

推論規則

原始規則

1. 仮定の規則 (A)

$$i \quad (i) A \quad A$$

2. 肯定式 (MP)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \rightarrow B \\ \quad \vdots \\ Y \quad (j) A \\ \quad \vdots \\ X \cup Y \quad (k) B \end{array} \quad i, j \text{ MP}$$

3. 否定式 (MT)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \rightarrow B \\ \quad \vdots \\ Y \quad (j) \sim B \\ \quad \vdots \\ X \cup Y \quad (k) \sim A \end{array} \quad i, j \text{ MT}$$

4. 二重否定除去 (DNE)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) \sim \sim A \\ \quad \vdots \\ X \quad (j) A \end{array} \quad i \text{ DNE}$$

5. 二重否定導入 (DNI)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \\ \quad \vdots \\ X \quad (j) \sim \sim A \end{array} \quad i \text{ DNI}$$

6. 条件的証明 (CP)

$$\begin{array}{l} i \quad (i) A \quad A \\ \quad \vdots \\ X \cup \{i\} \quad (j) B \\ \quad \vdots \\ X \quad (k) A \rightarrow B \end{array} \quad i-j \text{ CP}$$

i 行目が欠如した以下の形式も認められる.

$$\begin{array}{l} X \quad (j) B \\ \quad \vdots \\ X \quad (k) A \rightarrow B \end{array} \quad -j \text{ CP}$$

7. 連言導入 (&I)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \\ \quad \vdots \\ Y \quad (j) B \\ \quad \vdots \\ X \cup Y \quad (k) A \& B \end{array} \quad i, j \&I$$

8. 連言除去 (&E)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \& B \\ \quad \vdots \\ X \quad (j) A \end{array} \quad i \&E$$

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \& B \\ \quad \vdots \\ X \quad (j) B \end{array} \quad i \&E$$
9. 選言導入 (\vee I)
$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \\ \quad \vdots \\ X \quad (j) A \vee B \end{array} \quad i \vee I$$

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \\ \quad \vdots \\ X \quad (j) B \vee A \end{array} \quad i \vee I$$

10. 否定肯定式 (MTP)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \vee B \\ \quad \vdots \\ Y \quad (j) \sim A \\ \quad \vdots \\ X \cup Y \quad (k) B \end{array} \quad i, j \text{ MTP}$$

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \vee B \\ \quad \vdots \\ Y \quad (j) \sim B \\ \quad \vdots \\ X \cup Y \quad (k) A \end{array} \quad i, j \text{ MTP}$$

11. 単純構成的両刀論法 (SCD)

$$\begin{array}{l} X \quad (i) A \vee B \\ \quad \vdots \\ Y \quad (j) A \rightarrow C \\ \quad \vdots \\ Z \quad (k) B \rightarrow C \\ \quad \vdots \\ X \cup Y \cup Z \quad (l) C \end{array} \quad i, j, k \text{ SCD}$$

12. 選言除去 (VE)

X	(i) $A \vee B$	
	\vdots	
j	(j) A	A
	\vdots	
$Y \cup \{j\}$	(k) C	
	\vdots	
l	(l) B	A
	\vdots	
$Z \cup \{l\}$	(m) C	
	\vdots	
$X \cup Y \cup Z$	(n) C	$i, j-k, l-m \vee E$

13. 背理法 (RAA)

i	(i) A	A
	\vdots	
$X \cup \{i\}$	(j) $B \ \& \ \sim B (\perp)$	
	\vdots	
X	(k) $\sim A$	$i-j \text{ RAA}$

14. 否定除去 ($\sim E$)

X	(i) A	
	\vdots	
Y	(j) $\sim A$	
	\vdots	
$X \cup Y$	(k) \perp	$i, j \sim E$

15. 定義による書き換えの規則 (Df. \leftrightarrow)

X	(i) $A \leftrightarrow B$	
	\vdots	
X	(j) $(A \leftrightarrow B) \ \& \ (A \leftrightarrow B)$	$i \text{ Df.}\leftrightarrow$
	\vdots	
X	(i) $(A \leftrightarrow B) \ \& \ (A \leftrightarrow B)$	
	\vdots	
X	(j) $A \leftrightarrow B$	$i \text{ Df.}\leftrightarrow$

4. 条件-選言 (CD)

$$\sim A \rightarrow B \vdash A \vee B$$

5. ex falso quodlibet (EFQ)

$$A \ \& \ \sim A \vdash B$$

6. 実質含意のパラドクス (PMI)

$$\sim A \vdash A \rightarrow B$$

7. 対偶の法則 (Trans.)

$$A \rightarrow B \vdash \sim B \rightarrow \sim A$$

8. 仮言三段論法 (HS)

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$$

9. 交換法則 (Com.)

$$A \ \& \ B \vdash B \ \& \ A$$

$$A \vee B \vdash B \vee A$$

10. 結合法則 (Assoc.)

$$A \ \& \ (B \ \& \ C) \vdash (A \ \& \ B) \ \& \ C$$

$$A \vee (B \vee C) \vdash (A \vee B) \vee C$$

11. 分配法則 (Dist.)

$$A \ \& \ (B \vee C) \vdash (A \ \& \ B) \vee (A \ \& \ C)$$

$$A \vee (B \ \& \ C) \vdash (A \vee B) \ \& \ (A \vee C)$$

派生規則

1. ド・モルガンの法則 (De M.)

$$\sim(A \vee B) \vdash \sim A \ \& \ \sim B$$

$$\sim(A \ \& \ B) \vdash \sim A \vee \sim B$$

2. 排中律 (LEM)

$$\vdash A \vee \sim A$$

3. 条件文の否定 (NC)

$$\sim(A \rightarrow B) \vdash A \ \& \ \sim B$$