

## 記号化

問題 次の日本語を論理式に翻訳せよ。その際、命題変項を指定された意味で用いること。

$P$ : ジョンは東京を訪れる。  $Q$ : ジョンは京都を訪れる。  $R$ : ジョンは大阪を訪れる。  $S$ : ジョンは名古屋を訪れる。

- (1) ジョンは東京と京都を訪れる。
- (2) ジョンは東京または京都を訪れる。
- (3) ジョンは東京と京都のどちらも訪れない。
- (4) ジョンは東京と京都のどちらかは訪れない。
- (5) ジョンは東京を訪れるが、京都は訪れない。
- (6) もしジョンが東京と京都の両方を訪れるならば、彼は大阪を訪れない。
- (7) ジョンは東京と京都と大阪を訪れる。
- (8) ジョンは東京、京都、大阪のうち少なくとも一カ所は訪れない。
- (9) ジョンは東京、京都、大阪、名古屋のうち少なくとも一カ所は訪れる、ということはない。
- (10) ジョンは東京、京都、大阪のうち、ちょうど一カ所を訪れる。
- (11) ジョンは東京、京都、大阪のうち、少なくとも二カ所を訪れる。
- (12) ジョンは大阪を訪れて名古屋を訪れないか、または大阪を訪れずに名古屋を訪れるかのどちらかである。
- (13) ジョンは東京を訪れ、なおかつ京都を訪れない場合には大阪と名古屋のうち少なくとも一方を訪れる。
- (14) ジョンは、東京を訪れるときに限り、京都を訪れる。
- (15) ジョンは、東京を訪れるとき、かつそのときに限り、京都を訪れる。
- (16) もしジョンが東京を訪れるならば、彼は大阪と名古屋のどちらも訪れない場合に限り京都を訪れる。

## 連言または選言の連続とカッコの省略について

$(P \& Q \& R)$  は厳密には論理式ではなく、これを論理式にするためにはカッコを付け加えて  $((P \& Q) \& R)$  または  $(P \& (Q \& R))$  としなければならない。しかし、これらの式はどちらも論理的に同じ意味を持つ（どちらも  $P, Q, R$  がすべて真であるときに真であり、それ以外ときには偽である。）したがって実際には内側のカッコを省いて  $(P \& Q \& R)$  と書いても論理的な意味は不明確にならないので、以後はこのような書き方を認めることとする。4つ以上の式が連言記号によって結ばれる場合も同様である。また選言記号についても、同様の理由から、 $(P \vee Q \vee R)$  のような書き方を認めることにする。カッコを復元する必要がある場合には、左側の結合を優先する。すなわち、例えば  $(P \& Q \& R)$  は  $((P \& Q) \& R)$ 、 $(P \& Q \& R \& S)$  は  $((P \& Q) \& R) \& S$  と解釈することにする。選言の場合も同様である。

## 「…であるときに限り---」および「…であるとき、かつそのときに限り---」の記号化

「 $P$ であるときに限り  $Q$ 」は  $Q \rightarrow P$ （あるいは  $\sim P \rightarrow \sim Q$ ）によって記号化できる。

例：以下では  $P$  は「太郎は成績優秀である」、 $Q$  は「太郎は奨学金がもらえる」を表すとする。

- (1) 太郎は成績優秀であるときに限り奨学金がもらえる。  
は  
(2) もし太郎が成績優秀でないならば奨学金はもらえない。（記号化： $\sim P \rightarrow \sim Q$ ）  
と論理的に同じ意味を持つ。さらに(2)は  
(3) もし太郎が奨学金をもらえるならば、彼は成績優秀（なはず）である。  
と論理的に同じ意味を持つ（対偶の法則）。これは  $Q \rightarrow P$  と記号化できる。

「 $P$ であるとき、かつそのときに限り  $Q$ 」は  $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$  によって記号化できる。

例：(4)は(5)と(6)との連言であると考えられる。

- (4) 太郎は成績優秀であるとき、かつそのときに限り奨学金がもらえる。
  - (5) 太郎は成績優秀であるとき奨学金がもらえる。（記号化： $P \rightarrow Q$ ）
  - (6) 太郎はそのとき（＝成績優秀であるとき）に限り奨学金がもらえる。（記号化： $Q \rightarrow P$ ）
- よって(4)は  $(P \rightarrow Q) \& (Q \rightarrow P)$  によって記号化できる。この式は相互条件記号  $\leftrightarrow$  を用いて  $P \leftrightarrow Q$  と短縮される。

相互条件記号の定義： $(A \leftrightarrow B) =_{\text{df}} ((A \rightarrow B) \& (A \rightarrow B))$ 。