

## 問題 9 解答

[1]  $\sim(P \& Q) \vdash \sim P \vee \sim Q$ (i)  $\sim(P \& Q) \vdash \sim P \vee \sim Q$ 

1	(1) $\sim(P \& Q)$	A
2	(2) $\sim(\sim P \vee \sim Q)$	A
3	(3) $\sim P$	A
3	(4) $\sim P \vee \sim Q$	3 VI
2,3	(5) $(\sim P \vee \sim Q) \& \sim(\sim P \vee \sim Q)$	2,4 &I
2	(6) $\sim\sim P$	3-5 RAA
2	(7) $P$	6 DNE
8	(8) $\sim Q$	A
8	(9) $\sim P \vee \sim Q$	8 VI
2,8	(10) $(\sim P \vee \sim Q) \& \sim(\sim P \vee \sim Q)$	2,9 &I
2	(11) $\sim\sim Q$	8-10 RAA
2	(12) $Q$	11 DNE
2	(13) $P \& Q$	7,12 &I
1,2	(14) $(P \& Q) \& \sim(P \& Q)$	1,13 &I
1	(15) $\sim\sim(\sim P \vee \sim Q)$	2-14 RAA
1	(16) $\sim P \vee \sim Q$	15 DN

(ii)  $\sim P \vee \sim Q \vdash \sim(P \& Q)$ 

1	(1) $\sim P \vee \sim Q$	A
2	(2) $P \& Q$	A
2	(3) $P$	2 &E
2	(4) $Q$	2 &E
2	(5) $\sim\sim P$	3 DNI
1,2	(6) $\sim Q$	1,5 MTP
1,2	(7) $Q \& \sim Q$	4,6 &I
1	(8) $\sim(P \& Q)$	2-7 RAA

(ii) [別解 (MTP 不使用)]

1	(1) $\sim P \vee \sim Q$	A
2	(2) $P \& Q$	A
3	(3) $\sim P$	A
2	(4) $P$	2 &E
2,3	(5) $P \& \sim P$	3,4 &I
3	(6) $\sim(P \& Q)$	2-5 RAA
7	(7) $\sim Q$	A
2	(8) $Q$	2 &E
2,7	(9) $Q \& \sim Q$	7,8 &I
7	(10) $\sim(P \& Q)$	2-7 RAA
1	(11) $\sim(P \& Q)$	1,3-6,7-10 VE
1,2	(12) $(P \& Q) \& \sim(P \& Q)$	2,11 &I
1	(13) $\sim(P \& Q)$	2-12 RAA

[2]  $\sim(P \vee Q) \vdash \sim P \& \sim Q$ (i)  $\sim(P \vee Q) \vdash \sim P \& \sim Q$ 

1	(1) $\sim(P \vee Q)$	A
2	(2) $P$	A
2	(3) $P \vee Q$	2 VI
1,2	(4) $(P \vee Q) \& \sim(P \vee Q)$	1,3 &I
1	(5) $\sim P$	2-4 RAA
6	(6) $Q$	A
6	(7) $P \vee Q$	6 VI
1,6	(8) $(P \vee Q) \& \sim(P \vee Q)$	1,7 &I
1	(9) $\sim Q$	6-8 RAA
1	(10) $\sim P \& \sim Q$	5,9 &I

(ii)  $\sim P \& \sim Q \vdash \sim(P \vee Q)$ 

1	(1) $\sim P \& \sim Q$	A
2	(2) $P \vee Q$	A
1	(3) $\sim P$	1 &E

1	(4) $\sim Q$	1 &E
1,2	(5) $Q$	2,3 MTP
1,2	(6) $Q \& \sim Q$	4,5 &I
1	(7) $\sim(P \vee Q)$	2-6 RAA

(ii) [別解 (MTP 不使用)]

