

問題 8 解答

[1] $Q, P \leftrightarrow Q \vdash P$

1	(1) Q	A
2	(2) $P \leftrightarrow Q$	A
2	(3) $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$	2 Df. \leftrightarrow
2	(4) $Q \rightarrow P$	3 &E
1,2	(5) P	1,4 MP

[2] $P \rightarrow Q, Q \rightarrow P \vdash P \leftrightarrow Q$

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $Q \rightarrow P$	A
1,2	(3) $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$	1,2 &I
1,2	(4) $P \leftrightarrow Q$	3 Df. \leftrightarrow

[3] $P \leftrightarrow Q \vdash \sim P \leftrightarrow \sim Q$

(i) $P \leftrightarrow Q \vdash \sim P \leftrightarrow \sim Q$

1	(1) $P \leftrightarrow Q$	A
1	(2) $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$	1 Df. \leftrightarrow
1	(3) $P \rightarrow Q$	2 &E
1	(4) $Q \rightarrow P$	2 &E
5	(5) $\sim P$	A
1,5	(6) $\sim Q$	4,5 MT
1	(7) $\sim P \rightarrow \sim Q$	5-6 CP
8	(8) $\sim Q$	A
1,8	(9) $\sim P$	3,8 MT
1	(10) $\sim Q \rightarrow \sim P$	8-9 CP
1	(11) $(\sim P \rightarrow \sim Q) \& (\sim Q \rightarrow \sim P)$	7,10 &I
1	(12) $\sim P \leftrightarrow \sim Q$	11 Df.

(ii) $\sim P \leftrightarrow \sim Q \vdash P \leftrightarrow Q$

1	(1) $\sim P \leftrightarrow \sim Q$	A
1	(2) $(\sim P \rightarrow \sim Q) \& (\sim Q \rightarrow \sim P)$	1 Df. \leftrightarrow
1	(3) $\sim P \rightarrow \sim Q$	2 &E
1	(4) $\sim Q \rightarrow \sim P$	2 &E
5	(5) P	A
5	(6) $\sim \sim P$	5 DNI
1,5	(7) $\sim \sim Q$	4,6 MT
1,5	(8) Q	7 DN
1	(9) $P \rightarrow Q$	5-8 CP
10	(10) Q	A
10	(11) $\sim \sim Q$	10 DNI
1,10	(12) $\sim \sim P$	3,11 MT
1,10	(13) P	12 DN
1	(14) $Q \rightarrow P$	10-13 CP
1	(15) $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$	9,14 &I
1	(16) $P \leftrightarrow Q$	15 Df. \leftrightarrow

[4] $(P \vee Q) \leftrightarrow P \vdash Q \rightarrow P$

1	(1) $(P \vee Q) \leftrightarrow P$	A
1	(2) $((P \vee Q) \rightarrow P) \& (P \rightarrow (P \vee Q))$	1 Df. \leftrightarrow
3	(3) Q	A
3	(4) $P \vee Q$	3 vI
1	(5) $(P \vee Q) \rightarrow P$	2 &E
1,3	(6) P	4,5 MP
1	(7) $Q \rightarrow P$	3-6 CP

[5] $P \leftrightarrow \sim Q, Q \leftrightarrow \sim R \vdash P \leftrightarrow R$

1	(1) $P \leftrightarrow \sim Q$	A
2	(2) $Q \leftrightarrow \sim R$	A
1	(3) $(P \rightarrow \sim Q) \& (\sim Q \rightarrow P)$	1 Df. \leftrightarrow
2	(4) $(Q \rightarrow \sim R) \& (\sim R \rightarrow Q)$	2 Df. \leftrightarrow
5	(5) P	A

1	(6) $P \rightarrow \sim Q$	3 &E
1,5	(7) $\sim Q$	5,6 MP
2	(8) $\sim R \rightarrow Q$	4 &E
1,2,5	(9) $\sim \sim R$	7,8 MT
1,2,5	(10) R	9 DNE
1,2	(11) $P \rightarrow R$	5-10 CP
12	(12) R	A
12	(13) $\sim \sim R$	12 DNI
2	(14) $Q \rightarrow \sim R$	4 &E
2,12	(15) $\sim Q$	13,14 MT
1	(16) $\sim Q \rightarrow P$	3 &E
1,2,12	(17) P	15,16 MP
1,2	(18) $R \rightarrow P$	12-17 CP
1,2	(19) $(P \rightarrow R) \& (R \rightarrow P)$	11,18 &I
1,2	(20) $P \leftrightarrow R$	19 Df. \leftrightarrow