E
2,3	(6) $\sim R$	4 &E
1,2,3	(7) R	1,5 MTP
1,2,3	(8) $R \& \sim R$	6,7 &I
1,2	(9) $\sim \sim Q$	3-8 RAA
1,2	(10) Q	10 DNE

[5] $\vdash P \vee \sim P$

1	(1) $\sim(P \vee \sim P)$	A
2	(2) P	A
2	(3) $P \vee \sim P$	2 vI
1,2	(4) $(P \vee \sim P) \& \sim(P \vee \sim P)$	1,3 &I
1	(5) $\sim P$	2-4 RAA
1	(6) $P \vee \sim P$	5 vI
1	(7) $(P \vee \sim P) \& \sim(P \vee \sim P)$	1,6 &I
	(8) $\sim \sim(P \vee \sim P)$	1-7 RAA
	(9) $P \vee \sim P$	8 DNE

[6] $\sim P \rightarrow P \vdash P$

1	(1) $\sim P \rightarrow P$	A
2	(2) $\sim P$	A
1,2	(3) P	1,2 MP
1,2	(4) $P \& \sim P$	2,3 &I
1	(5) $\sim \sim P$	2-4 RAA

1 (6) P

5 DNE

[7] $P \vee (R \rightarrow Q), \sim(R \& \sim Q) \rightarrow P \vdash P$

1	(1) $P \vee (R \rightarrow Q)$	A
2	(2) $\sim(R \& \sim Q) \rightarrow P$	A
3	(3) $\sim P$	A
1,3	(4) $R \rightarrow Q$	1,3 MTP
2,3	(5) $\sim \sim(R \& \sim Q)$	2,3 MT
2,3	(6) $R \& \sim Q$	5 DNE
2,3	(7) R	6 &E
2,3	(8) $\sim Q$	6 &E
1,2,3	(9) Q	4,7 MP
1,2,3	(10) $Q \& \sim Q$	8,9 &I
1,2	(11) $\sim \sim P$	3-10 RAA
1,2	(12) P	11 DNE

[8] $P \rightarrow R, Q \rightarrow \sim R, P \vdash \sim(P \rightarrow Q)$

1	(1) $P \rightarrow R$	A
2	(2) $Q \rightarrow \sim R$	A
3	(3) P	A
4	(4) $P \rightarrow Q$	A
1,3	(5) R	1,3 MP
3,4	(6) Q	3,4 MP
2,3,4	(7) $\sim R$	2,6 MP
1,2,3,4	(8) $R \& \sim R$	5,7 &I
1,2,3	(9) $\sim(P \rightarrow Q)$	4-8 RAA

[9] $P \rightarrow \sim R, Q \rightarrow R \vdash P \rightarrow \sim(Q \vee R)$

1	(1) $P \rightarrow \sim R$	A
2	(2) $Q \rightarrow R$	A
3	(3) P	A
4	(4) $Q \vee R$	A
1,3	(5) $\sim R$	1,3 MP
1,2,3	(6) $\sim Q$	2,5 MT
1,3,4	(7) Q	4,5 MTP
1,2,3,4	(8) $Q \& \sim Q$	6,7 &I
1,2,3	(9) $\sim(Q \vee R)$	4-8 RAA
1,2	(10) $P \rightarrow \sim(Q \vee R)$	3-9 CP

[10] $P \& Q, P \rightarrow (Q \rightarrow \sim R) \vdash \sim(Q \rightarrow R)$

1	(1) $P \& Q$	A
2	(2) $P \rightarrow (Q \rightarrow \sim R)$	A
3	(3) $Q \rightarrow R$	A
1	(4) P	1 &E
1	(5) Q	1 &E
1,3	(6) R	3,5 MP
1,2	(7) $Q \rightarrow \sim R$	2,4 MP
1,2	(8) $\sim R$	5,7 MP
1,2,3	(9) $R \& \sim R$	6,8 &I
1,2	(10) $\sim(Q \rightarrow R)$	4-9 RAA

[11] $P \rightarrow R, \sim Q \rightarrow R \vdash (Q \rightarrow P) \rightarrow R$

1	(1) $P \rightarrow R$	A
2	(2) $\sim Q \rightarrow R$	A
3	(3) $Q \rightarrow P$	A
4	(4) $\sim R$	A
1,4	(5) $\sim P$	1,4 MT
1,3,4	(6) $\sim Q$	3,5 MT
1,2,3,4	(7) R	2,6 MP
1,2,3,4	(8) $R \& \sim R$	4,7 &I
1,2,3	(9) $\sim \sim R$	4-8 RAA
1,2,3	(10) R	9 DNE

1,2 (11) $(Q \rightarrow P) \rightarrow R$ 3-10 CP

[12] $\sim(P \& Q), P \vdash \sim Q$

1	(1) $\sim(P \& Q)$	A
2	(2) P	A
3	(3) Q	A
2,3	(4) $P \& Q$	2,3 &I
1,2,3	(5) $(P \& Q) \& \sim(P \& Q)$	1,4 &I
1,2	(6) $\sim Q$	3-5 RAA

[13] $P \rightarrow \sim(Q \& R), P \& R \vdash \sim Q$

1	(1) $P \rightarrow \sim(Q \& R)$	A
2	(2) $P \& R$	A
3	(3) Q	A
2	(4) P	2 &E
1,2	(5) $\sim(Q \& R)$	1,4 MP
2	(6) R	2 &E
2,3	(7) $Q \& R$	3,6 &I
1,2,3	(8) $(Q \& R) \& \sim(Q \& R)$	5,7 &I
1,2	(9) $\sim Q$	3-8 RAA

[14] $\sim P \rightarrow (R \& S), \sim(P \vee Q) \vdash R$

1	(1) $\sim P \rightarrow (R \& S)$	A
2	(2) $\sim(P \vee Q)$	A
3	(3) P	A
3	(4) $P \vee Q$	3 vI
2,3	(5) $(P \vee Q) \& \sim(P \vee Q)$	2,4 &I
2	(6) $\sim P$	3-5 RAA
1,2	(7) $R \& S$	1,6 MP
1,2	(8) R	7 &E

[15] $\vdash \sim(P \& \sim P)$

1	(1) $P \& \sim P$	A
	(2) $\sim(P \& \sim P)$	1-1 RAA

[16] $P \& \sim P \vdash Q$

1	(1) $P \& \sim P$	A
2	(2) $\sim Q$	A
1	(3) $\sim Q \rightarrow (P \& \sim P)$	-1 CP
1,2	(4) $P \& \sim P$	2,3 MP
1	(5) $\sim \sim Q$	2-4 RAA
1	(6) Q	5 DNE