1	(1) $\sim P \& \sim Q$	A
2	(2) $P \vee Q$	A
3	(3) $P$	A
1	(4) $\sim P$	1 &E
1,3	(5) $P \& \sim P$	3,4 &I
3	(6) $\sim(\sim P \& \sim Q)$	1-5 RAA
7	(7) $Q$	A
1	(8) $\sim Q$	1 &E
1,7	(9) $Q \& \sim Q$	7,8 &I
7	(10) $\sim(\sim P \& \sim Q)$	1-9 RAA
2	(11) $\sim(\sim P \& \sim Q)$	2,3-6,7-10 VE
1,2	(12) $(\sim P \& \sim Q) \& \sim(\sim P \& \sim Q)$	1,11 &I
1	(13) $\sim(P \vee Q)$	2-12 RAA

[3]  $P \rightarrow Q \vdash \sim P \vee Q$ (i)  $P \rightarrow Q \vdash \sim P \vee Q$ 

1	(1) $P \rightarrow Q$	A
2	(2) $\sim(\sim P \vee Q)$	A
3	(3) $P$	A
1,3	(4) $Q$	1,3 MP
1,3	(5) $\sim P \vee Q$	3 VI
1,2,3	(6) $(\sim P \vee Q) \& \sim(\sim P \vee Q)$	2,5 &I
1,2	(7) $\sim P$	3-6 RAA
1,2	(8) $\sim P \vee Q$	7 VI
1,2	(9) $(\sim P \vee Q) \& \sim(\sim P \vee Q)$	2,8 &I
1	(10) $\sim\sim(\sim P \vee Q)$	2-9 RAA
1	(11) $\sim P \vee Q$	10 DN

(ii)  $\sim P \vee Q \vdash P \rightarrow Q$ 

1	(1) $\sim P \vee Q$	A
2	(2) $P$	A
2	(3) $\sim\sim P$	2 DNI
1,2	(4) $Q$	1,3 MTP
1	(5) $P \rightarrow Q$	2-4 CP

[4]  $\sim P \rightarrow Q \vdash P \vee Q$ (i)  $\sim P \rightarrow Q \vdash P \vee Q$ 

1	(1) $\sim P \rightarrow Q$	A
2	(2) $\sim(P \vee Q)$	A
3	(3) $P$	A
3	(4) $P \vee Q$	3 VI
2,3	(5) $(P \vee Q) \& \sim(P \vee Q)$	2,4 &I
2	(6) $\sim P$	3-5 RAA
1,2	(7) $Q$	1,6 MP
1,2	(8) $P \vee Q$	7 VI
1,2	(9) $(P \vee Q) \& \sim(P \vee Q)$	2,8 &I
1	(10) $\sim\sim(P \vee Q)$	2-9 RAA
1	(11) $P \vee Q$	10 DNE

(ii)  $P \vee Q \vdash \sim P \rightarrow Q$ 

1	(1) $P \vee Q$	A
2	(2) $\sim P$	A
1,2	(3) $Q$	1,2 MTP
1	(4) $\sim P \rightarrow Q$	2-3 CP

[5]  $\sim(P \rightarrow Q) \vdash P \& \sim Q$ (i)  $\sim(P \rightarrow Q) \vdash P \& \sim Q$

1	(1) $\sim(P \rightarrow Q)$	A
2	(2) $\sim(P \& \sim Q)$	A
3	(3) $P$	A
4	(4) $\sim Q$	A
3,4	(5) $P \& \sim Q$	3,4 &I
2,3,4	(6) $(P \& \sim Q) \& \sim(P \& \sim Q)$	2,5 &I
2,3	(7) $\sim\sim Q$	4-6 RAA
2,3	(8) $Q$	7 DNE
2	(9) $P \rightarrow Q$	3-8 CP
1,2	(10) $(P \rightarrow Q) \& \sim(P \rightarrow Q)$	1,9 &I
1	(11) $\sim\sim(P \& \sim Q)$	2-10 RAA
1	(12) $P \& \sim Q$	11 DNE
(ii) $P \& \sim Q \vdash \sim(P \rightarrow Q)$		
1	(1) $P \& \sim Q$	A
2	(2) $P \rightarrow Q$	A
1	(3) $P$	1 &E
1	(4) $\sim Q$	1 &E
1,2	(5) $Q$	2,3 MP
1,2	(6) $Q \& \sim Q$	4,5 &I
1	(7) $\sim(P \rightarrow Q)$	2-6 RAA